Otomatik Kontrol

Kapalı Çevrim Kontrol Sistemin İşlevsel Kalitesi

Hazırlayan: Dr. Nurdan Bilgin

Kapalı Çevrim Kontrol
Kapalı Çevrim Kontrol Sistemin İşlevsel Kalitesi

Kapalı Çevrim Kontrol Sistemin İşlevsel Kalitesi aşağıdaki kriterlerle ölçülür.

1. Referans girişi mümkün olduğunca yakın izleme yetkinliği **[Servo Karakteristiği]**.
2. Bozucu giriş D(s)'in sisteme etkisinin bastırılmasında gösterilen yetkinlik. Yani sistemin çıkışı bozucu girişten mümkün olduğunca az etkilenecek. **[Regülatör Karakteristiği]**
3. Kontrolcü, eyletici, sistem ve algılayıcı dinamiklerindeki parametre değişimlerinden ve belirsizliklerden sistem çıkışının en az etkilenmesini sağlamada yeterlilik. **[Sistem belirsizliklerine karşı dayanıklılık]**

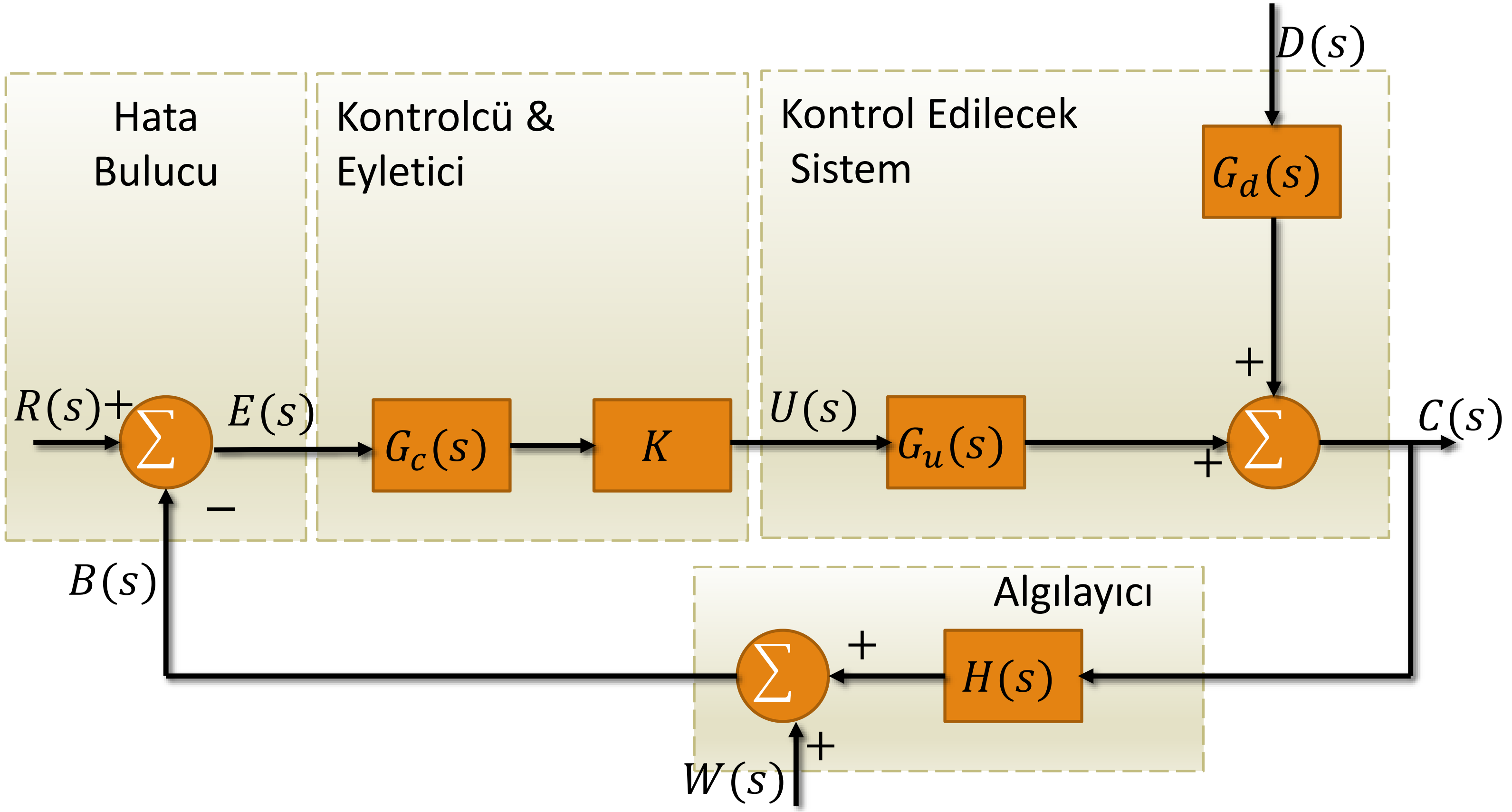
Kapalı Çevrim Kontrol
Kapalı Çevrim Kontrol Sistemin İşlevsel Kalitesi

Literatürde, tasarımlarının dayandığı kriterlere bağlı olarak sıkça rastlanan iki temel kontrol sistemi vardır:

a) Servomekanizmalar (Servo)

