Otomatik Kontrol

Kapalı Çevrim Kontrol Sistemin Genel Gereklilikleri

Hazırlayan: Dr. Nurdan Bilgin

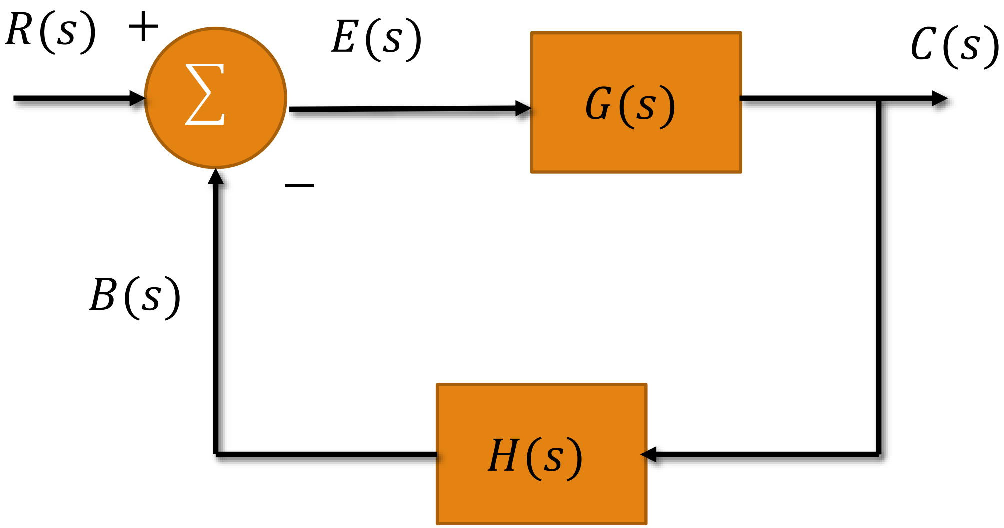
Kapalı Çevrim Kontrol
Kapalı Çevrim Kontrol Sistemin Genel Gereklilikleri

Tüm uygulamalar için aşağıdaki genel gereklilikler karşılanmaksızın bir kontrol sisteminin genel performansı tatmin edici olmaz:

- ✓ **Kararlılık**
- ✓ **Sistemlerin Kalıcı Durum Davranışı**
- ✓ **Sistemlerin Geçici Durum Davranışı**

Kapalı Çevrim Kontrol
Durgun Durum Hatası

1G1Ç'lı temel biçimi (canonical form) aşağıdaki gibi olan bir sistem düşünelim.



Açık Çevrim TF

$$G_o(s) \equiv \frac{B(s)}{E(s)} = G(s)H(s)$$

Kapalı Çevrim TF

$$\mathrm{M}(\mathrm{s}) \equiv \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

Hata TF

$$G_{ER}(s) \equiv \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G(s)H(s)}$$

AÇTF aşağıdaki normalleştirilmiş biçimde yazılabilir

Kapalı Çevrim Kontrol
Durgun Durum Hatası

Açık Çevrim TF aşağıdaki normalleştirilmiş biçimde yazılabilir.

Açık Çevrim TF

$$G_o(s) \equiv \frac{B(s)}{E(s)} = G(s)H(s) = \frac{K_{OL}\left(1 + c_1 s + \cdots + c_p s^p\right)}{s^N\left(1 + d_1 s + \cdots + d_q s^q\right)}$$

K_{OL}: Açık çevrim kazancı (Kalıcı Durum Kazancı, yada DC kazanç)

N: Sistemin tip numarası (Açık çevrim TF'nda serbest s'in üssel kuvveti)

N tamsayıdır ve $N \geq 0$

Son Değer Teoremi

$$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0}[sF(s)]$$

$sF(s)$'in kutuplarının tümünün gerçek kısımları negatif ise geçerlidir. Dolayısıyla, sadece kararlı sistemlere uygulanabilir.

Hatanın kalıcı rejimdeki değeri

$$e_{ss} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0}[sE(s)] = \lim_{s\to 0}\left[s\left(\frac{1}{1+G_0(s)}\right)R(s)\right]$$

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0}\left[\left(\frac{s}{1+\frac{K_{OL}(1+c_1 s+\cdots+c_p s^p)}{s^N(1+d_1 s+\cdots+d_q s^q)}}\right)R(s)\right] = \lim_{s\to 0}\left[\left(\frac{s}{1+\frac{K_{OL}}{s^N}}\right)R(s)\right] = \lim_{s\to 0}\left[\left(\frac{s}{1+K_{OL}s^{-N}}\right)R(s)\right]$$

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0}\left[\left(\frac{s}{1+K_{OL}s^{-N}}\right)R(s)\right]$$

Kalıcı durum hatası, Tip numarasına (N), Açık çevrimin kazancına (K_{OL}) ve sistemin girişine bağlıdır.

Birim Adım Giriş

$$r(t) = r_0 h(t) \Longrightarrow R(s) = \frac{r_0}{s}$$

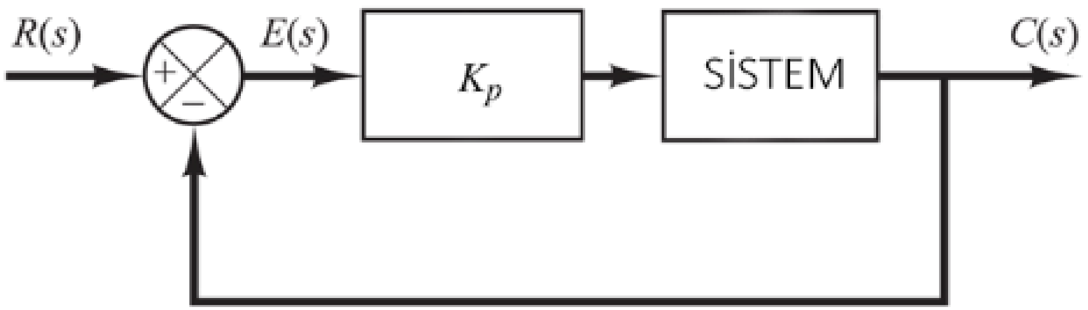
$$e_{ss} = \lim_{s\to 0}\left[\left(\frac{s}{1+K_{OL}s^{-N}}\right)R(s)\right] \Longrightarrow e_{ss} = \frac{r_0}{1+K_p}$$

