Otomatik Kontrol

Kapalı Çevrim Kontrol Sistemin Genel Gereklilikleri

Hazırlayan: Dr. Nurdan Bilgin

Kapalı Çevrim Kontrol

Kapalı Çevrim Kontrol Sistemin Genel Gereklilikleri

Tüm uygulamalar için aşağıdaki genel gereklilikler karşılanmaksızın bir kontrol sisteminin genel performansı tatmin edici olmaz:

- ✓ **Kararlılık**
- ✓ **Sistemlerin Kalıcı Durum Davranışı**
- ✓ **Sistemlerin Geçici Durum Davranışı**

Kapalı Çevrim Kontrol Sistemin Genel Gereklilikleri
Sistemlerin Kalıcı Durum Davranışı; Test Girişlerinin Tanıtılması

gibi doğrusal zamanla değişen bir sistemi ele alalım.

$$Y(s) = G(s)X(s)$$

Kontrol sistemlerinde sistemlerin çıkışını test etmek üzere kullanılan test girişleri vardır. Bunlar sırasıyla

- İmpuls,
- Adım,
- Rampa ve
- Parabol (İvme) girişi

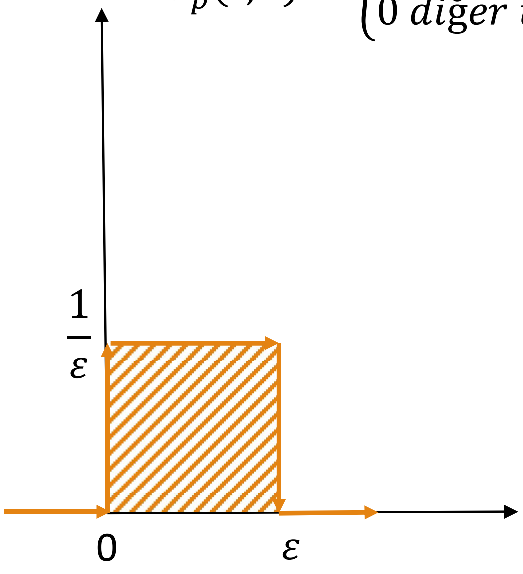
olarak adlandırılırlar.

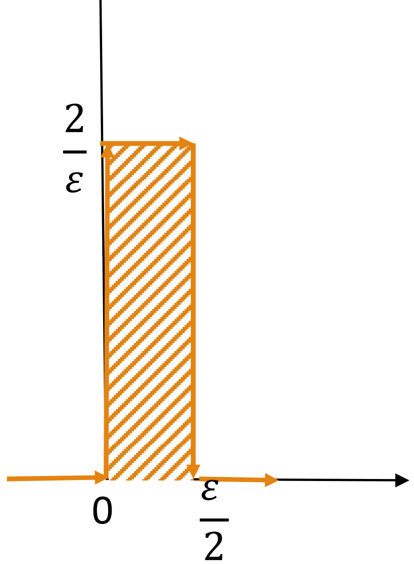
Kapalı Çevrim Kontrol Sistemin Genel Gereklilikleri
Test Girişlerinin Tanıtılması : Impuls

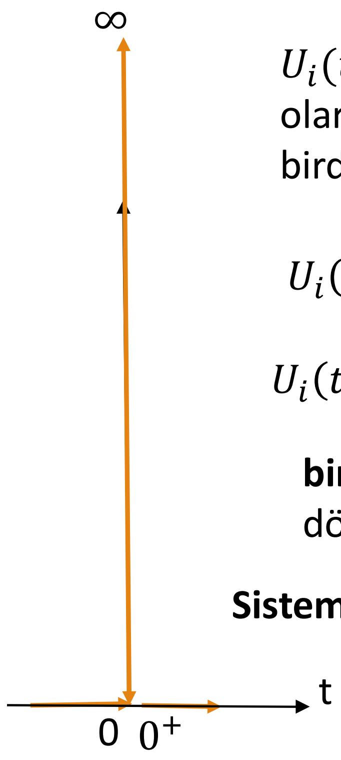
Ani Darbe (Unit Impulse)

$U_p(t,\varepsilon)$ **birim darbe** fonksiyon olarak adlandırılır, çünkü taralı alan birdir.

$$U_p(t,\varepsilon) = \begin{cases} 1/\varepsilon & 0 \le t \le \varepsilon \\ 0 \; diğer\ tüm\ değerler & \end{cases}$$