b) Regülatörler

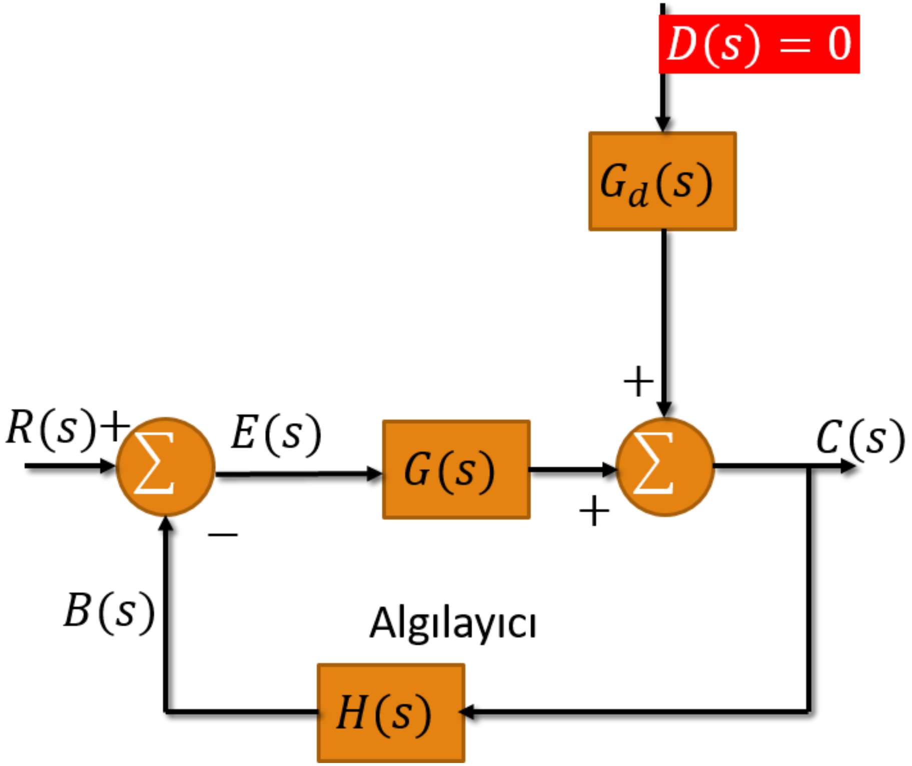
Kapalı Çevrim Kontrol



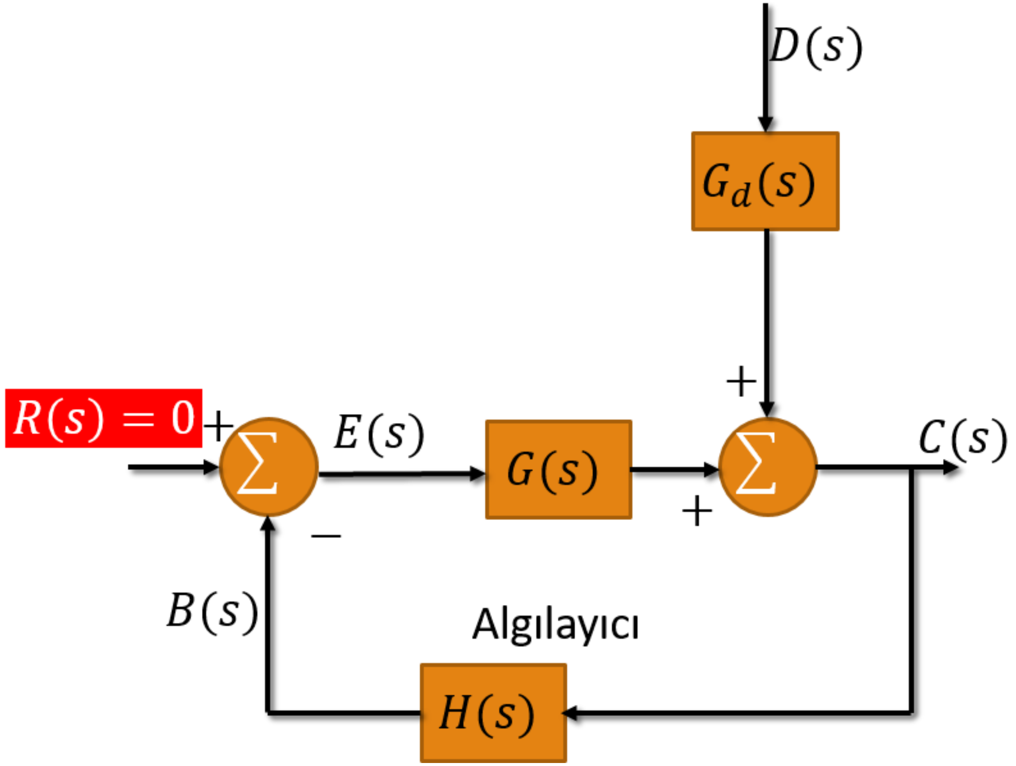
Kapalı Çevrim Kontrol

Kapalı Çevrim Kontrol Sistemin İşlevsel Kalitesi

Servo Karakteristiği



Regülatör Karakteristiği



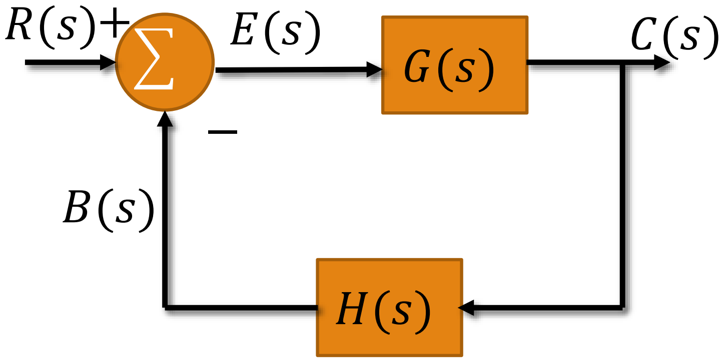
$W(s) = 0$ kabul edilmiştir ve $G(s) = KG_c(s)\ G_u(s)$

Kapalı Çevrim Kontrol
Servo Karakteristiği

Bozucu girdinin olmaması durumunda, kapalı çevrim kontrol sisteminin refarans girişi izleme yeteneğine servo karakteristiği denir. Başka bir deyişle servo karakteristiği

$$G_{ER}(s) = \frac{1}{1 + G(s)H(s)} = 0$$

Transfer fonksiyonuna sahip olma durumu olarak da açıklanır.



İleri Bildirim TF$\equiv \frac{C(s)}{E(s)} = G(s)$

Geri Bildirim TF$\equiv \frac{B(s)}{C(s)} = H(s)$

Birim Geri Bildirim: $H(s) = 1$

Açık Çevrim TF

$$G_o(s) \equiv \frac{B(s)}{C(s)} = G(s)H(s)$$

Kapalı Çevrim TF

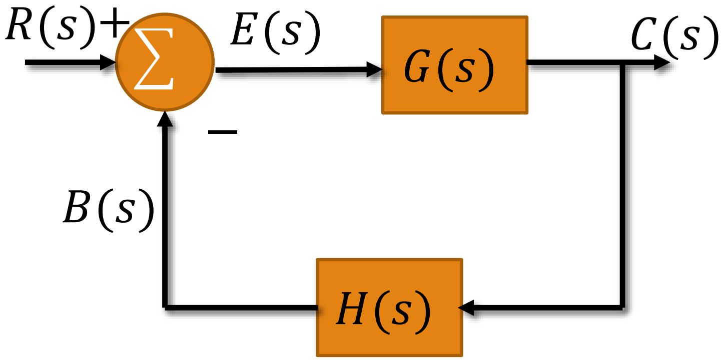
$$\mathrm{M(s)} \equiv \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

Hata TF

$$G_{ER}(s) \equiv \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G(s)H(s)}$$

Kapalı Çevrim Kontrol
Servo Karakteristiği

Servo karakteristiğini çalışmak için R(s) dışındaki tüm girişleri sıfır kabul ediyoruz. Böylelikle blok diyagramı aşağıdaki forma dönüşür. Bu forma 1G1Ç'lı sistemin temel biçimi (canonical form) denir.



İleri Bildirim TF $\equiv \frac{C(s)}{E(s)} = G(s)$

Geri Bildirim TF$\equiv \frac{B(s)}{C(s)} = H(s)$

Birim Geri Bildirim: $H(s) = 1$

Açık Çevrim TF

$$G_o(s) \equiv \frac{B(s)}{C(s)} = G(s)H(s)$$

Kapalı Çevrim TF

$$\mathrm{M(s)} \equiv \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

Hata TF

$$G_{ER}(s) \equiv \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G(s)H(s)}$$

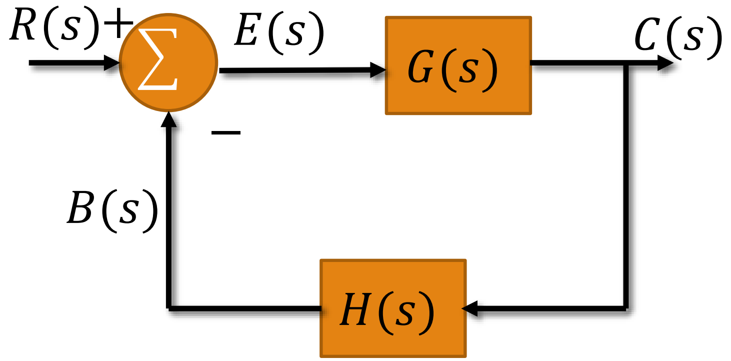
Kapalı Çevrim Kontrol
Servo Karakteristiği

Servo karakteristiği

$$G_{ER}(s) = \frac{1}{1 + G(s)H(s)} = 0$$

olması için. $1 + G(s)H(s) \rightarrow \infty$. Hatırlayalım $G(s) = KG_c(s)\, G_u(s)$.