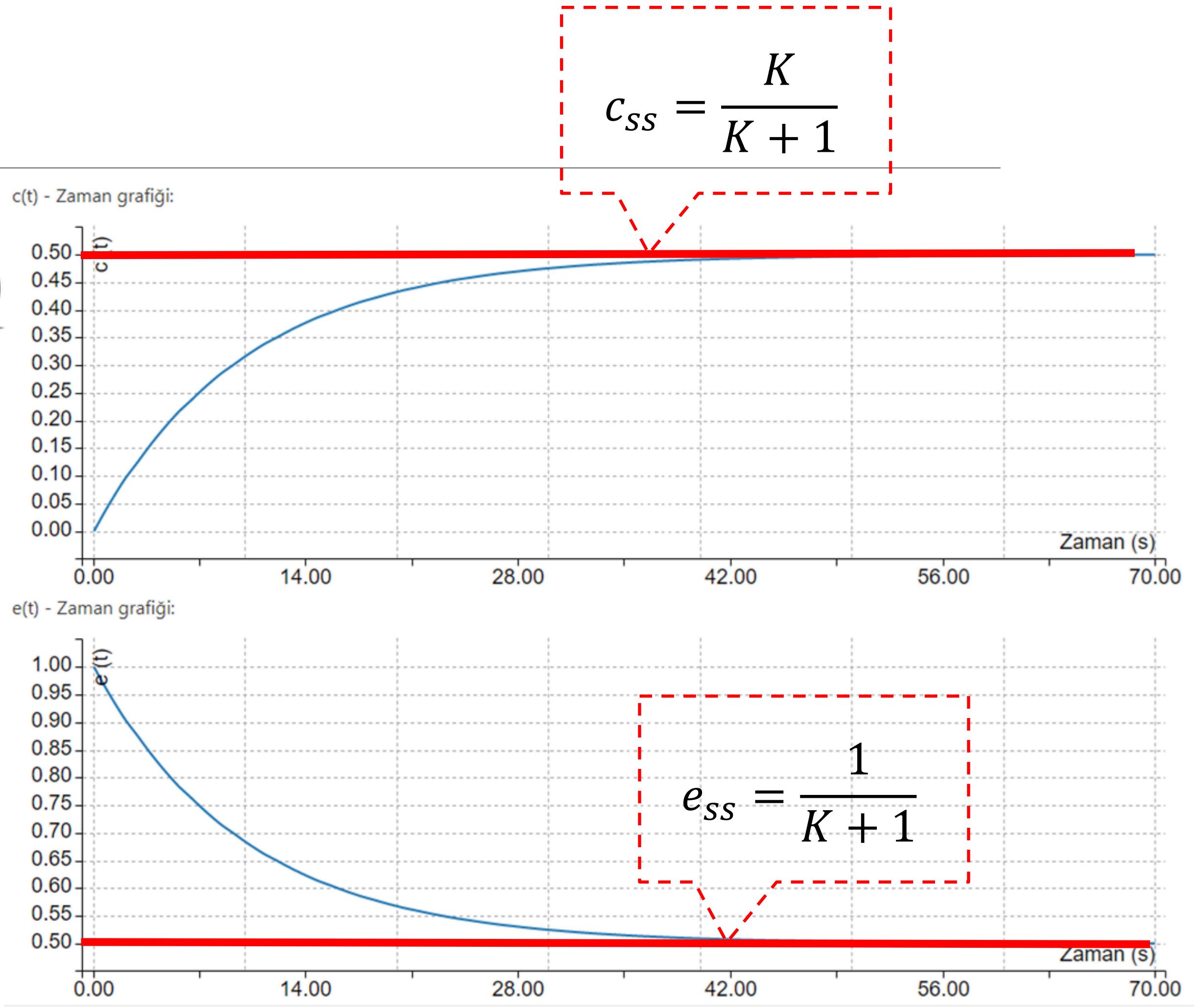
Burada K_p konum hata katsayısı ve

$$K_p = K_{OL}\lim_{s\to 0}(s^{-N})$$

N	K_p	e_{ss}
0	K_{OL}	$\frac{r_0}{1+K_p}$
≥ 1	∞	0

Birim Adım Giriş





$$AÇTF: G_0(s) = \frac{K_p}{20s+1} = \frac{K_p}{s^0(20s+1)}$$

$\Longrightarrow$ N tip numarası 0 (sıfır), $K_{OL} = K_p$

Burada Karakteristik Denklem

$$D(s) = 20s + \left(K_p + 1\right)$$

$\Longrightarrow$ $K_p > -1$ için kararlı; Varsayalım $K_p = 1$olsun

Rampa Giriş

$$r(t) = r_1 t h(t) \Longrightarrow R(s) = \frac{r_1}{s^2}$$

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} \left[\left(\frac{s}{1 + K_{OL} s^{-N}} \right) R(s) \right]$$

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} \left[\left(\frac{s}{1 + K_{OL} s^{-N}} \right) \frac{r_1}{s^2} \right] \Longrightarrow e_{ss} = \frac{r_1}{K_v}$$

Burada K_v hız hatası katsayısı ve

$$K_v = K_{OL} \lim_{s \to 0} (s^{1-N})$$

N	K_p	e_{ss}
0	0	∞
1	K_{OL}	r_1/K_{OL}
≥ 2	∞	0

İvme Giriş

$$r(t) = r_1 t^2 h(t) \Longrightarrow R(s) = \frac{r_2}{s^3}$$

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} \left[\left(\frac{s}{1 + K_{OL} s^{-N}} \right) R(s) \right]$$

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} \left[\left(\frac{s}{1 + K_{OL} s^{-N}} \right) \frac{r_2}{s^3} \right] \Longrightarrow e_{ss} = \frac{r_2}{K_a}$$