$U_i(t,\varepsilon)$ **birim ani darbe** fonksiyon olarak adlandırılır, çünkü taralı alan yine birdir ancak.

$$U_i(t,\varepsilon) = \lim_{\varepsilon \to 0^+} \{U_i(t,\varepsilon)\}$$

$$U_i(t,\varepsilon) = \begin{cases} \infty & 0 \le t \le \varepsilon \\ 0 \; diğer\ tüm\ değerler & \end{cases}$$

birim ani darbe fonksiyonun laplace dönüşümü $\mathcal{L}[U_i(t,\varepsilon)] = 1$

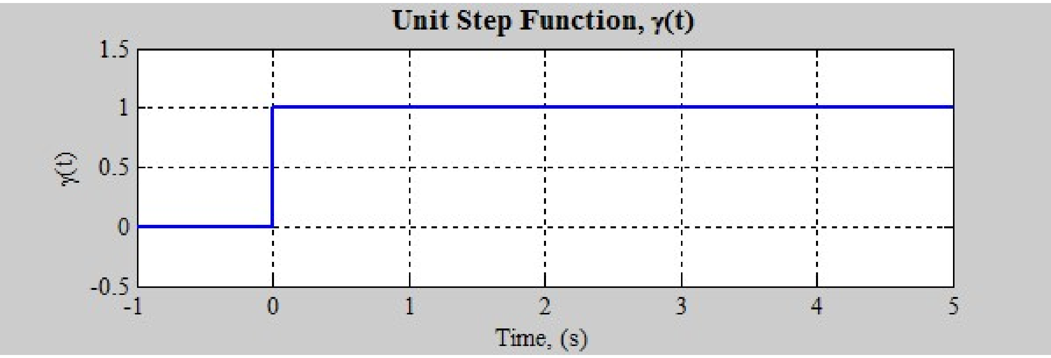
Sistem cevabı, $\mathcal{L}[U_i(t,\varepsilon)] = 1 = X(s)$ olduğuna göre

$$Y(s) = G(s)X(s) = G(s)$$

Kapalı Çevrim Kontrol Sistemin Genel Gereklilikleri
Test Girişlerinin Tanıtılması: Adım(Step)

$h(t)$ **birim adım** fonksiyon olarak adlandırılır, çünkü

$$h(t) = \begin{cases} 1 & Eger\ t \geq 0 \\ 0 & Eger\ t < 0 \end{cases}$$



$$h(t) = \int_0^t U_i(t,\varepsilon)d \implies U_i(t,\varepsilon) = \dot{h}(t)$$

birim adım fonksiyonunun laplace dönüşümü

$$\mathcal{L}[h(t)] = \frac{1}{s}$$

Sistem cevabı,

$$\mathcal{L}[h(t)] = \frac{1}{s} = X(s)$$

olduğuna göre

$$Y(s) = G(s)X(s) = \frac{1}{s}G(s)$$

Örnekler:

Örnek 1: Eğer sistemin, birim adım cevabı $t \geq 0$ zaman aralığı için $y_{us}(s) = 1 + e^{-2t}$ çıkışı olarak elde edilmiş ise, aynı sistemin birim impuls çıkışı ne olur.