Dolayısıyla $K \rightarrow \infty\; G(s) \rightarrow \infty$



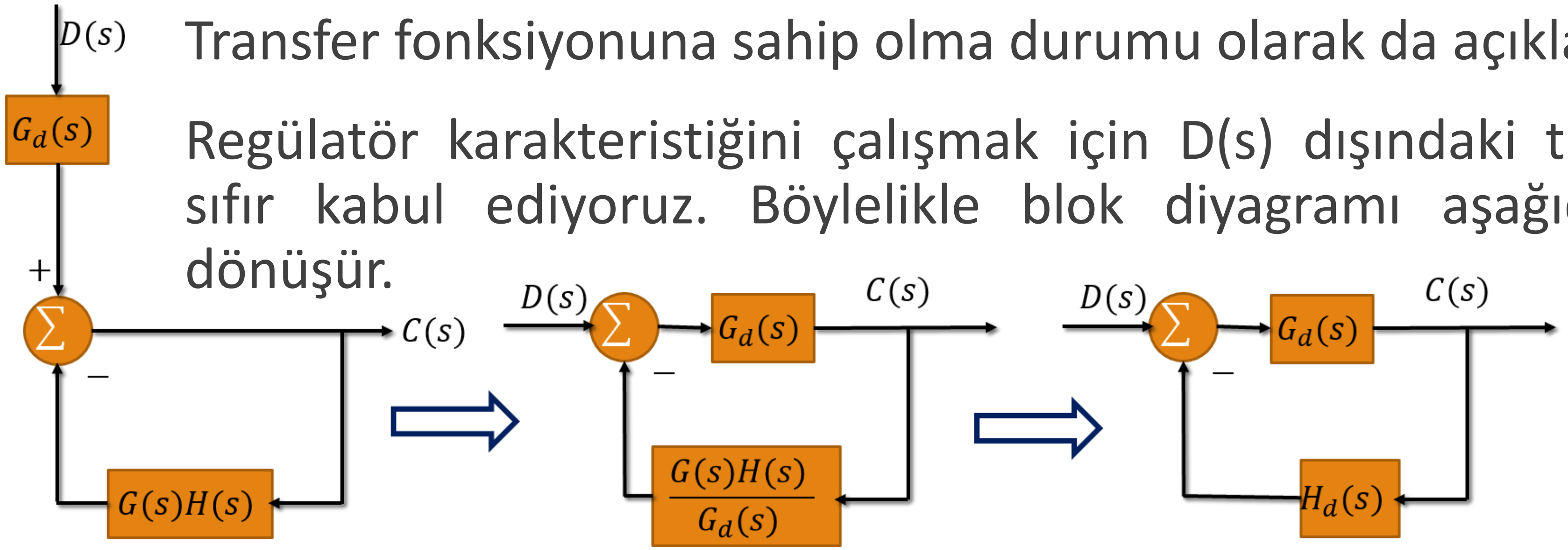
Kapalı Çevrim Kontrol
Regülatör Karakteristiği

Referans girişin olmaması durumunda, kapalı çevrim kontrol sisteminin bozucu giriş D(s)'nin sisteme olan etkisini en aza indirme yeteneğine regülatör karakteristiği denir. Başka bir deyişle regülatör karakteristiği

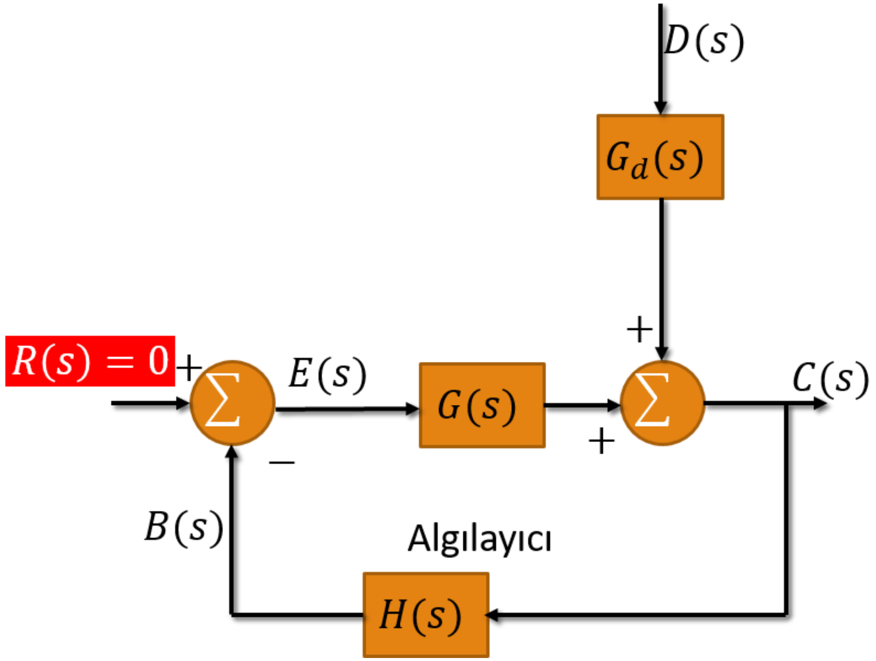
$$G_{ED}(s) = \frac{E(s)}{D(s)} = -\frac{G_d(s)H(s)}{1+G(s)H(s)} = 0$$

Transfer fonksiyonuna sahip olma durumu olarak da açıklanır.

Regülatör karakteristiğini çalışmak için D(s) dışındaki tüm girişleri sıfır kabul ediyoruz. Böylelikle blok diyagramı aşağıdaki forma dönüşür.



Kapalı Çevrim Kontrol
Regülatör Karakteristiği



Regülatör karakteristiği

$$G_{ED}(s) = \frac{E(s)}{D(s)} = -\frac{G_d(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)} = 0$$

olması için. $1 + G(s)H(s) \to \infty$.

Hatırlayalım $G(s) = KG_c(s)\, G_u(s)$.

Dolayısıyla $K \to \infty\ G(s) \to \infty$

Kapalı Çevrim Kontrol
Sistem belirsizliklerine karşı dayanıklılık

Herhangi bir kontrol sisteminin elemanlarının (sistem,kontrolcü, eyletici ve algılayıcı vs. gibi) parametreleri tam olarak bilinemez, çünkü

- Zamana ve kullanıma bağlı yıpranmalar kaçınılmazdır.
- En başta üretimlerinde ve modellenmelerinde hatalar barındırıyor olabilirler.

Bu nedenlerle kontrol sistemleri böylesi parametrelerin değişim ve belirsizliklerine karşı mümkün olduğunca iyi duyarsız hale getirilmelidir.

