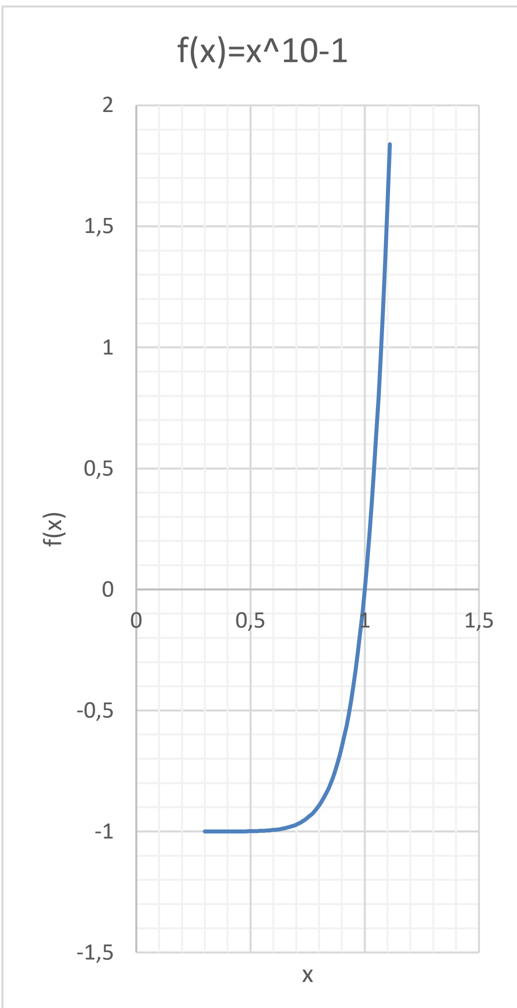
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
MAK212-SAYISAL YÖNTEMLER KISA SINAV 2
Dr. Nurdan Bilgin -16/03/2020

Öğrenci No :
İsim Soyisim :
Cevaplar

Cevap 1:

a.) Verilen fonksiyonlardan $f(x) = \ln(x^2) - 0.8$ fonksiyonu için yer değiştirme yöntemi, $f(x) = x^{10} - 1$ fonksiyonu için ise ikiye ayırma yöntemi daha iyi sonuç vermektedir.

b.) Yerdeğiştirme yönteminin ikinci fonksiyonda iyi çalışmamasının nedeni ara değeri bulmak için kullanılan ifadede yaklaşık türev açılımından yararlanılmasıdır. $f(x) = x^{10} - 1$ fonksiyonunun grafiği çizelerek konu tartışılabilir



Dikkat edilirse, neredeyse 0.7 değerine kadar türev sıfır mertebesindedir, ancak bu değerden sonra değişim görülmektedir. Bu edenle yerdeğiştirme yöntemi bu fonksiyon için oldukça yavaş çalışmaktadır.

Cevap 2:

İlk fonksiyon $c = \left(\frac{W-Qc}{kV}\right)^2$ ıraksamakta ikincisi $= \frac{W-kV\sqrt{c}}{Q}$yakınsamaktadır (b). İkincisini kullanarak yapılan çözüm aşağıdaki gibidir (a).

V	1000000
Q	100000
W	1000000
k	0,2

c	f(c)
5,3	5,395654
5,395654	5,35429
5,35429	5,372132
5,372132	5,364428
5,364428	5,367753
5,367753	5,366318
5,366318	5,366937

Cevap 3:

a.) Verilen doğrusal olmayan denklem sistemi sabit noktalı iterasyonla çözülemez çünkü yakınsama şartını sağlamamaktadır.

b.) Newton Raphson ile çözülebilir. Şöyleki

$$u = x^2 - x + y - 0.5 \; ve \; v = x^2 - y - 5xy$$

Bu durumda

$$J = \begin{bmatrix} 2x-1 & 1 \\ 2x-5y & -1-5x \end{bmatrix} \Rightarrow J_i(1,1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u(1,1) \\ v(1,1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -6 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.5 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.666 \\ -0.1667 \end{bmatrix}$$

İkinci iterasyon

$$\Rightarrow J_i(1.6667, -0.16667) = \begin{bmatrix} 2.3334 & 1 \\ 4.1669 & -9.3335 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.666 \\ -0.1667 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2.3334 & 1 \\ 4.1669 & -9.3335 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0,444489 \\ 4.333783 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.33977 \\ 0.151699 \end{bmatrix}$$

Üçüncü iterasyon

$$\Rightarrow J_i(1.33977, 0.151699) = \begin{bmatrix} 1,67954 & 1 \\ 1.921045 & -7.69885 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.33977 \\ 0.151699 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1,67954 & 1 \\ 1.921045 & -7.69885 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.106913 \\ 0,627076 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.242125 \\ 0.208785 \end{bmatrix}$$

Gerçek çözüm; 1.2 ve 0.2 üçüncü iterasyon sonucu yeterince yakın burada bırakılabilir.

