** ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ**

**MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ**

**MAK403 OTOMATİK KONTROL**

**17 KASIM 2023 KISA SINAV 1 ÇÖZÜM**

**Dr. Nurdan Bilgin**

**SORULAR**

**Soru 1:**

Yanda şekli verilen, iki kütle iki yay ve bir damperden oluşan sistem $F(t)$ kuvveti ile gerilmektedir. Pozitif yön aşağı olarak belirlenmiştir.

Mekanik Sistemde Temel Denklemler Aşağıdaki gibidir

Kütle: $∑F=m\ddot{x}$

Yay: $F\_{k}=kΔx $

Damper: $F\_{k}=kΔ\dot{x}$

Burada $Δx$ yayın iki ucundaki yer değiştirmeler arasındaki farkı ve $Δ\dot{x}$ damperin iki ucunun hızları arasındaki farkı ifade etmektedir.

1. **(40 puan)** Yukarıda verilen sistemin serbest cisim diyagramlarını çiziniz, temel denklemlerini yazınız (5 adet), temel denklemlerin Laplace transformunu gerçekleştiriniz

**Çözüm 1:**

|  |  |
| --- | --- |
| Temel Denklemler |  |
| $$f\_{k\_{2}}\left(t\right)=k\_{2}∙x\_{2}(t)$$ | (1) |
| $$f\_{b\_{2}}\left(t\right)=b\_{2}∙\left(\dot{x}\_{1}(t)-\dot{x}\_{2}(t)\right)$$ | (2) |
| $$f\_{k\_{1}}\left(t\right)=b\_{k\_{1}}∙x\_{1}(t)$$ | (3) |
| $$F\left(t\right)-f\_{k\_{1}}\left(t\right)-f\_{b\_{2}}\left(t\right)=M\_{1}\ddot{x}\_{1}$$ | (4) |
| $$f\_{b\_{2}}\left(t\right)-f\_{k\_{2}}\left(t\right)=M\_{2}\ddot{x}\_{2}$$ | (5) |
|  |  |
| Laplace Transformu |  |
| $$F\_{k\_{2}}\left(s\right)=k\_{2}∙X\_{2}(s)$$ | (1a) |
| $$F\_{b\_{2}}\left(s\right)=b\_{2}s∙\left(X\_{1}(s)-X\_{2}(s)\right)$$ | (2a) |
| $$F\_{k\_{1}}\left(s\right)=k\_{1}∙X\_{1}(s)$$ | (3a) |
| $$F\left(s\right)-F\_{k\_{1}}\left(s\right)-F\_{b\_{2}}\left(s\right)=M\_{1}s^{2}X\_{1}$$ | (4a) |
| $$F\_{b\_{2}}\left(s\right)-F\_{k\_{2}}\left(s\right)=M\_{2}s^{2}X\_{2}$$ | (5a) |

1. (**Bonus 50 puan**) a şıkkında yazdığınız temel denklemlerle gerekli düzenlemeleri yaparak giriş $F(s)$ çıkış $X\_{1}(s)$ olacak şekilde transfer fonksiyonunun aşağıdaki gibi olacağını gösteriniz.

$$\frac{X\_{1}\left(s\right)}{F\left(s\right)}=\frac{M\_{2}s^{2}+b\_{2}s+k\_{2}}{M\_{1}M\_{2}s^{4}+b\_{2}(M\_{1}+M\_{2})s^{3}+k\_{1}(M\_{1}+M\_{2})s^{2}+b\_{2}(k\_{1}+k\_{2})s+k\_{1}k\_{2}}$$

1a, 2a, 3a denklemlerini 4a ve 5a’da yerine yazıp düzenleyelim. (4a)’da değerleri yerine yazdıktan sonra $X\_{1}(s)$ solda kalacak şekilde düzenledik.

$$F\left(s\right)-k\_{1}∙X\_{1}(s)-b\_{2}s∙\left(X\_{1}(s)-X\_{2}(s)\right)=M\_{1}s^{2}X\_{1}$$

$$\left(M\_{1}s^{2}+b\_{2}s+k\_{1}\right)∙X\_{1}\left(s\right)=F\left(s\right)+b\_{2}s∙X\_{2}\left(s\right) (4^{'})$$

(5a)’dan $X\_{1}(s)$ ile $X\_{2}(s)$ arasındaki ilişki elde edilir.

$$b\_{2}s∙\left(X\_{1}\left(s\right)-X\_{2}\left(s\right)\right)-k\_{2}∙X\_{2}(s)=M\_{2}s^{2}X\_{2}(s)$$

$$b\_{2}s∙X\_{1}\left(s\right)=\left(M\_{2}s^{2}+b\_{2}s+k\_{2}\right)∙X\_{2}(s)$$

$$\frac{b\_{2}s}{M\_{2}s^{2}+b\_{2}s+k\_{2}}∙X\_{1}\left(s\right)=X\_{2}\left(s\right) 5'$$