$U_i(t,\varepsilon) = \dot{h}(t) \Longrightarrow y_{ui}(t) = \dot{y}_{us}(t)$

$y_{us}(t) = (1 + e^{-2t})h(t)$ bütün zamanları kaplamak üzere

$y_{ui}(t) = \dot{y}_{us}(t) = -2e^{-2}\ h(t) + (1 + e^{-2}\ )\dot{h}(t)$

$y_{ui}(t) = -2e^{-2t}h(t) + (1 + e^{-2}\ )U_i(t,\varepsilon)$

Not: $f(t)U_i(t,\varepsilon) = f(0)U_i(t,\varepsilon)$

$y_{ui}(t) = -2e^{-2t}h(t) + 2U_i(t,\varepsilon)$

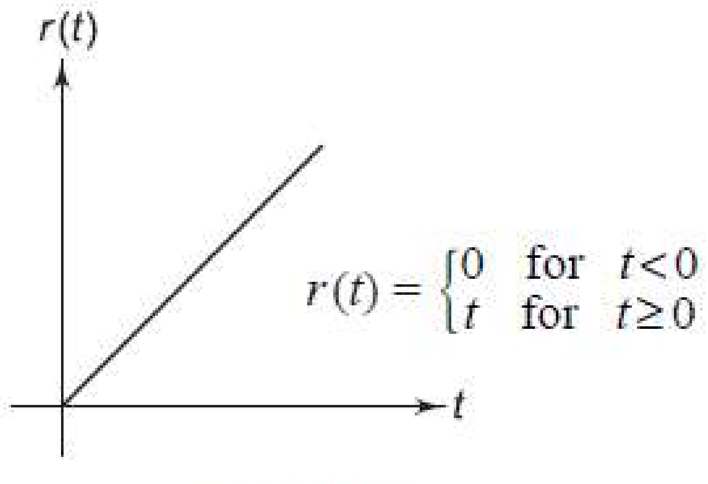
$y_{ui}(t) = \left(-2e^{-2}\ + 2U_i(t,\varepsilon)\right)h(t)$

Kapalı Çevrim Kontrol Sistemin Genel Gereklilikleri
Test Girişlerinin Tanıtılması: Rampa (Ramp)

$r(t)$ **birim rampa** fonksiyon olarak adlandırılır, çünkü

$$r(t) = \int_0^t h(t)dt \Longrightarrow h(t) = \dot{r}(t)$$

$$r(t) = \begin{cases} t & Eger\ t \geq 0 \\ 0 & Eger\ t < 0 \end{cases}$$



Ramp function

birim rampa fonksiyonunun laplace dönüşümü

$$\mathcal{L}[h(t)] = \frac{1}{s^2}$$

Sistem cevabı,

$$\mathcal{L}[h(t)] = \frac{1}{s^2} = X(s)$$

olduğuna göre

$$Y(s) = G(s)X(s) = \frac{1}{s^2}G(s)$$

Kapalı Çevrim Kontrol Sistemin Genel Gereklilikleri
Test Girişlerinin Tanıtılması: İvme (Acceleration)

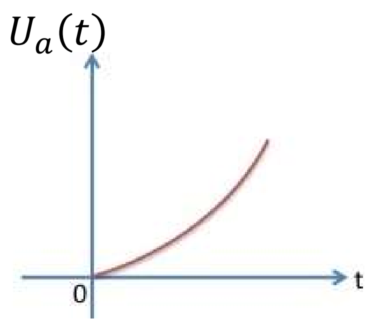
$U_a(t)$ **birim ivme** fonksiyon olarak adlandırılır, çünkü

$$U_a(t) = \int_0^t r(t)dt \Longrightarrow r(t) = \dot{U}_a\,(t)$$

$$U_a(t) = \begin{cases} t^2 & Eger\ t \geq 0 \\ 0 & Eger\ t < 0 \end{cases}$$

birim ivme fonksiyonunun laplace dönüşümü

$$\mathcal{L}[h(t)] = \frac{1}{s^3}$$



Sistem cevabı,

$$\mathcal{L}[h(t)] = \frac{1}{s^3} = X(s)$$

olduğuna göre

$$Y(s) = G(s)X(s) = \frac{1}{s^3}G(s)$$

Örnek:

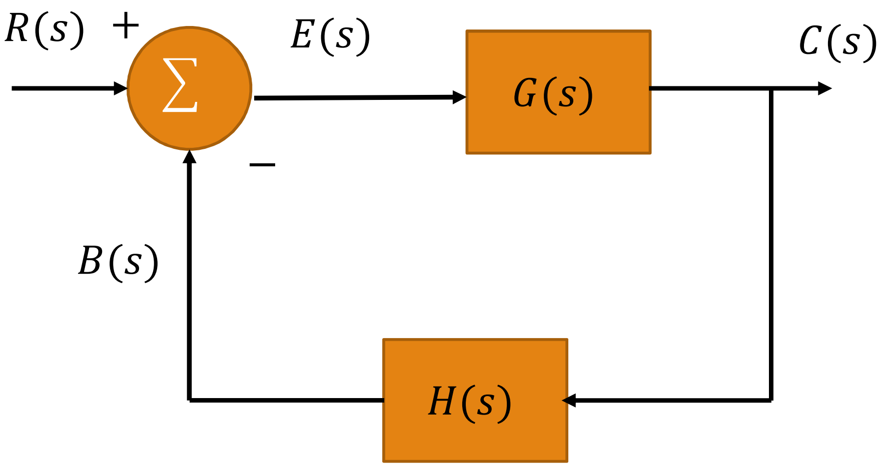
$$x(t) = x_0 h(t) + v_0 r(t) \Longrightarrow\Longrightarrow y(t) = x_0 y_{us}(t) + v_0 y_{ur}(t)$$

$$\Longrightarrow\Longrightarrow y(t) = x_0 y_{us}(t) + v_0 \int_0^t y_{us}(\tau) d\tau$$

Süperpozisyon ilkesi

Kapalı Çevrim Kontrol
Durgun Durum Hatası

1G1Ç’lı temel biçimi (canonical form) aşağıdaki gibi olan bir sistem düşünelim.