Kapalı Çevrim Kontrol
Sistem belirsizliklerine karşı dayanıklılık

$x = x(a, b)$ yani a, b parametrelerine bağlı bir x niceliği ele alındığında

Değişimler veya belirsizlikler, küçük varyasyonları ifade eden $\delta x, \delta a, \delta b$ gibi gösterilir.

Bu durumda değişimler veya belirsizliklerin yüzdesi ise

$$\frac{\delta x}{x}, \frac{\delta a}{a}, \frac{\delta b}{b}$$

olur. Küçük varyasyonlar düşünüldüğünde

$$\delta x = \frac{\partial x}{\partial a}\delta a + \frac{\partial x}{\partial b}\delta b \qquad (1)$$

Olur.

Kapalı Çevrim Kontrol
Sistem belirsizliklerine karşı dayanıklılık

$$\delta x = \frac{\partial x}{\partial a}\delta a + \frac{\partial x}{\partial b}\delta b \qquad (1)$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\delta x}{x} = \underbrace{\frac{a}{x}\frac{\partial x}{\partial a}}_{S_a^x}\frac{\delta a}{a} + \underbrace{\frac{b}{x}\frac{\partial x}{\partial b}}_{S_b^x}\frac{\delta b}{b} \qquad (2)$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\delta x}{x} = S_a^x\frac{\delta a}{a} + S_b^x\frac{\delta b}{b} \qquad (3)$$

Burada

S_a^x: x’in a’ya bağlı hassasiyeti

S_b^x:x’in b’ye bağlı hassasiyeti denilmektedir.

Hassasiyetin Kullanışlı Özellikleri

1. Eğer y=y(x) ve x=x(a,b), o zaman

$$S_a^y = S_x^y S_a^x$$

2. Eğer x=x(a,b), a=a(d) ve b=b(d) ise bu durumda

$$S_d^x = S_a^x S_d^a + S_b^x S_d^b$$

$$\frac{\delta x}{x} = S_a^x \frac{\delta a}{a} + S_b^x \frac{\delta b}{b} \qquad (3)$$

Kapalı Çevrim Kontrol
Sistem belirsizliklerine karşı dayanıklılık

a'daki yüzde değişim $\dfrac{\delta a}{a} = \pm\pi_a$

b'deki yüzde değişim $\dfrac{\delta b}{b} = \pm\pi_b$

x'deki yüzde değişim $\dfrac{\delta x}{x} = \pm\pi_x$

olarak tanımlansın.
Bu durumda π_x'in en kötü durumu

$$\boxed{\pi_x = |S_a^x \pi_a| + |S_b^x \pi_b| \qquad (4)}$$

Kapalı Çevrim Kontrol
Sistem belirsizliklerine karşı dayanıklılık için Örnekler

Örnek 1: $x = 4a^2 + 6b^{-3}$ (1) olarak veriliyor. $a = 1 \pm 0.01$ ve $b = 1 \pm 0.005$ olmak üzere x'in nominal değerini ve belirsizliğini bulunuz.

Çözüm:

$\pi_x = |S_a^x \pi_a| + |S_b^x \pi_b|$ (2)

$a = a_{nom} = 1$, b= $b_{nom} = 1 \therefore$ (1)→ $x = 4a^2 + 6b^{-3} = x = 4 * 1^2$ +6 $*$ $1^{-3} = 10$

$$\pi_a = \frac{|\delta a|_{max}}{|a_{nom}|} = 0.01$$

$$\pi_b = \frac{|\delta b|_{max}}{|b_{nom}|} = \frac{0.005}{1} = 0.005$$

Kapalı Çevrim Kontrol
Sistem belirsizliklerine karşı dayanıklılık için Örnekler

Çözüm Devam:

$$\pi_x = |S_a^x \pi_a| + |S_b^x \pi_b| \quad (2)$$

$$S_a^x = \frac{a}{x}\frac{\partial x}{\partial a} = \frac{a}{x} 8a = 0.8$$

$$S_b^x = \frac{b}{x}\frac{\partial x}{\partial b} = \frac{b}{x}(-18b) = -1.8$$

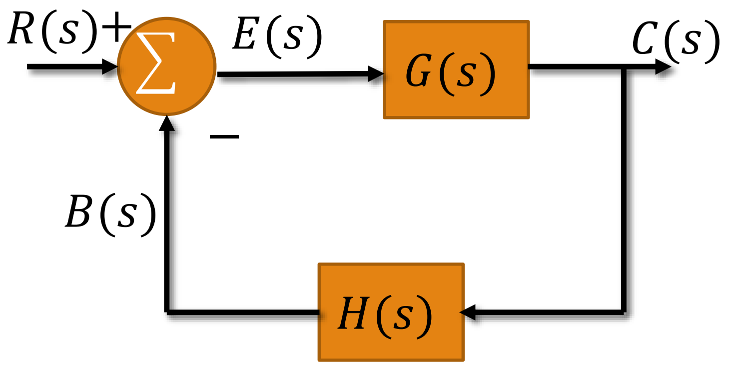
$$\pi_x = |S_a^x \pi_a| + |S_b^x \pi_b| = |0.8 * 0.01| + |-1.8 * 0.005| = 0.017$$

$$\pi_x = \frac{|\delta x|_{max}}{|x_{nom}|} \Rightarrow |\delta x|_{max} = \pi_x * |x_{nom}| = 0.017 * 10 = 0.17$$

$$\therefore x = 10 \pm 0.17$$

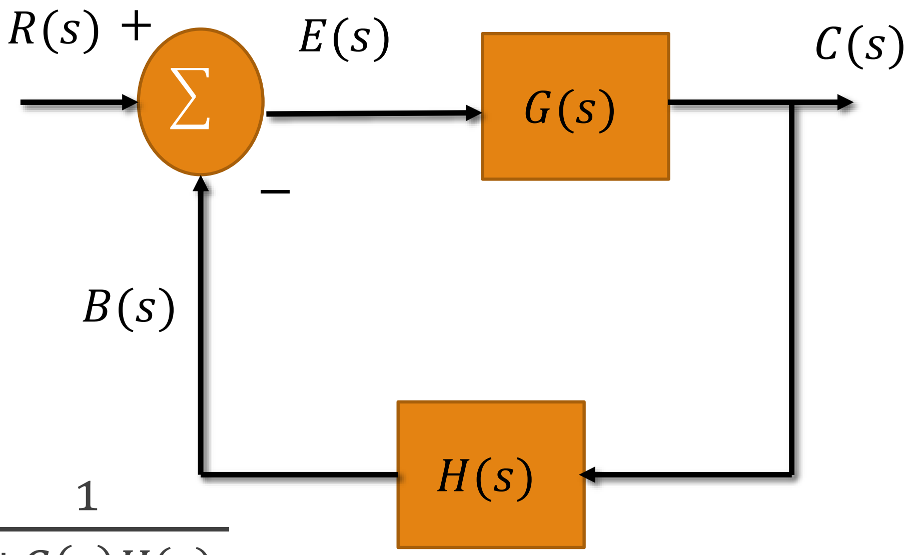
Kapalı Çevrim Kontrol
Sistem belirsizliklerine karşı dayanıklılık için Örnekler

Örnek 2: Aşağıdaki temel biçim gösteriminde $\frac{\delta G}{G}$ ve $\frac{\delta H}{H}$ cinsinden $\frac{\delta M}{M}$'i bulunuz.