Burada K_a ivme hatası katsayısı ve

$$K_a = K_{OL} \lim_{s \to 0} (s^{2-N})$$

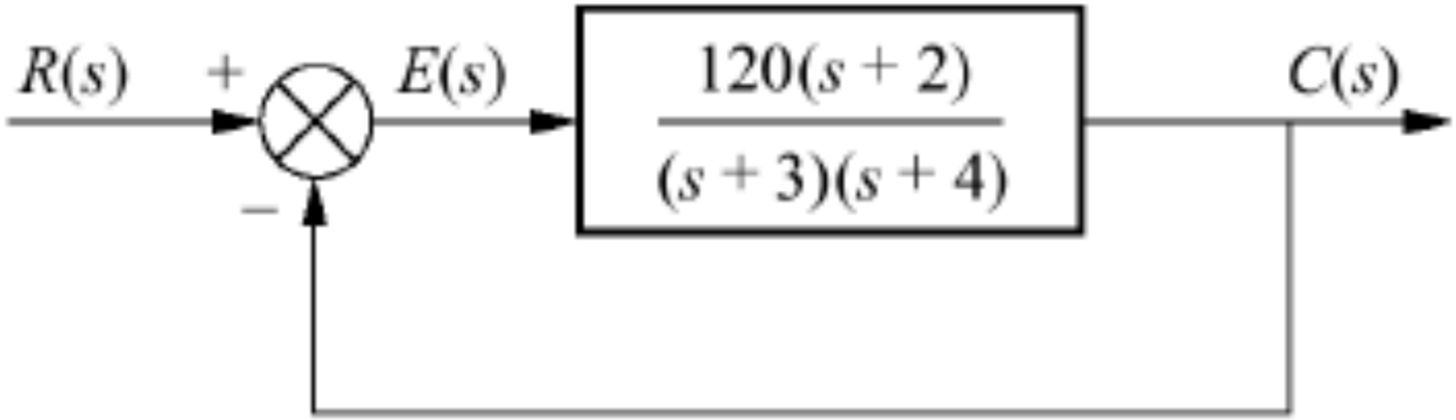
N	K_p	e_{ss}
0	0	∞
1	0	∞
1	K_{OL}	r_2/K_{OL}
≥ 3	∞	0

				ADIM (Basamak) $r(t) = r_0 h(t)$	RAMPA $r(t) = r_1 t h(t)$	İVME $r(t) = r_2 t^2 h(t)$
N	Kp	Kv	Ka	ess	ess	ess
0	K_{OL}	0	0	$\frac{r_0}{(1+K_{OL})}$	∞	∞
1	∞	K_{OL}	0	0	$\frac{r_1}{K_{OL}}$	∞
2	∞	∞	K_{OL}	0	0	$\frac{r_2}{K_{OL}}$
≥ 3	∞	∞	∞	0	0	0

- Tip numarası (N) arttıkça, kalıcı rejim başarımı düzelmekte
- Açık çevrim kazancı arttıkça kalıcı rejim hatası azalmaktadır.

Örnekler

Örnek 1: Aşağıda blok diyagramı verilen sisteme sırasıyla $5h(t), 5th(t)\ ve\ 5t^2h(t)$ girişleri uygulandığında sürekli hal hatalarını bulunuz.



Örnekler

Çözüm 1:

Önce sistemin açık çevrim transfer fonksiyonunu son terimler bir olacak şekilde, yani s^0'ın katsayısı 1 olacak şekilde düzenleyelim.

$$\frac{120(s+2)}{(s+3)(s+4)} = \frac{240\left(\frac{s}{2}+1\right)}{12\left(\frac{s}{3}+1\right)\left(\frac{s}{4}+1\right)} = \frac{20\left(\frac{s}{2}+1\right)}{s^0\left(\frac{s}{3}+1\right)\left(\frac{s}{4}+1\right)}$$

Sistemin Tip numarası $N = 0$;

ve açık çevrim kazancı $K_{OL} = 20$

Tabloya göre;

Adım girişte, $e_{ss} = \frac{r_0}{(1+K_{OL})} = \frac{5}{1+20} = \frac{5}{21}$

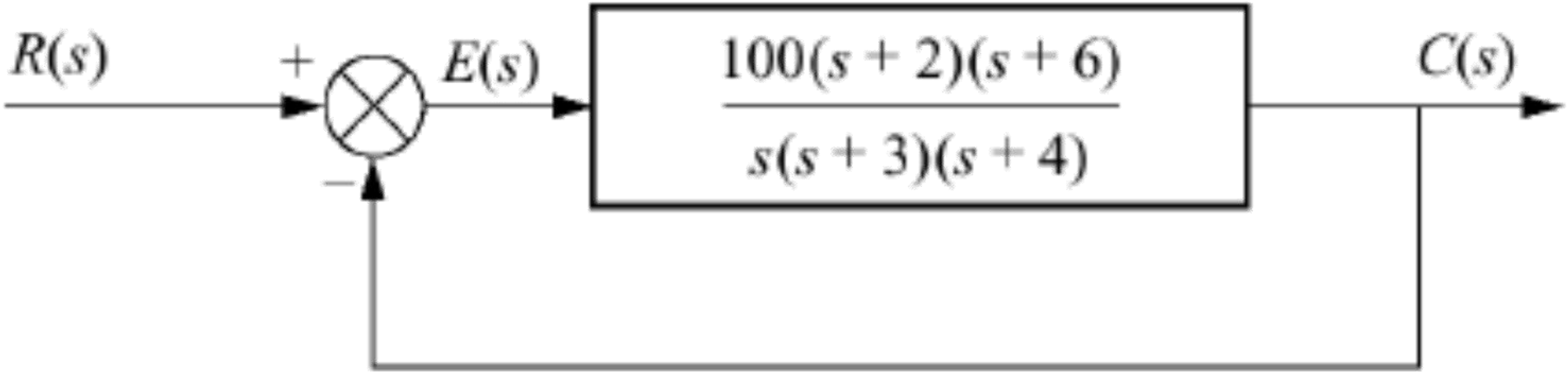
Rampa girişte, $e_{ss} = \infty$

İvme girişte, $e_{ss} = \infty$

	ADIM (Basamak) $r(t) = r_0 h(t)$	RAMPA $r(t) = r_1 t h(t)$	İVME $r(t) = r_2 t^2 h(t)$
N	**ess**	**ess**	**ess**
0	$\frac{r_0}{(1+K_{OL})}$	∞	∞
1	0	$\frac{r_1}{K_{OL}}$	∞
2	0	0	$\frac{r_2}{K_{OL}}$
≥ 3	0	0	0