Açık Çevrim TF

$$G_o(s) \equiv \frac{B(s)}{C(s)} = G(s)H(s)$$

Kapalı Çevrim TF

$$\mathrm{M(s)} \equiv \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

Hata TF

$$G_{ER}(s) \equiv \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G(s)H(s)}$$

AÇTF aşağıdaki normalleştirilmiş biçimde yazılabilir

Açık Çevrim TF aşağıdaki normalleştirilmiş biçimde yazılabilir.

Açık Çevrim TF

$$G_o(s) \equiv \frac{B(s)}{C(s)} = G(s)H(s) = \frac{K_{OL}\left(1 + c_1 s + \cdots + c_p s^p\right)}{s^N \left(1 + d_1 s + \cdots + d_q s^q\right)}$$

K_{OL}: Açık çevrim kazancı (Kalıcı Durum Kazancı, yada DC kazanç)

N: Sistemin tip numarası (Açık çevrim TF'nda serbest s'in üssel kuvveti)

N tamsayıdır ve $N \geq 0$

Son Değer Teoremi

$$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0}[sF(s)]$$

sF(s)'in kutuplarının tümünün gerçek kısımları negatif ise geçerlidir.

Dolayısıyla, sadece kararlı sistemlere uygulanabilir.

Hatanın kalıcı rejimdeki değeri

$$e_{ss} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0}[sE(s)] = \lim_{s\to 0}\left[s\left(\frac{1}{1+G_0(s)}\right)R(s)\right]$$

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0}\left[\left(\frac{s}{1+\frac{K_{OL}\left(1+c_1 s+\cdots+c_p s^p\right)}{s^N\left(1+d_1 s+\cdots+d_q s^q\right)}}\right)R(s)\right] = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s}{1+\frac{K_{OL}}{s^N}}R(s)\right)$$

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s}{1+K_{OL}s^{-N}}R(s)\right)$$

E_{ss}'in değeri
N, K_{OL} ve R(s)
tarafından belirlenir.

Not: Bu slayt Prof. Dr. Bülent Platin'in Sistem Dinamiği ve Kontrol Çalıştay'ı notlarından kopyalanmıştır.

Birim Adım Giriş

$$r(t) = r_0 h(t) \Rightarrow R(s) = \frac{r_0}{s}$$

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0}\left(\frac{s}{1 + K_{OL} s^{-N}} \cdot \frac{r_0}{s} \right) \Rightarrow e_{ss} = \frac{r_0}{1 + K_p}$$

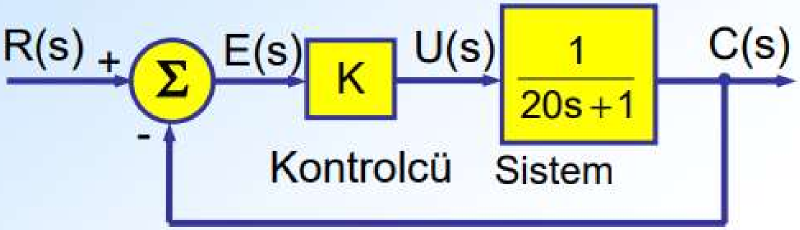
K_p : konum hata katsayısı

$$K_p = K_{OL} \lim_{s \to 0}\left(s^{-N}\right)$$

N	K_p	e_{ss}
0	K_{OL}	$\frac{r_0}{1+K_{OL}}$
≥ 1	∞	0

Not: Bu slayt Prof. Dr. Bülent Platin'in Sistem Dinamiği ve Kontrol Çalıştay'ı notlarından kopyalanmıştır.