Kapalı Çevrim Kontrol
Sistem belirsizliklerine karşı dayanıklılık için Örnekler

Örnek 2’nin Çözümü:



$$\mathrm{M(s)} \equiv \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$$

$$\frac{\delta M}{M} = S_G^M \frac{\delta G}{G} + S_H^M \frac{\delta H}{H}$$

Burada

$$S_G^M = \frac{G}{M}\frac{\partial M}{\partial G} = \frac{G(s)}{\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}} \frac{1*\big(1+G(s)H(s)\big)-H(s)G(s)}{(1+G(s)H(s))^{2}} = \frac{1}{1+G(s)H(s)}$$

$$S_H^M = \frac{H}{M}\frac{\partial M}{\partial H} = \frac{H(s)}{\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}} \frac{-G(s)*G(s)}{(1+G(s)H(s))^{2}} = \frac{-G(s)H(s)}{1+G(s)H(s)} = -MH$$

Kapalı Çevrim Kontrol
Sistem belirsizliklerine karşı dayanıklılık için Örnekler

Örnek 2'nin Çözümü:

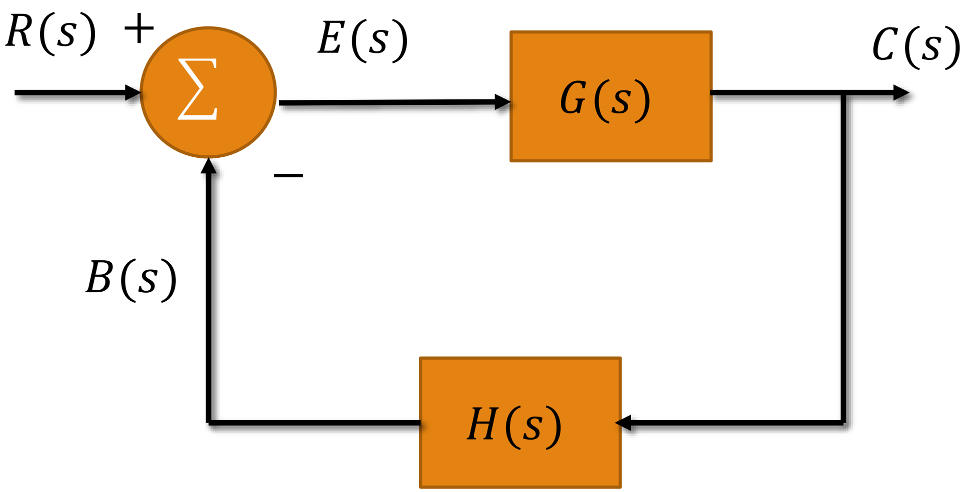
Dikkat:

$$\lim_{|GH|\to\infty} S_G^M = 0$$

$$\lim_{|GH|\to\infty} S_H^M = \lim_{|GH|\to\infty} \frac{-G(s)H(s)}{1+G(s)H(s)} = \lim_{|GH|\to\infty} \frac{G(s)H(s)(-1)}{G(s)H(s)\left(\frac{1}{G(s)H(s)}+1\right)} = -1$$

Çevrim kazancı ($|GH|$)arttığında,

S_G^M, düşer fakat S_H^M artar.



Örnek 3: Bir önceki örnekte $G(s) = \frac{K}{s(s+p)}$ ve $H(s) = \frac{1}{Ts+1}$ olması durumunda S_K^M , S_p^M ve S_T^M'i bulunuz.

Çözüm:

Hassasiyetin Kullanışlı Özellikleri

Eğer y=y(x) ve x=x(a,b), o zaman

$$S_a^y = S_x^y S_a^x$$

Eğer x=x(a,b), a=a(d) ve b=b(d) ise bu durumda

$$S_d^x = S_a^x S_d^a + S_b^x S_d^b$$

Örnek 3'ün Devamı:

Özelliğe göre,

$$S_K^M = S_G^M S_K^G + S_H^M \underbrace{S_K^H}_{0}$$

$$S_K^G = \frac{K}{G}\frac{\partial G}{\partial K} = \frac{K}{\frac{K}{s(s+p)}}\frac{s(s+p)}{[s(s+p)]^2} = 1$$

$$S_G^M = \frac{G}{M}\frac{\partial M}{\partial G} = \frac{1}{1+G(s)H(s)} = \frac{1}{1+\frac{K}{s(s+p)}\frac{1}{(Ts+1)}} = \frac{s(s+p)(Ts+1)}{s(s+p)(Ts+1)+K}$$

$$S_K^M = \frac{s(s+p)(Ts+1)}{s(s+p)(Ts+1)+K} \qquad [Büyük\ K'lar\ için\ S_K^M \cong 0]$$

Kapalı Çevrim Kontrol
Sistem belirsizliklerine karşı dayanıklılık için Örnekler

Örnek 3'ün Devamı:

Egzersiz olarak;

$$S_p^M = \frac{ps(Ts+1)}{s(s+p)(Ts+1)+K} \qquad [Büyük\ K'lar\ için\ S_p^M \cong 0]$$

$$S_T^M = \frac{KTs}{(Ts+1)[s(s+p)(Ts+1)+K]} \quad [Büyük\ K'lar\ için\ S_T^M \cong -\frac{Ts}{Ts+1}]$$

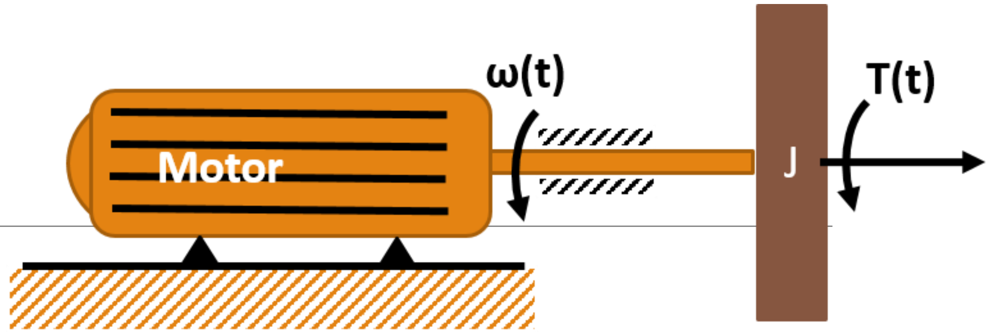
Olduğunu gösteriniz.

Sonuç:

Büyük K seçimi ile ileri bildirim elemanlarındaki (sistem, kontrolcü ve eyletici) belirsizlikler baskılanabilmektedir.

Tersine büyük K geri bildirim elemanlarının etkisini daha baskın hale getirmektedir.