Örnekler

Örnek 2: Aşağıda blok diyagramı verilen sisteme sırasıyla $5h(t), 5th(t)\ ve\ 5t^2h(t)$ girişleri uygulandığında sürekli hal hatalarını bulunuz.



Örnekler

Çözüm 2:

Önce sistemin açık çevrim transfer fonksiyonunu son terimler bir olacak şekilde, yani s^0'ın katsayısı 1 olacak şekilde düzenleyelim.

$$\frac{100(s+2)(s+6)}{s(s+3)(s+4)} = \frac{1200\left(\frac{s}{2}+1\right)\left(\frac{s}{6}+1\right)}{12s\left(\frac{s}{3}+1\right)\left(\frac{s}{4}+1\right)} = \frac{100\left(\frac{s}{2}+1\right)}{s^1\left(\frac{s}{3}+1\right)\left(\frac{s}{4}+1\right.}$$

Sistemin Tip numarası $N = 1$;

ve açık çevrim kazancı $K_{OL} = 100$

Tabloya göre;

Adım girişte, $e_{ss} = 0$

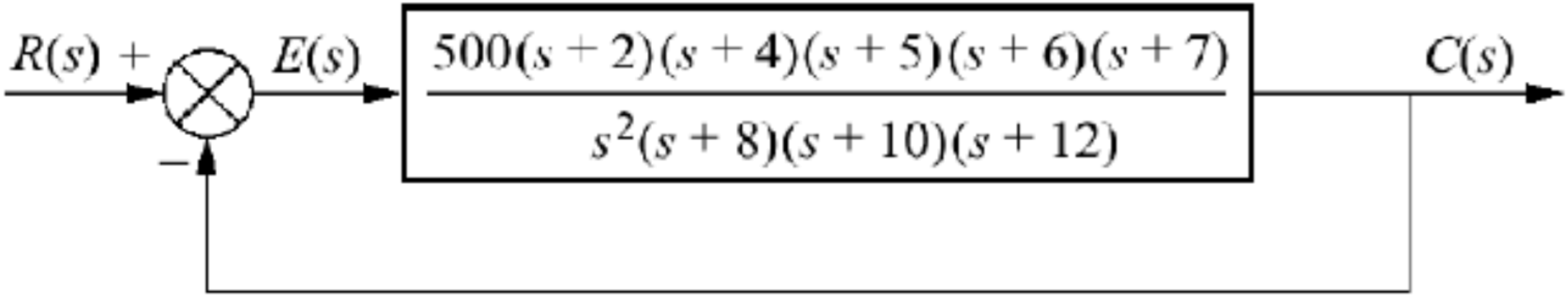
Rampa girişte, $e_{ss} = \frac{r_1}{K_{OL}} = \frac{5}{100}$

İvme girişte, $e_{ss} = \infty$

	ADIM (Basamak) $r(t) = r_0 h(t)$	**RAMPA** $r(t) = r_1 t h(t)$	**İVME** $r(t) = r_2 t^2 h(t)$
N	**ess**	**ess**	**ess**
0	$\frac{r_0}{(1+K_{OL})}$	∞	∞
1	0	$\frac{r_1}{K_{OL}}$	∞
2	0	0	$\frac{r_2}{K_{OL}}$
≥ 3	0	0	0

Örnekler

Örnek 3: Aşağıda blok diyagramı verilen sisteme sırasıyla $5h(t), 5th(t)\ ve\ 5t^2h(t)$ girişleri uygulandığında sürekli hal hatalarını bulunuz.



Örnekler

Çözüm 3:

Önce sistemin açık çevrim transfer fonksiyonunu son terimler bir olacak şekilde, yani s^0'ın katsayısı 1 olacak şekilde düzenleyelim.

$$G_{OL} = \frac{500(s+2)(s+4)(s+5)(s+6)(s+7)}{s^2(s+8)(s+10)(s+12)}$$

Sistemin Tip numarası $N = 2$;

ve açık çevrim kazancı $K_{OL} = \frac{100*2*4*5*6*7}{8*10*12} = 175$

Tabloya göre;

Adım girişte, $\mathrm{e}_{ss} = 0$

Rampa girişte, $\mathrm{e}_{ss} = 0$

İvme girişte, $\mathrm{e}_{ss} = \frac{r_2}{K_{OL}} = \frac{5}{175}$

	ADIM (Basamak) $r(t) = r_0 h(t)$	RAMPA $r(t) = r_1 t h(t)$	İVME $r(t) = r_2 t^2 h(t)$
N	ess	ess	ess
0	$\frac{r_0}{(1+K_{OL})}$	∞	∞
1	0	$\frac{r_1}{K_{OL}}$	∞
2	0	0	$\frac{r_2}{K_{OL}}$
≥ 3	0	0	0

Örnekler

Örnek 4: Eğer bir sistemin konum hata katsayısı $K_p = 1000$ ise bu sistem hakkında neler söyleyebiliriz.