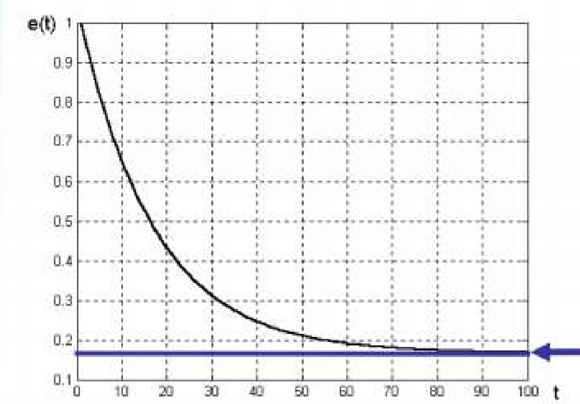
Örnek



AÇTF: $G_0(s) = \dfrac{K}{20s+1} = \dfrac{K}{s^0(20s+1)}$

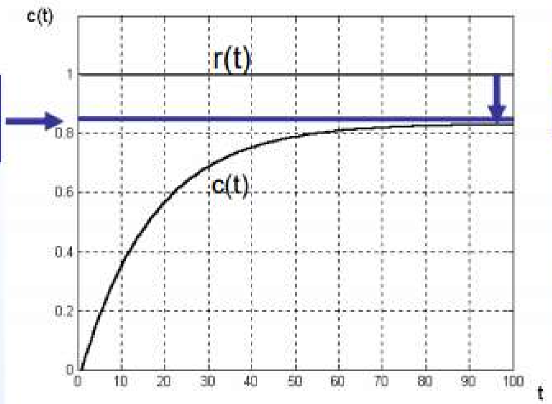
$\Rightarrow$ $N = 0$ & $K_{OL} = K$

Karakteristik çokterimli: $D(s) = 20s + (K+1)$ $\Rightarrow$ Sistem K > -1 için kararlı



$e_{ss} = \dfrac{1}{1+K}$

$c_{ss} = \dfrac{K}{1+K}$



$e_{ss} = \dfrac{1}{1+K}$

kayma

Rampa Giriş

$$r(t) = r_1 t h(t) \Rightarrow R(s) = \frac{r_1}{s^2}$$

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} \left(\frac{s}{1 + K_{OL} s^{-N}} \cdot \frac{r_1}{s^2} \right) \Rightarrow e_{ss} = \frac{r_1}{K_v}$$

K_v : hız hatası katsayısı

$$K_v = K_{OL} \lim_{s \to 0} \left(s^{1-N} \right)$$

N	K_v	e_{ss}
0	0	∞
1	K_{OL}	r_1/K_{OL}
≥ 2	∞	0

Birim İvme Giriş

$$r(t)=\frac{1}{2}r_2 t^2 h(t) \Rightarrow R(s)=\frac{r_2}{s^3}$$

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0}\left(\frac{s}{1+K_{OL}s^{-N}}\cdot\frac{r_2}{s^3}\right) \Rightarrow e_{ss}=\frac{r_2}{K_a}$$

K_a : ivme hatası katsayısı

$$K_a=K_{OL}\lim_{s\to 0}\left(s^{2-N}\right)$$

N	K_a	e_{ss}
0	0	∞
1	0	∞
2	K_{OL}	r_2/K_{OL}
≥ 3	∞	0

Özet

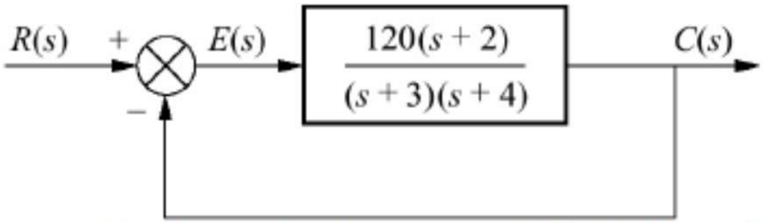
N	Basamak $r(t)=r_0 h(t)$	Rampa $r(t)=r_1 t h(t)$	Parabolik $r(t)=0.5 r_2 t^2 h(t)$
0	$\frac{r_0}{1+K_{OL}}$	∞	∞
1	0	$\frac{r_1}{K_{OL}}$	∞
2	0	0	$\frac{r_2}{K_{OL}}$
3	0	0	0

- Tip numarası arttıkça, kalıcı rejim başarımı düzelmekte
- AÇ kazancı arttıkça sonlu kalıcı rejim hatası azalmakta

Not: Bu slayt Prof. Dr. Bülent Platin'in Sistem Dinamiği ve Kontrol Çalıştay'ı notlarından kopyalanmıştır.