$5'$ denkleminde bulduğumuz ilişkiyi $4'$ denkleminde yerine yazar ve düzenlersek

$$\left[\left(M\_{1}s^{2}+b\_{2}s+k\_{1}\right)-\frac{b\_{2}^{2}s^{2}}{M\_{2}s^{2}+b\_{2}s+k\_{2}}\right]∙X\_{1}\left(s\right)=F\left(s\right)$$

$$\left[\frac{\left(M\_{1}M\_{2}s^{4}+b\_{2}M\_{2}s^{3}+k\_{1}M\_{2}s^{2}+M\_{1}b\_{2}s^{3}+b\_{2}^{2}s^{2}+k\_{1}b\_{2}s+M\_{1}k\_{2}s^{2}+b\_{2}k\_{2}s+k\_{1}k\_{2}-b\_{2}^{2}s^{2}\right)}{M\_{2}s^{2}+b\_{2}s+k\_{2}}\right]∙X\_{1}\left(s\right)=F\left(s\right)$$

$$\left[\frac{\left(M\_{1}M\_{2}s^{4}+b\_{2}(M\_{1}+M\_{2})s^{3}+k\_{1}(M\_{1}+M\_{2})s^{2}+b\_{2}(k\_{1}+k\_{2})s+k\_{1}k\_{2}\right)}{M\_{2}s^{2}+b\_{2}s+k\_{2}}\right]∙X\_{1}\left(s\right)=F\left(s\right)$$

$$\frac{X\_{1}\left(s\right)}{F\left(s\right)}=\frac{M\_{2}s^{2}+b\_{2}s+k\_{2}}{M\_{1}M\_{2}s^{4}+b\_{2}(M\_{1}+M\_{2})s^{3}+k\_{1}(M\_{1}+M\_{2})s^{2}+b\_{2}(k\_{1}+k\_{2})s+k\_{1}k\_{2}}$$

**Soru 2 (60 puan):**

Kilitlenmeyen otomatik fren sistemine (ABS) sahip dört tekerlekli araçların fren sistemi, her bir tekerlekteki fren kuvvetini otomatik olarak kontrol etmek için elektronik geri bildirim kullanmaktadırlar. Böylesi bir fren kontrol sisteminin blok diyagram modeli yanda gösterilmektedir; burada $F\_{f}(s)$ ve $F\_{R}(s)$, sırasıyla ön ve arka tekerleklerin frenleme kuvvetidir ve $R(s)$ ise buzlu bir yolda otomobilden istenen tepkidir.

$$\frac{F\_{f}\left(s\right)}{R\left(s\right)}=\frac{G\_{1}G\_{2}}{1+G\_{1}G\_{3}H\_{2}+G\_{1}G\_{2}H\_{2}}$$

olduğunu gösteriniz.

İpucu:

$$\left[R\left(s\right)-H\_{2}\left(F\_{f}+F\_{R}\right)\right]∙G\_{1}G\_{2}=F\_{f}(s)$$

$$\left[R\left(s\right)-H\_{2}\left(F\_{f}+F\_{R}\right)\right]∙G\_{1}G\_{3}=F\_{R}(s)$$

Çözüm:

$$\left[R\left(s\right)-H\_{2}\left(F\_{f}+F\_{R}\right)\right]∙G\_{1}G\_{2}=F\_{f}(s)$$

$$\left[R\left(s\right)-H\_{2}\left(F\_{f}+F\_{R}\right)\right]∙G\_{1}G\_{3}=F\_{R}(s)$$

$$G\_{1}G\_{3}∙R\left(s\right)-H\_{2}G\_{1}G\_{3}∙F\_{f}=\left(1+G\_{1}G\_{3}H\_{2}\right)∙F\_{R}(s)$$

$$F\_{R}(s)=\frac{G\_{1}G\_{3}}{1+G\_{1}G\_{3}H\_{2}}∙R\left(s\right)-\frac{H\_{2}G\_{1}G\_{3}}{1+G\_{1}G\_{3}H\_{2}}∙F\_{f}$$

$$G\_{1}G\_{2}∙R\left(s\right)-G\_{1}G\_{2}H\_{2}∙F\_{f}-G\_{1}G\_{2}H\_{2}∙F\_{R}=F\_{f}(s)$$

$$G\_{1}G\_{2}∙R\left(s\right)-G\_{1}G\_{2}H\_{2}∙F\_{f}-G\_{1}G\_{2}H\_{2}∙\left(\frac{G\_{1}G\_{3}}{1+G\_{1}G\_{3}H\_{2}}∙R\left(s\right)-\frac{H\_{2}G\_{1}G\_{3}}{1+G\_{1}G\_{3}H\_{2}}∙F\_{f}\right)=F\_{f}(s)$$

$$\left(G\_{1}G\_{2}-\frac{G\_{1}^{2}G\_{2}G\_{3}H\_{2}}{1+G\_{1}G\_{3}H\_{2}}\right)∙R\left(s\right)+(\frac{G\_{1}^{2}G\_{2}G\_{3}H\_{2}^{2}}{1+G\_{1}G\_{3}H\_{2}}-G\_{1}G\_{2}H\_{2})∙F\_{f}=F\_{f}(s)$$

$$\left(\frac{G\_{1}G\_{2}}{1+G\_{1}G\_{3}H\_{2}}\right)∙R\left(s\right)=\left(1+\frac{G\_{1}G\_{2}H\_{2}}{1+G\_{1}G\_{3}H\_{2}}\right)F\_{f}(s)$$

$$\frac{F\_{f}\left(s\right)}{R\left(s\right)}=\frac{G\_{1}G\_{2}}{1+G\_{1}G\_{3}H\_{2}+G\_{1}G\_{2}H\_{2}}$$