Çözüm 4:

- Sistem kararlıdır.
- Sistemin tip numarası N=0'dır. Tabloya bakacak olursak, Tip 1 ve Tip 2 sistemelerde K_p sonsuzdur.
- Birim basamak giriş uygulanmıştır.
- Sistemin kalıcı durum hatası aşağıdaki gibi bulunur.

$$e_{ss} = \frac{r_0}{(1+K_{OL})} = \frac{1}{1+1000} = \frac{1}{1001}$$

				ADIM (Basamak) $r(t) = r_0 h(t)$	RAMPA $r(t) = r_1 t h(t)$	İVME $r(t) = r_2 t^2 h(t)$
N	**Kp**	**Kv**	**Ka**	**ess**	**ess**	**ess**
0	K_{OL}	0	0	$\frac{r_0}{(1+K_{OL})}$	∞	∞
1	∞	K_{OL}	0	0	$\frac{r_1}{K_{OL}}$	∞
2	∞	∞	K_{OL}	0	0	$\frac{r_2}{K_{OL}}$
≥ 3	∞	∞	∞	0	0	0

Örnekler

Örnek 5: Eğer bir sistemin konum hata katsayısı $K_v = 1000$ ise bu sistem hakkında neler söyleyebiliriz.

Çözüm 5:

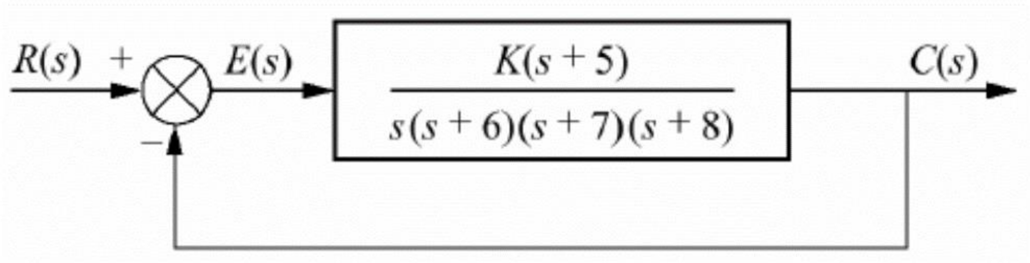
- Sistem kararlıdır.
- Sistemin tip numarası N=1'dir. Tabloya bakacak olursak, Tip 0 sistemde $K_v = 0$ ve Tip 2 sistemelerde K_v sonsuzdur.
- Rampa giriş uygulanmıştır.
- Sistemin kalıcı durum hatası aşağıdaki gibi bulunur.

$$e_{ss} = \frac{1}{K_{OL}} = \frac{1}{1000}$$

				ADIM (Basamak) $r(t) = r_0 h(t)$	RAMPA $r(t) = r_1 t h(t)$	İVME $r(t) = r_2 t^2 h(t)$
N	Kp	Kv	Ka	ess	ess	ess
0	K_{OL}	0	0	$\frac{r_0}{(1+K_{OL})}$	∞	∞
1	∞	K_{OL}	0	0	$\frac{r_1}{K_{OL}}$	∞
2	∞	∞	K_{OL}	0	0	$\frac{r_2}{K_{OL}}$
≥ 3	∞	∞	∞	0	0	0

Örnekler

Örnek 6: Kalıcı durum hatasının maksimum %10 olması için K'nın alabileceği en küçük değeri bulunuz.



Çözüm 6:

Sistem tip 1 yani N=1 bir sistem. Kalıcı durum hatası sıfır olması istense idi sistem girişini adım giriş olarak verirdik ve kalıcı durum hatası sıfır olurdu. Ancak sorudan anlaşılan kalıcı durum hatasının oluşmasına bir orana kadar izin verilebildiği yönünde bu durumda ancak ve ancak girişin **rampa giriş** olması gerekir.

$$N = 1; K_{OL} = \frac{K * 5}{6 * 7 * 8}$$

$$ess = \frac{r_1}{K_{OL}} = \frac{1}{\frac{K * 5}{6 * 7 * 8}} = 0.1$$

$$1 = \frac{K * 0.5}{6 * 7 * 8}$$

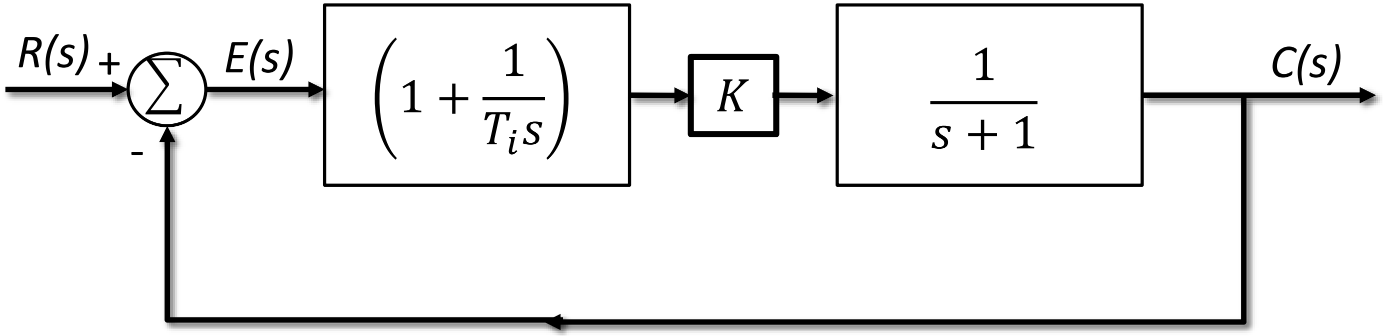
$$K = 672$$

Durgun Durum Hatasını Azaltma Yöntemleri

Durgun durum hatası istenmeyen bir durum olduğuna göre kontrol sistemleri tasarımcılarının bu hatayı önlemek ve azaltmak üzere önlemler geliştirmeleri gereklidir. Belli başlı önlemler

1. Oransal integral (PI) kontrol kullanılarak tip numarasının artırılması
2. Referans girişin modifiye edilmesi
3. İleri bildirim katkısından yararlanmak