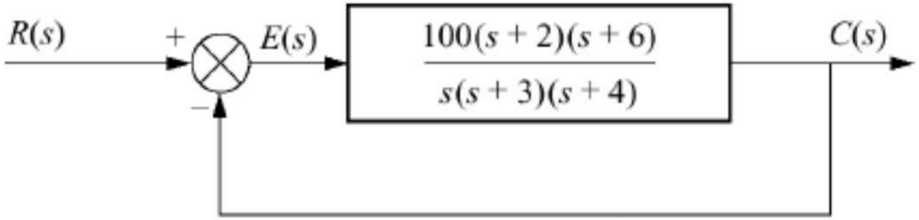
				ADIM	RAMPA	İVME
N	Kp	Kv	Ka	ess	ess	ess
0	K_{OL}	0	0	$\frac{r_0}{(1+K_{OL})}$	∞	∞
1	∞	K_{OL}	0	0	$\frac{r_1}{K_{OL}}$	∞
2	∞	∞	K_{OL}	0	0	$\frac{r_2}{K_{OL}}$
≥ 3	∞	∞	∞	0	0	0

Örnek:



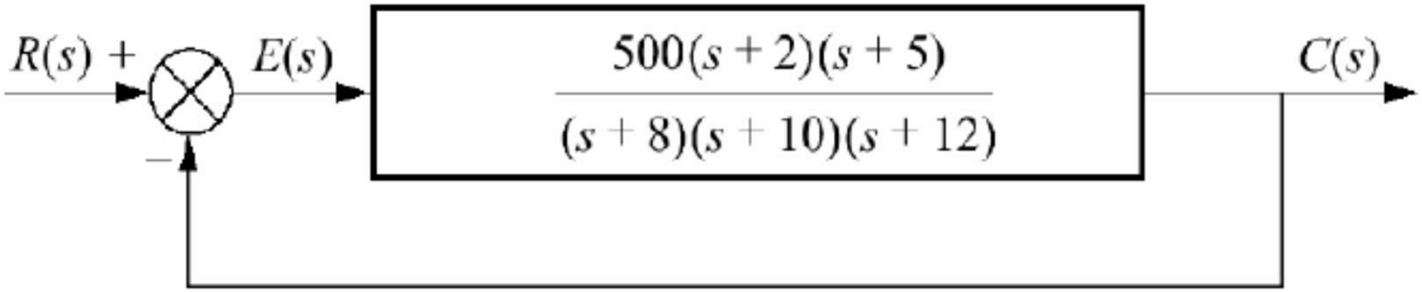
Yukarıdaki sisteme 5u(t), 5tu(t), ve $5t^2u(t)$ girişleri uygulandığında sürekli hal hatalarını bulunuz.

Örnek:



Yukarıdaki sisteme $5u(t)$, $5tu(t)$, ve $5t^2u(t)$ girişleri uygulandığında sürekli hal hatalarını bulunuz.

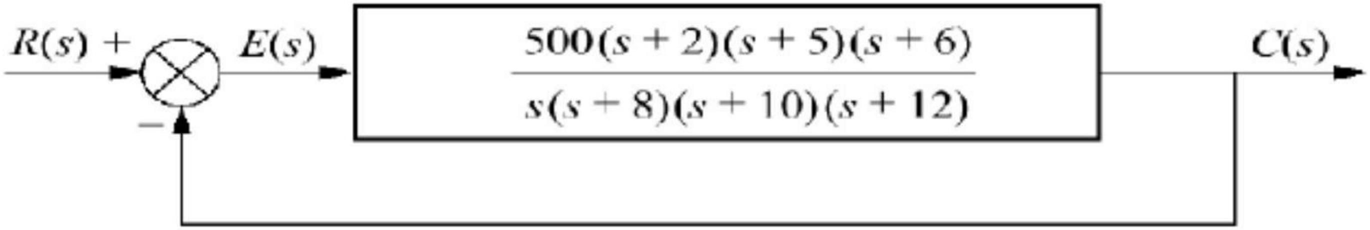
Örnek:



Yukarıdaki sistemin statik hata katsayılarını bulunuz, birim basamak, rampa ve parabolik giriş işaretlerine karşı oluşacak sürekli hal hatalarını belirleyiniz.

Not: Bu slayt Prof. Dr. Galip Cansever'in Otomatik Kontrol notlarından kopyalanmıştır.