Kapalı Çevrim Kontrol
Sistem belirsizliklerine karşı dayanıklılık için Örnekler



Örnek 4: Doğru akım motoru kullanılarak sürülen bir rotorun hız kontrolünü yapmak istediğimizi düşünelim. Diskin atalet momenti J, Motor tarafından uygulanan voltaj $u(t)$ olsun. Sistemin tork çıkışı $T(t) = K_u u(t) - K_\omega \omega(t)$ (1) olarak verilsin. Burada $\omega(t)$ motorun açısal hızıdır. Varsayalım ki motora uygulanan voltaj $u(t) = K[\omega_r(t) - \omega(t)]$ (2) şeklinde değişmektedir. Burada $\omega_r(t)$ diskin arzulanan hızını göstermektedir. Aynı zamanda (2) denklemindeki K ifadesinin oransal kontrol (P-control) kazancını ifade ettiğine dikkat edin], Burada $\omega_r(t)$ ve $\omega(t)$ potansiyometre ve takometreden gelen büyüklüklerdir. Bu büyüklükler ölçüm sırasında voltaja dönüştürülmektedir.

Problemimiz, yukarıda tanıtılan sistem için, K_u'daki belirsizlik $\pm\%10$, K_ω'deki belirsizlik $\pm\%5$ olduğu halde $\omega(t)$'nın belirsizlik değerini $\pm\%1$'in üzerine çıkarmayacak K değerleri aralığını bulmaktır.

Örnek 4'ün Çözümü

Soruda verilen denklemler:

$$T(t) = K_u u(t) - K_\omega \omega(t) \qquad (1)$$

$$u(t) = K[\omega_r(t) - \omega(t)] \qquad (2)$$

Sistemin Matematiksel Modeli

$$T(t) = J\dot{\omega}(t) \qquad (3)$$

Önce, (2)'yi (1)'de yerine koyalım,

$$T(t) = K_u\big[K[\omega_r(t) - \omega(t)]\big] - K_\omega \omega(t) \qquad (1a)$$

ardından (1a) ve (3)'ün sağ taraflarını birbirine eşitleyelim.

$$K_u\big[K[\omega_r(t) - \omega(t)]\big] - K_\omega \omega(t) = J\dot{\omega}(t) \qquad (4)$$

Örnek 4'ün Çözümü

$$K_u\left[K[\omega_r(t) - \omega(t)]\right] - K_\omega \omega(t) = J\dot{\omega}(t) \qquad (4)$$

(4)'ü düzenleyelim.

$$K_u K \omega_r(t) = J\dot{\omega}(t) + (K_u K + K_\omega)\omega(t) \qquad (4a)$$

Kalıcı durumda

$$\dot{\omega}(t) \to 0$$

$$\omega(t) \to \omega_{ss}$$

$$\omega_r(t) \to \omega_r$$

$$\omega_{ss} = \frac{K_u K}{K_u K + K_\omega} \omega_r \qquad (5)$$

Örnek 4'ün Çözümü

$$\omega_{ss} = \frac{K_u K}{K_u K + K_\omega}\omega_r \qquad (5)$$

Görüldüğü gibi $\omega_{ss} = \omega_{ss}(K_u,\ K_\omega, K, \omega_r)$ şeklindedir.

$$\pi_x = |S_a^x \pi_a| + |S_b^x \pi_b|$$

Denklemini hatırlayalım ve kendi problemimize uyarlayalım.

$$\pi_{\omega_{ss}} = \left|S_{K_\omega}^{\omega_{ss}} \pi_{K_\omega}\right| + \left|S_{K_u}^{\omega_{ss}} \pi_{K_u}\right| + \left|S_K^{\omega_{ss}} \underbrace{\pi_K}_{0}\right| + \left|S_{\omega_r}^{\omega_{ss}} \underbrace{\pi_{\omega_r}}_{0}\right|$$

K ve ω_r 'de belirsizlik olduğuna ilişkin herhangi bir bilgi olmadığı için, belirsizlik olmadığına karar verdik, onları sıfır olarak aldık.

$$\pi_{\omega_{ss}} = \left|S_{K_\omega}^{\omega_{ss}} \pi_{K_\omega}\right| + \left|S_{K_u}^{\omega_{ss}} \pi_{K_u}\right| \qquad (6)$$

Örnek 4'ün Çözümü

$$\omega_{ss} = \frac{K_u K}{K_u K + K_\omega}\omega_r \qquad (5)$$

Görüldüğü gibi $\omega_{ss} = \omega_{ss}(K_u,\ K_\omega, K, \omega_r)$ şeklindedir.

$$\pi_x = |S_a^x \pi_a| + |S_b^x \pi_b|$$

Denklemini hatırlayalım ve kendi problemimize uyarlayalım.

$$\pi_{\omega_{ss}} = \left|S_{K_\omega}^{\omega_{ss}} \pi_{K_\omega}\right| + \left|S_{K_u}^{\omega_{ss}} \pi_{K_u}\right| + \left|S_{K}^{\omega_{ss}} \underbrace{\pi_K}_{0}\right| + \left|S_{\omega_r}^{\omega_{ss}} \underbrace{\pi_{\omega_r}}_{0}\right|$$

K ve ω_r 'de belirsizlik olduğuna ilişkin herhangi bir bilgi olmadığı için, belirsizlik olmadığına karar verdik, onları sıfır olarak aldık.

$$\pi_{\omega_{ss}} = \left|S_{K_\omega}^{\omega_{ss}} \pi_{K_\omega}\right| + \left|S_{K_u}^{\omega_{ss}} \pi_{K_u}\right| \qquad (6)$$

Örnek 4’ün Çözümü

$$S_{K_\omega}^{\omega_{ss}} = \frac{K_\omega}{\omega_{ss}}\frac{\partial\omega_{ss}}{\partial K_\omega} = \frac{K_\omega}{\frac{K_u K}{K_u K + K_\omega}}\left(\frac{-K_u K}{(K_u K + K_\omega)^2}\right) = \frac{-K_\omega}{K_u K + K_\omega}$$

$$S_{K_u}^{\omega_{ss}} = \frac{K_u}{\omega_{ss}}\frac{\partial\omega_{ss}}{\partial K_u} = \frac{K_u}{\frac{K_u K}{K_u K + K_\omega}}\left(\frac{K(K_u K + K_\omega) - K K_u K}{(K_u K + K_\omega)^2}\right) = \frac{K_\omega}{K_u K + K_\omega}$$

$$\pi_{K_\omega} = 0.05\,;\, \pi_{K_u} = 0.1$$

Böylece

$$\pi_{\omega_{ss}} = \frac{0.15K_\omega}{K_u K + K_\omega}$$

$$\pi_{\omega_{ss}} \leq 0.01 \to \frac{0.15K_\omega}{K_u K + K_\omega} \leq 0.01 \to K \geq \frac{0.14K_\omega}{K_u}$$

K, ω_r’dan bağımsız.

Kapalı Çevrim Kontrol
Kapalı Çevrim Kontrol Sistemin Genel Gereklilikleri

Bir önceki derslerimizde Kapalı Çevrim Kontrol Sistemin İşlevsel Kalitesini üç temel özellik

- ✓Regülatör
- ✓Servo
- ✓Parametre hassasiyeti

üzerinden tartışmıştık. Sonuç olarak, büyük K seçimi ile ileri bildirim elemanlarındaki (sistem, kontrolcü ve eyletici) belirsizliklerin baskılanabildiğini, tersine büyük K seçiminin, geri bildirim elemanlarının etkisini daha baskın hale getirdiğini görmüştük. Son olarak, kontrol sistemlerinin parametre değişim ve belirsizliklerine karşı mümkün olduğunca sağlam tasarlanması gerektiğini tartışmıştık.