Oransal integral (PI) kontrol kullanılarak tip numarasının artırılması



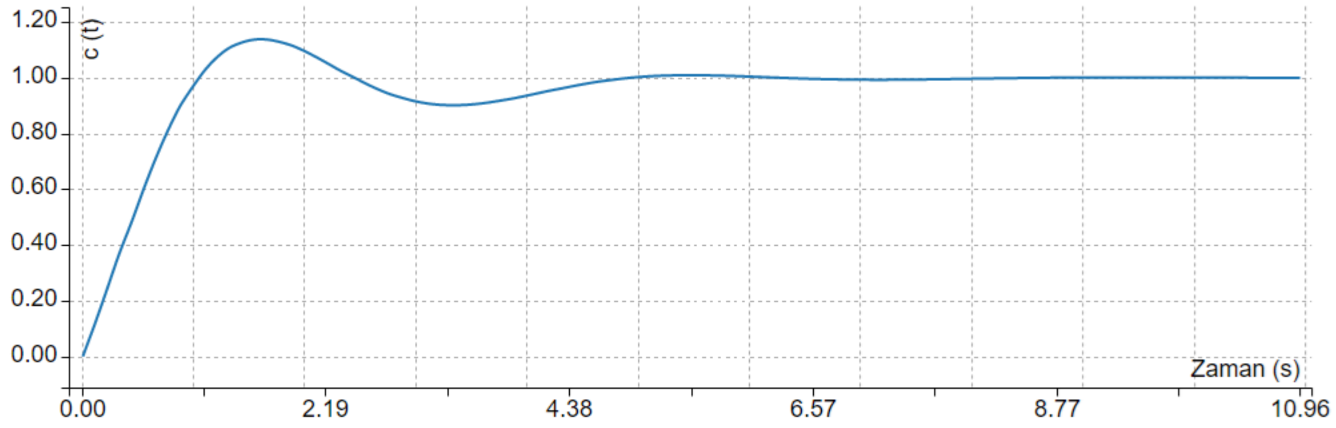
	ADIM (Basamak) $r(t)=r_0h(t)$	RAMPA $r(t)=r_1th(t)$	İVME $r(t)=r_2t^2h(t)$
N	ess	ess	ess
0	$\frac{r_0}{(1+K_{OL})}$	∞	∞
1	0	$\frac{r_1}{K_{OL}}$	∞
2	0	0	$\frac{r_2}{K_{OL}}$
≥ 3	0	0	0

$$G_0(s)=\left(1+\frac{1}{T_i s}\right)\left(\frac{K}{s+1}\right)=\left(\frac{T_i s+1}{T_i s}\right)\left(\frac{K}{s+1}\right)=\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{T_i}}\left(\frac{T_i s+1}{s(s+1)}\right)$$

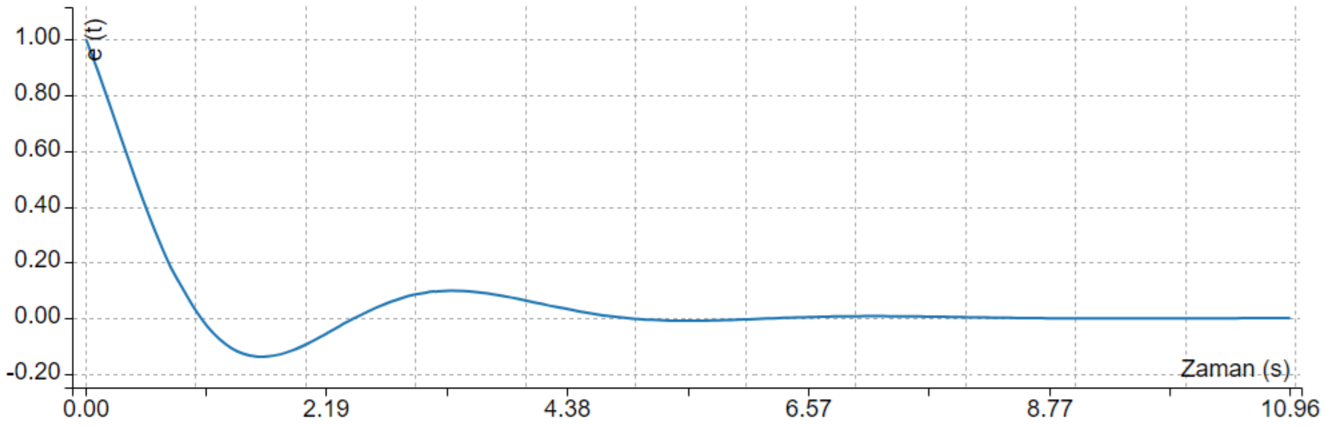
$$K_{OL}=\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{T_i}};N=1;$$

Kalıcı hatanın var olabilmesi için sistemin kararlı olması zorunluluğuna göre
Sistem parametreleri seçilmiş olduğunu düşünerek;
Tabloya göre;
Adım girişte , $\mathrm{e_{ss}}=0$
Rampa girişte, $\mathrm{e_{ss}}=\frac{r_1}{K_{OL}}=\frac{T_i}{K}$
İvme girişte, $\mathrm{e_{ss}}=\infty$

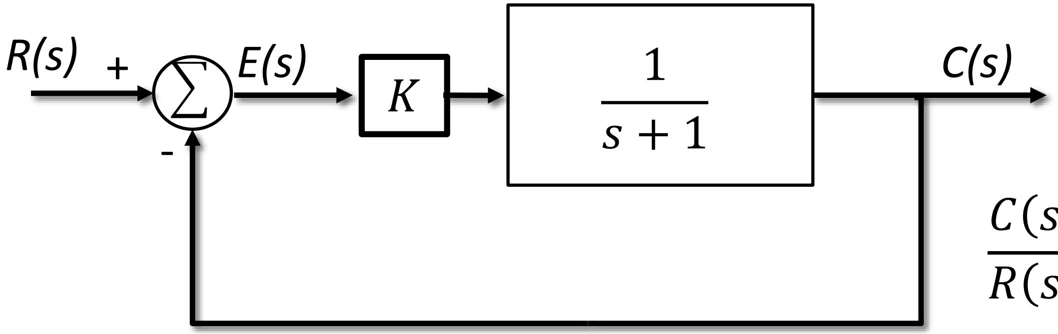
c(t) - Zaman grafiği:

