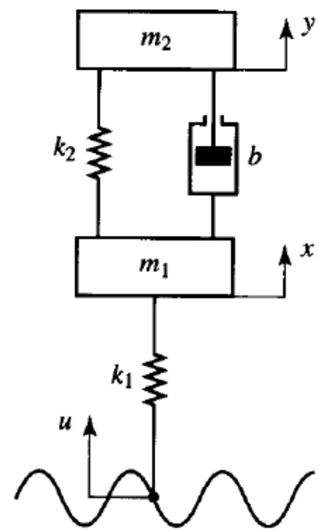
MAK403 OTOMATİK KONTROL
KISA SINAV 1
19/10/2018
Dr. Nurdan Bilgin

Soru: (Ogata, Modern Control Engineering, 4. Ed. Kitabından uyarlanmıştır.)



Yanda şematik gösterimi verilen süspansiyon sisteminin, dinamik denklemleri Newton'un ikinci yasasının, x ve y yer değiştirmelerinin durgunlukta, girişin yokluğunda ölçüldüğü varsayımıyla uygulanması ile aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$m_1\ddot{x} = k_2(y - x) + b(\dot{y} - \dot{x}) + k_1(u - x)$$

$$m_2\ddot{y} = -k_2(y - x) - b(\dot{y} - \dot{x})$$

a.) Denklemlerin Laplace dönüşümünü yapıp, gerekli cebirsel manipülasyonları kullanarak Y(s)/U(s) arasındaki transfer fonksiyonunu bulunuz.
b.) Sistemin blok diyagramını X(s), Y(s) ve U(s) arasındaki ilişkileri detaylı olarak görecek şekilde çiziniz.

Cevap:

$$m_1 s^2 X(s) = k_2(Y(s) - X(s)) + b(sY(s) - sX(s)) + k_1(U(s) - X(s))$$

$$\left[\boldsymbol{m_1 s^2 + bs} + (\boldsymbol{k_1 + k_2})\right]\boldsymbol{X(s)} - (\boldsymbol{bs + k_2})\boldsymbol{Y(s)} = \boldsymbol{k_1 U(s)} \qquad \textbf{(1)}$$

$$m_2 s^2 Y(s) = -k_2(Y(s) - X(s)) - b(sY(s) - sX(s))$$

$$(\boldsymbol{m_2 s^2 + bs + k_2})\boldsymbol{Y(s)} = (\boldsymbol{bs + k_2})\boldsymbol{X(s)} \qquad \textbf{(2)}$$

(2)'den $X(s)$ çekilip (1)'de yerine konulursa

$$X(s) = \frac{m_2 s^2 + bs + k_2}{bs + k_2} Y(s)$$

$$[m_1 s^2 + bs + (k_1 + k_2)] \frac{m_2 s^2 + bs + k_2}{bs + k_2} Y(s) - (bs + k_2)Y(s) = k_1 U(s)$$

$$\left[\left(m_1 s^2 + bs + (k_1 + k_2)\right)(m_2 s^2 + bs + k_2) - (bs + k_2)(bs + k_2)\right]Y(s) = k_1(bs + k_2)U(s)$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k_1(bs + k_2)}{\left[\left(m_1 s^2 + bs + (k_1 + k_2)\right)(m_2 s^2 + bs + k_2) - (bs + k_2)(bs + k_2)\right]}$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k_1(bs+k_2)}{\left[\left(m_1 s^2(m_2 s^2+bs+k_2)+bs(m_2 s^2+bs+k_2)+\left(k_1(m_2 s^2+bs+k_2)+k_2(m_2 s^2+bs+k_2)\right)\right)-(bs+k_2)(bs+k_2)\right]}$$