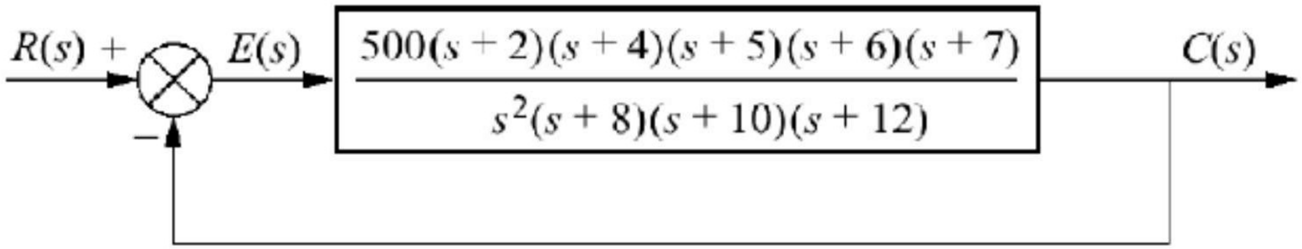
Örnek:



Yukarıdaki sistemin statik hata katsayılarını bulunuz, birim basamak, rampa ve parabolik giriş işaretlerine karşı oluşacak sürekli hal hatalarını belirleyiniz.

Not: Bu slayt Prof. Dr. Galip Cansever’in Otomatik Kontrol notlarından kopyalanmıştır.

Örnek:



Yukarıdaki sistemin statik hata katsayılarını bulunuz, birim basamak, rampa ve parabolik giriş işaretlerine karşı oluşacak sürekli hal hatalarını belirleyiniz.

Örnek: Eğer bir sistemin hız sabiti, **K_v =1000** ise bu sistem hakkında neler söyleyebilirsiniz.

1. Sistem kararlıdır.

2. Sistem **Tip 1** dir. Hatırlanacak olursa **Tip 0** sistemlerde **K_v =0**, Tip 2 sistemlerde ise **K_v** sonsuzdur

3. Test işareti rampadır ve rampa giriş işeti uygulandığında sürekli hal hatası hız sabiti ile ters orantılıdır.

4. Giriş rampa işareti ve çıkış rampa işareti arasındaki sürekli hal hatası **$1/K_v$** dir.

Örnek: Eğer bir sistemin konum sabiti, **K_p =1000** ise bu sistem hakkında neler söyleyebilirsiniz.

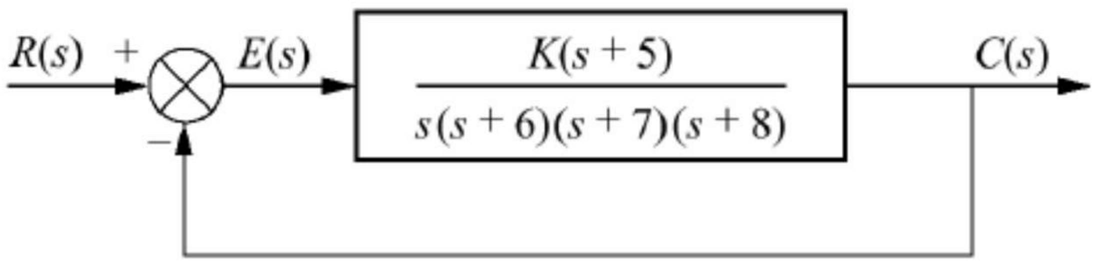
1. Sistem kararlıdır.

2. Sistem **Tip 0** dır. Hatırlanacak olursa **Tip 1** ve **Tip 2** sistemlerde ise K_p sonsuzdur.

3. Test işareti birim basamaktır.

4. $$e(\infty)=\frac{1}{1+K_p}=\frac{1}{1+K_p}=\frac{1}{1+1000}=\frac{1}{1001}$$

Örnek:



Yukarıdaki sistemin sürekli hal hatası %10 olması için **K** değerini bulunuz.

Durgun Durum Hatasını Azaltma Yöntemleri

Durgun durum hatası istenmeyen bir durum olduğuna göre kontrol sistemleri tasarımcılarının bu hatayı önlemek ve azaltmak üzere önlemler geliştirmeleri gereklidir. Belli başlı önlemler

1. Oransal integral (PI) kontrol kullanılarak tip numarasının artırılması
2. Referans girişin modifiye edilmesi
3. İleri bildirim katkısından yararlanmak