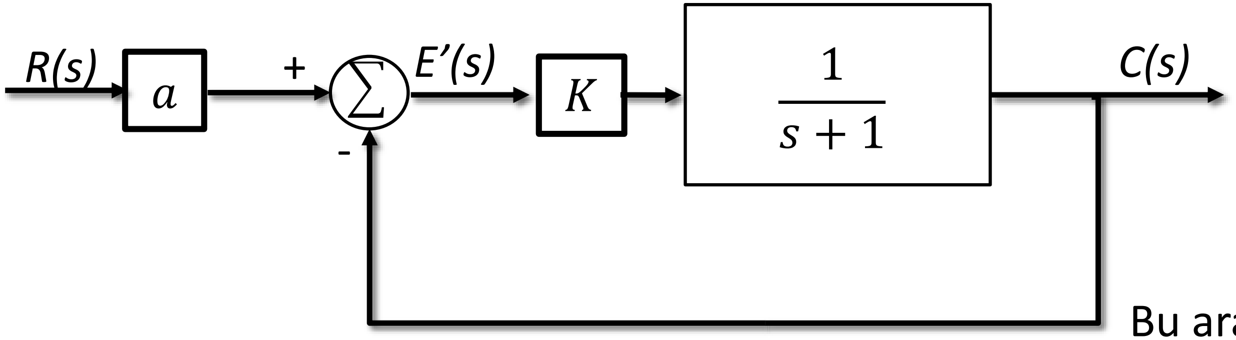


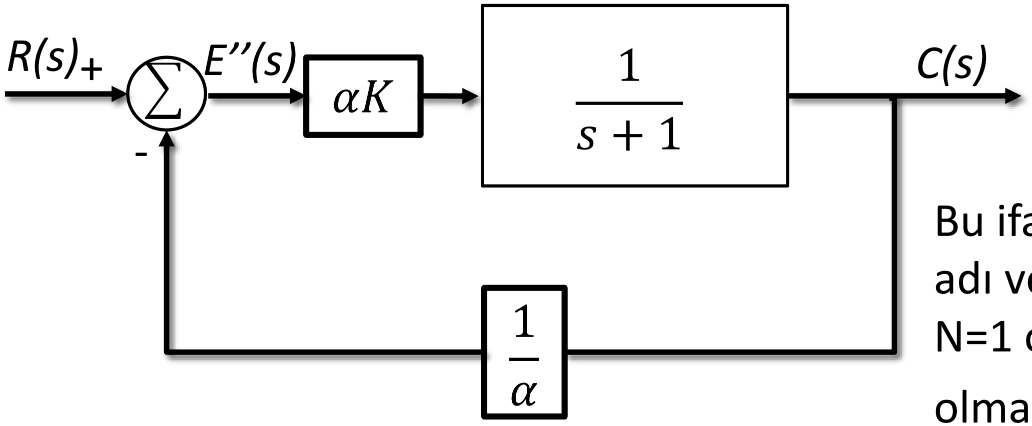
e(t) - Zaman grafiği:



Referans girişin modifiye edilmesi







$$E(s) \neq E'(s) \neq E''(s)$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{\frac{\alpha K}{s+1}}{1 + \left(\frac{\alpha K}{s+1}\right)\frac{1}{\alpha}} = \frac{K\alpha}{s + K + 1}$$

$$E(s) = R(s) - B(s) = R(s) - C(s)$$

$$\frac{E(s)}{R(s)} = 1 - \frac{C(s)}{\mathrm{R}(s)} = 1 - \frac{K\alpha}{s + K + 1}$$

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{s + K + 1 - K\alpha}{s + K + 1}$$

Bu arada

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G_0(s)}$$

$$G_0(s) = \frac{K\alpha}{s + (K + 1 - K\alpha)}$$

Bu ifade eşdeğer açık çevrim transfer fonksiyonu adı verilmektedir.

N=1 olması için $(K + 1 - K\alpha)$ teriminin 0 sıfır olması gerekmektedir. $\alpha = \frac{\mathrm{K}+1}{\mathrm{K}}$;

$$\alpha = \frac{\mathrm{K}+1}{\mathrm{K}} \Longrightarrow G_0 = \frac{\alpha K}{s} = \frac{K+1}{s}; N = 1; K_{OL} = K + 1$$

Tabloya göre;

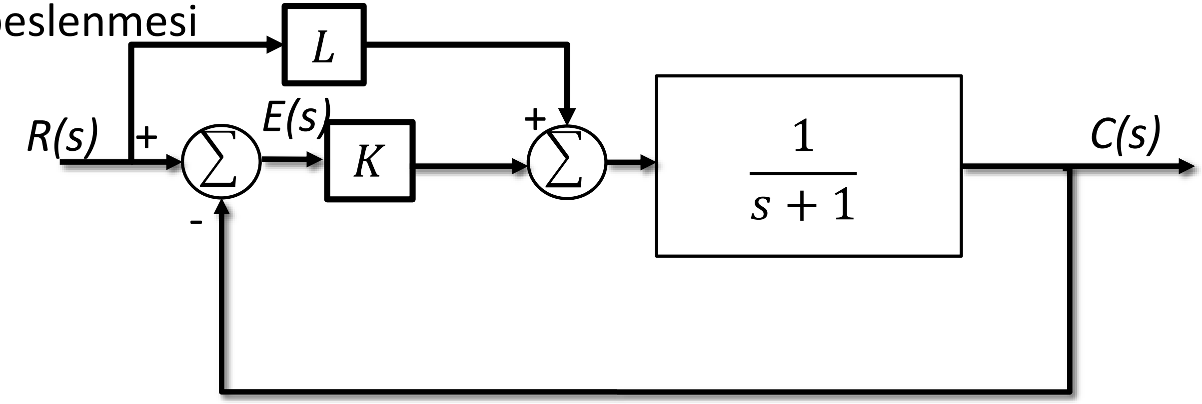
Adım girişte , $\mathrm{e}_{ss} = 0$

Rampa girişte, $\mathrm{e}_{ss} = \frac{r_1}{K_{OL}} = \frac{1}{K+1}$

İvme girişte, $\mathrm{e}_{ss} = \infty$

	ADIM (Basamak) $r(t) = r_0 h(t)$	**RAMPA** $r(t) = r_1 t h(t)$	**İVME** $r(t) = r_2 t^2 h(t)$
N	**ess**	**ess**	**ess**
0	$\frac{r_0}{(1+K_{OL})}$	∞	∞
1	0	$\frac{r_1}{K_{OL}}$	∞
2	0	0	$\frac{r_2}{K_{OL}}$
≥ 3	0	0	0