Cevap 4:

a.) Birinci problemi basit yök etme metoduyla kolayca çözebiliriz, ikinci problem için gauss eleme daha uygundur.

b.) Önce bileşik matrisi oluşturalım; İşlem kolaylığı açısından küçük bir manipülasyon yapalım.

$$\left.\begin{aligned} 4x_1 + x_2 - x_3 &= -2 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 &= 4 \\ 6x_1 + x_2 + x_3 &= 6 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} x_2 + 4x_1 - x_3 &= -2 \\ x_2 + 5x_1 + 2x_3 &= 4 \\ x_2 + 6x_1 + x_3 &= 6 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 1 & 5 & 2 \\ 1 & 6 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_2 \\ x_1 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -2 \\ 4 \\ 6 \end{Bmatrix}$$

Bu durumda bileşik matris

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 & -2 \\ 1 & 5 & 2 & 4 \\ 1 & 6 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

A =

1	4	-1	-2
0	1	3	6
1	6	1	6

A =

1	4	-1	-2
0	1	3	6
0	2	2	8

A =

1	4	-1	-2
0	1	3	6
0	0	-4	-4

Gauss eleme metodu ile bulunan kökler:

$$\begin{Bmatrix} x_2 \\ x_1 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -13 \\ 3 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

olarak bulunmuştur.

Cevap 5: Açıklamalarda verilen yakınsama kuralına göre sadece üçüncü problem Gauss-Siedel ile çözülemez.

Cevap 6:

- Minimum ağırlık, maksimum dayanım problemleri
- En uygun yörünge veya yol problemleri
- Tezgahların veya araç parkının bekleme ve boşta durma sürelerinin en aza indirilmesi problemi
- Maliyeti, arızaları en aza indirmek için planlı bakım.
- Minimum hurda çıkararak malzeme kesme
- Maliyet minimizasyonu (ağırlık, üretim zamanı, işleme süresi vb.)
- Beklenen ömür maksimizasyonu (verimliliği, aktarılabilecek güç, kullanım zamanı vb.)

Cevap 7:

Her üçüde orta değerleri değerlendirerek aralık daraltmaya dayalı yöntemlerdir. Golden arama ve ikiye bölme temel aritmetik yaklaşımlarla aralığı daraltırken yerdeğiştirme yaklaşık türeve dayalı olarak aralık daraltmaktadır.

Cevap 8:

a.) Verilen fonksiyonun türevinin alınması ile daha karmaşık bir fonksiyona ulaşılmakta ve işlem yükü artmaktadır. Bu nedenle türevsiz yöntemlere başvurmak daha akıllıca olur. Golden Arama Algoritması bu problem için önerilebilir.

b.) Golden Arama Algoritması İle Çözüm

xa	x2	x1	xü	g(xa)	g(x2)	g(x1)	g(xü)
1	1,382	1,618	2	0,333333	0,366412	0,369428	0,357143
1,382	1,618076	1,763924	2	0,366412	0,369428	0,366711	0,357143
1,382	1,527895	1,618029	1,763924	0,366412	0,369497	0,369428	0,366711
1,382	1,472163	1,527866	1,618029	0,366412	0,36882	0,369496	0,369428
1,472163	1,527884	1,562308	1,618029	0,36882	0,369497	0,369632	0,369428

1,527884	1,562319	1,583594	1,618029	0,369497	0,369632	0,369614	0,369428
1,527884	1,549165	1,562312	1,583594	0,369497	0,369605	0,369632	0,369614
1,549165	1,562317	1,570442	1,583594	0,369605	0,369632	0,369634	0,369614
1,562317	1,570444	1,575466	1,583594	0,369632	0,369634	0,36963	0,369614
1,562317	1,56734	1,570443	1,575466	0,369632	0,369635	0,369634	0,36963
1,562317	1,565421	1,567339	1,570443	0,369632	0,369634	0,369635	0,369634