Bu genel iyileştirmelere rağmen, tüm uygulamalar için aşağıdaki genel gereklilikler karşılanmaksızın bir kontrol sisteminin genel performansı tatmin edici olmaz:

- ✓ **Kararlılık**
- ✓ **Sistemlerin Kalıcı Durum Davranışı**
- ✓ **Sistemlerin Geçici Durum Davranışı**

Kapalı Çevrim Kontrol
Kapalı Çevrim Kontrol Sistemin Genel Gereklilikleri

Referans Giriş değiştiğinde veya bozucu giriş değiştiğinde

I. Kontrollü çıkış geçiş cevabı sönümlenmeli ve sürekli bir duruma ulaşılmalıdır.
II. Bu, kontrollü çıkışın yeni durgun durum değeri yine istenilen referans değere mümkün olan en yakın değerde olmalıdır.
III. Geçişler, çok fazla dalgalanma yapmadan mümkün olduğunca çabuk sönümlenmelidir.

Bu koşulların başarılması için kontrol parametrelerinin ayarlanması gerekir. Bu parametreler

Kapalı Çevrim Kontrolde

$$K \Rightarrow Kontrol\ Kazançları$$

$$G_c(s) \Rightarrow Kontrolcü\ transfer\ fonksiyonu$$

- Açık Çevrim Kontrolde

$$G_r(s) ve\ G_d^*(s)$$

Hatırlatma: Açık çevrim kontrolde referans girişin sisteme nasıl dahil edileceğini gösteren transfer fonksiyonu $G_r(s)$ ve Tahmin edilen bozucu girişin sisteme ne şekilde ekleneceğini gösteren transfer fonksiyonu da $G_d^*(s)$ dir.

Kapalı Çevrim Kontrol Sistemin Genel Gereklilikleri
Test Girişlerinin Tanıtılması

gibi doğrusal zamanla değişen bir sistemi ele alalım.

$$Y(s) = G(s)X(s)$$

Kontrol sistemlerinde sistemlerin çıkışını test etmek üzere kullanılan test girişleri vardır. Bunlar sırasıyla

- İmpuls,
- Adım,
- Rampa ve
- Parabol (İvme) girişi

olarak adlandırılırlar.

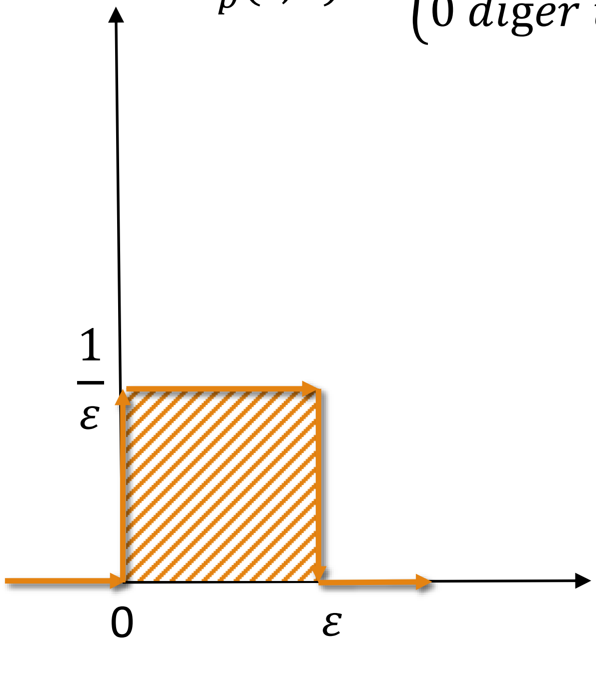
Kapalı Çevrim Kontrol Sistemin Genel Gereklilikleri

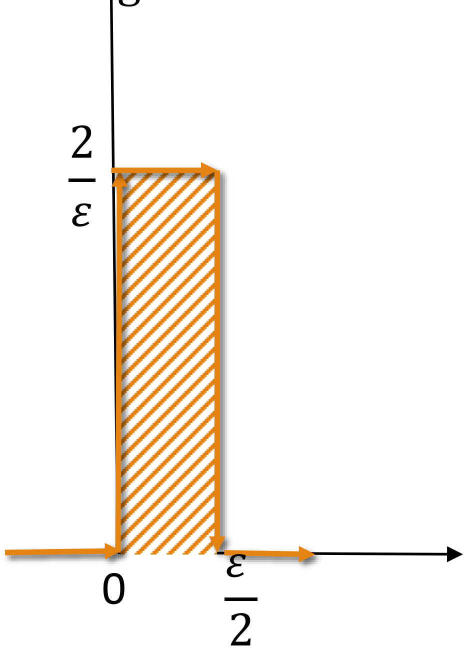
Test Girişlerinin Tanıtılması : Impuls

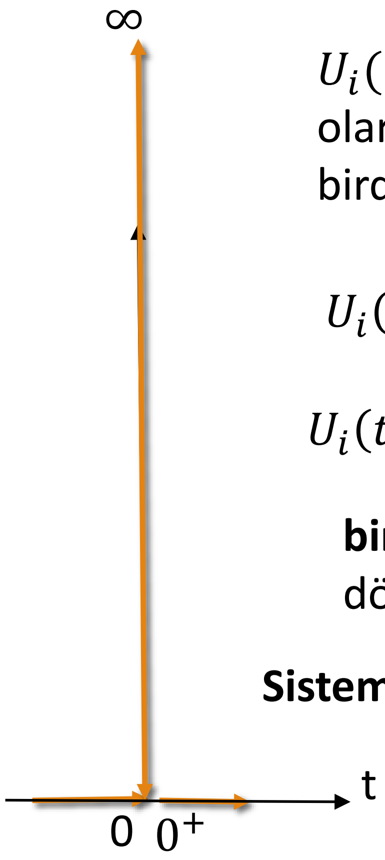
Ani Darbe (Unit Impulse)

$U_p(t,\varepsilon)$ **birim darbe** fonksiyon olarak adlandırılır, çünkü taralı alan birdir.

$$U_p(t,\varepsilon) = \begin{cases} {}^{1}/_{\varepsilon} & 0 \le t \le \varepsilon \\ 0 \; diğer\; tüm\; değerler & \end{cases}$$







$U_i(t,\varepsilon)$ **birim ani darbe** fonksiyon olarak adlandırılır, çünkü taralı alan yine birdir ancak.

$$U_i(t,\varepsilon) = \lim_{\varepsilon \to 0^+} \{U_i(t,\varepsilon)\}$$

$$U_i(t,\varepsilon) = \begin{cases} \infty & 0 \le t \le \varepsilon \\ 0 \; diğer\; tüm\; değerler & \end{cases}$$

birim ani darbe fonksiyonun laplace dönüşümü $\mathcal{L}[U_i(t,\varepsilon)] = 1$