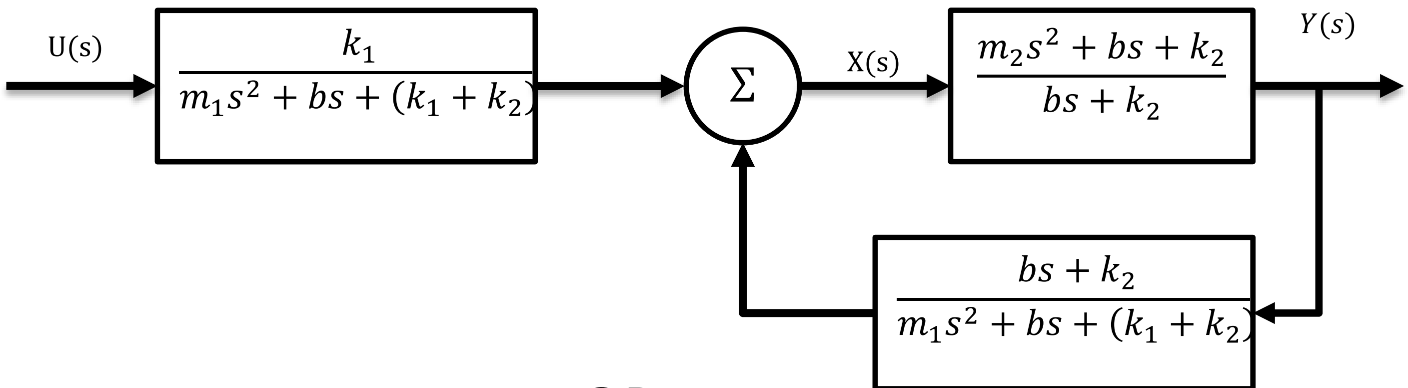
$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k_1(bs+k_2)}{[(m_1 m_2 s^4+m_1 bs^3+m_1 k_2 s^2+m_2 bs^3+b^2 s^2+k_2 bs+m_2 k_1 s^2+k_1 bs+k_1 k_2+m_2 k_2 s^2+k_2 bs+k_2^2)-(b^2 s^2+2bk_2 s+k_2^2)]}$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k_1(bs+k_2)}{[(m_1 m_2 s^4+m_1 bs^3+m_1 k_2 s^2+m_2 bs^3+m_2 k_1 s^2+k_1 bs+k_1 k_2+m_2 k_2 s^2)]}$$

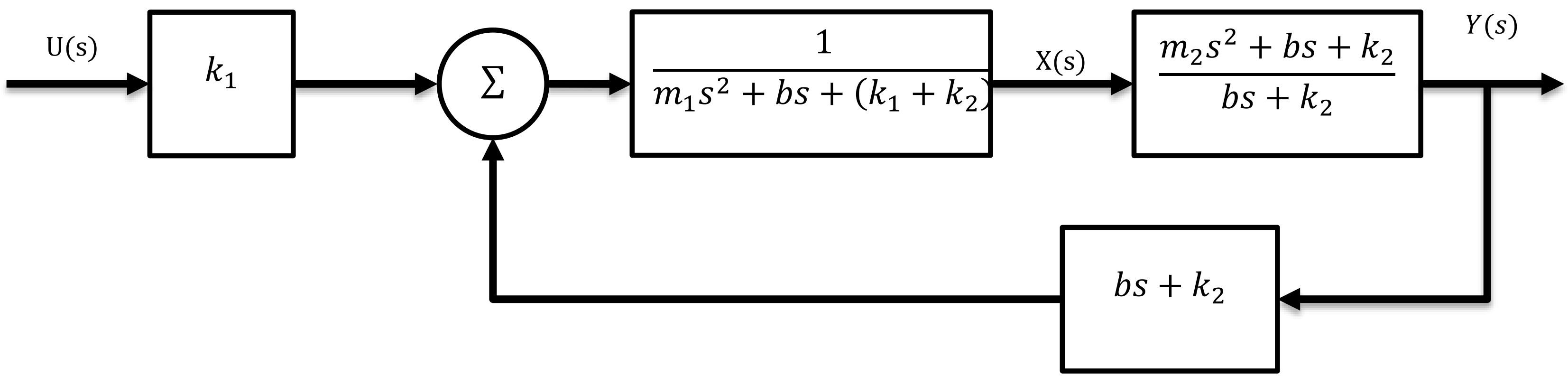
$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k_1(bs+k_2)}{m_1 m_2 s^4+(m_1+m_2)bs^3+(m_2 k_1+(m_1+m_2)k_2)s^2+k_1 bs+k_1 k_2}$$

$$\left[m_1 s^2 + bs + (k_1 + k_2)\right] X(s) - (bs + k_2) Y(s) = k_1 U(s) \quad (1)$$

$$\left(m_2 s^2 + bs + k_2\right) Y(s) = (bs + k_2) X(s) \quad (2)$$



OR



U(s)
k_1
Σ
$\frac{1}{m_1 s^2 + bs + (k_1 + k_2)}$
X(s)
$\frac{m_2 s^2 + bs + k_2}{bs + k_2}$
$Y(s)$
$bs + k_2$