R(s)’in ileri beslenmesi



$L \Rightarrow N'$yi (tip numarasını) mümkün olan en büyük değere ulaştırmak üzere seçilecektir.
Blok diyagramdan;

$$[\{R(s) - C(s)\}K + LR(s)]\frac{1}{s+1} = C(s)$$

$$\frac{(K+L)}{K+(s+1)} = \frac{C(s)}{R(s)}$$

$$\frac{E(s)}{R(s)} = 1 - \frac{C(s)}{\mathrm{R}(s)} = 1 - \frac{(K+L)}{K+(s+1)}$$

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{s+K+1-(K+L)}{s+K+1} = \frac{s+1-L}{s+1+K} = \frac{1}{1+G_0(s)}$$

$$G_0(s) = \frac{K+L}{s+1-L}$$

N=1 olması için $(1 - L)$ teriminin 0 sıfır olması gerekmektedir. $L = 1$;

$$L = 1 \Longrightarrow G_0 = \frac{K+1}{s}; N = 1; K_{OL} = K + 1$$

Tabloya göre;

Adım girişte , $e_{ss} = 0$

Rampa girişte, $e_{ss} = \frac{r_1}{K_{OL}} = \frac{1}{K+1}$

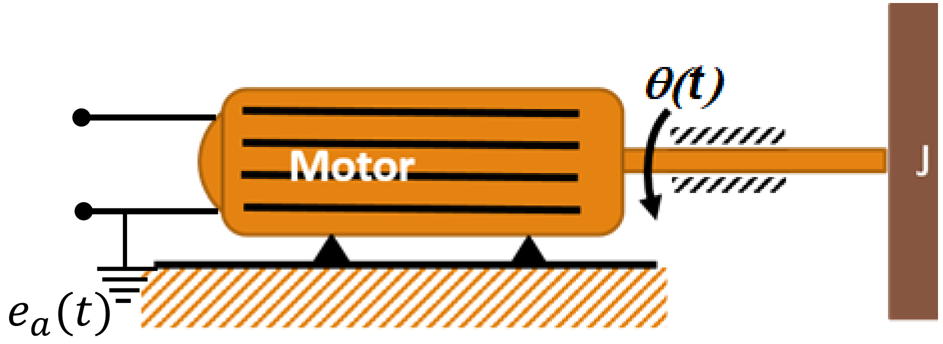
İvme girişte, $e_{ss} = \infty$

	ADIM (Basamak) $r(t) = r_0 h(t)$	RAMPA $r(t) = r_1 t h(t)$	İVME $r(t) = r_2 t^2 h(t)$
N	ess	ess	ess
0	$\frac{r_0}{(1 + K_{OL})}$	∞	∞
1	0	$\frac{r_1}{K_{OL}}$	∞
2	0	0	$\frac{r_2}{K_{OL}}$
≥ 3	0	0	0

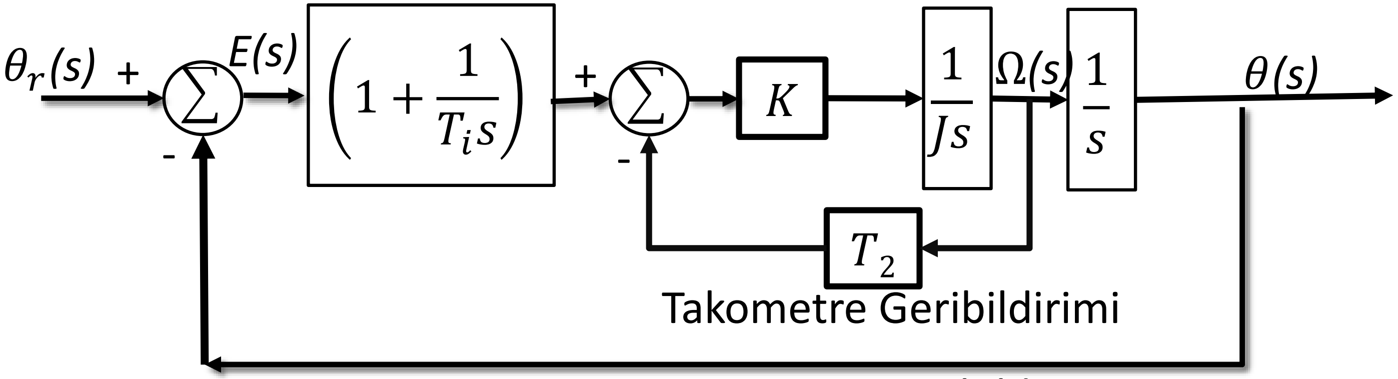
Özet

Son iki metod oransal-integral kontrolcü kullanmakla karşılaştırıldıklarında çok daha uygundur.

Çünkü sistemin derecesini artırmazlar, PI kontrol sistemin derecesini 1’den 2’ye artırır. Diğer taraftan son iki metotda da $\alpha\ ve\ L$ değerlerinin tam olarak belirlenmesi gerekmektedir.



Motor
$\theta(t)$
J
$e_a(t)$



$\theta_r(s)$
+
-
$E(s)$
$\left(1+\frac{1}{T_i s}\right)$
+
-
K
$\frac{1}{Js}$
$\Omega(s)$
$\frac{1}{s}$
$\theta(s)$
T_2
Takometre Geribildirimi
Potansiyometre Geribildirimi