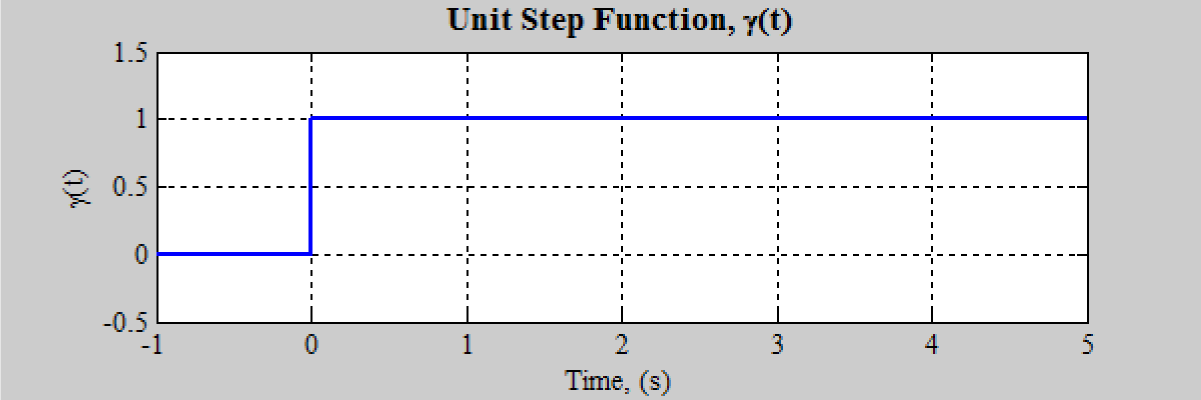
Sistem cevabı, $\mathcal{L}[U_i(t,\varepsilon)] = 1 = X(s)$ olduğuna göre

$$Y(s) = G(s)X(s) = G(s)$$

Kapalı Çevrim Kontrol Sistemin Genel Gereklilikleri
Test Girişlerinin Tanıtılması: Adım(Step)

$h(t)$ **birim adım** fonksiyon olarak adlandırılır, çünkü

$$h(t) = \begin{cases} 1 & Eger\ t \geq 0 \\ 0 & Eger\ t < 0 \end{cases}$$



$$h(t) = \int_0^t U_i(t,\varepsilon)dt \Longrightarrow U_i(t,\varepsilon) = \dot{h}(t)$$

birim adım fonksiyonunun laplace dönüşümü

$$\mathcal{L}[h(t)] = \frac{1}{s}$$

Sistem cevabı,

$$\mathcal{L}[h(t)] = \frac{1}{s} = X(s)$$

olduğuna göre

$$Y(s) = G(s)X(s) = \frac{1}{s}G(s)$$

Örnekler:

Örnek 1: Eğer sistemin, birim adım cevabı $t \geq 0$ zaman aralığı için $y_{us}(s) = 1 + e^{-2t}$ çıkışı olarak elde edilmiş ise, aynı sistemin birim impuls çıkışı ne olur.

$$U_i(t,\varepsilon) = \dot{h}(t) \Longrightarrow y_{ui}(t) = \dot{y}_{us}(t)$$

$y_{us}(t) = (1 + e^{-2t})h(t)$ bütün zamanları kaplamak üzere

$$y_{ui}(t) = \dot{y}_{us}(t) = -2e^{-2t}h(t) + (1 + e^{-2t})\dot{h}(t)$$

$$y_{ui}(t) = -2e^{-2t}h(t) + (1 + e^{-2t})U_i(t,\varepsilon)$$

Not: $f(t)U_i(t,\varepsilon) = f(0)U_i(t,\varepsilon)$

$$y_{ui}(t) = -2e^{-2t}h(t) + 2U_i(t,\varepsilon)$$

$$y_{ui}(t) = \left(-2e^{-2t} + 2U_i(t,\varepsilon)\right)h(t)$$

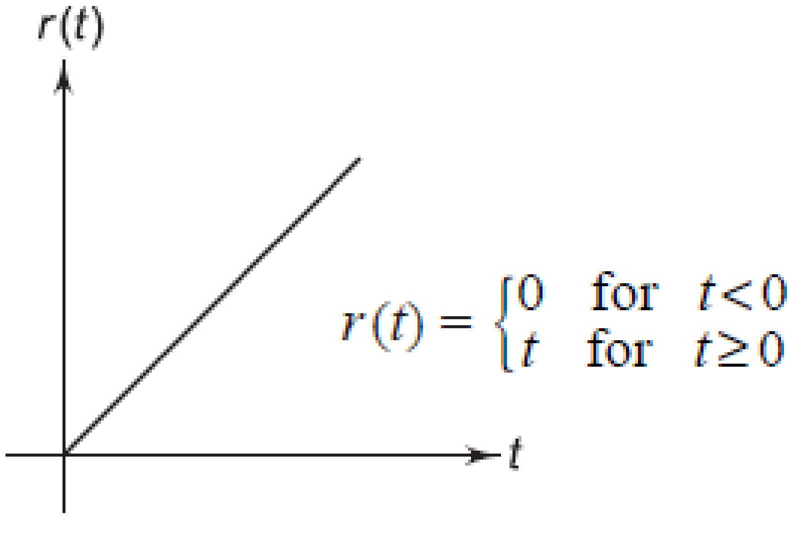
Kapalı Çevrim Kontrol Sistemin Genel Gereklilikleri

Test Girişlerinin Tanıtılması: Rampa (Ramp)

$r(t)$ **birim rampa** fonksiyon olarak adlandırılır, çünkü

$$r(t) = \int_0^t h(t)dt \Longrightarrow h(t) = \dot{r}(t)$$

$$r(t) = \begin{cases} t & Eger\ t \geq 0 \\ 0 & Eger\ t < 0 \end{cases}$$



Ramp function

birim rampa fonksiyonunun laplace dönüşümü

$$\mathcal{L}[h(t)] = \frac{1}{s^2}$$

Sistem cevabı,

$$\mathcal{L}[h(t)] = \frac{1}{s^2} = X(s)$$

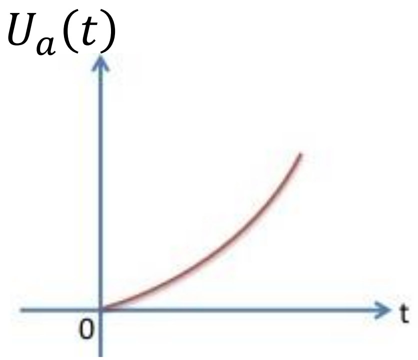
olduğuna göre

$$Y(s) = G(s)X(s) = \frac{1}{s^2}G(s)$$

Kapalı Çevrim Kontrol Sistemin Genel Gereklilikleri
Test Girişlerinin Tanıtılması: İvme (Acceleration)

$U_a(t)$ **birim ivme** fonksiyon olarak adlandırılır, çünkü

$$U_a(t) = \begin{cases} t^2 & Eger\ t \geq 0 \\ 0 & Eger\ t < 0 \end{cases}$$



$$U_a(t) = \int_0^t r(t)dt \Longrightarrow r(t) = \dot{U}_a\,(t)$$

birim ivme fonksiyonunun laplace dönüşümü

$$\mathcal{L}[h(t)] = \frac{1}{s^3}$$

Sistem cevabı,

$$\mathcal{L}[h(t)] = \frac{1}{s^3} = X(s)$$

olduğuna göre

$$Y(s) = G(s)X(s) = \frac{1}{s^3}G(s)$$

Örnek:

$$x(t) = x_0 h(t) + v_0 r(t) \Longrightarrow\Longrightarrow y(t) = x_0 y_{us}(t) + v_0 y_{ur}(t)$$

$$\Longrightarrow\Longrightarrow y(t) = x_0 y_{us}(t) + v_0 \int_0^t y_{us}(\tau) d\tau$$

Süperpozisyon ilkesi