



ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
MAK403 OTOMATİK KONTROL
DÖNEM ÖDEVİ BİREYSEL ÇALIŞMA SORULARI
Teslim Tarihi:13/01/2023
Dr. Nurdan Bilgin

SORULAR

Soru 1: Aşağıda verilen sistemlerin kutup ve sıfırlarını bulunuz. Kompleks düzlemde kutupları ve sıfırları işaretleyiniz. Sistemin kararlılığı hakkında yorum yapınız.

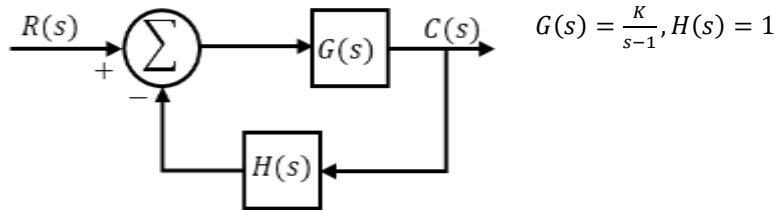
Çözüm 1

a.) $\frac{3}{s^2 - 4} \Rightarrow p_{1,2} = \pm 2$ Sistem kararsız, pozitif kutup var

b.) $\frac{3}{(s+1)(s^2+2s+4)}$ Sistem kararlı tüm kökler negatif tarafta

c.) $\frac{10}{s(s+1)(s^2-2s+1)}$ Sistem kararsız hurwitz testini geçemiyor, pozitif kutup var
 $p_1 = 0, p_2 = -1$
 $p_{3,4} = 1$

Soru 2: Birim geri bildirimli aşağıdaki gibi bir sistemde sistemin kararlı olabilmesi için K'nın alabileceği değer aralığını bulunuz.



Çözüm 2:

$$G_{CR} = \frac{K}{s+K-1} \therefore \forall K > 1 \text{ sistem kararlıdır.}$$

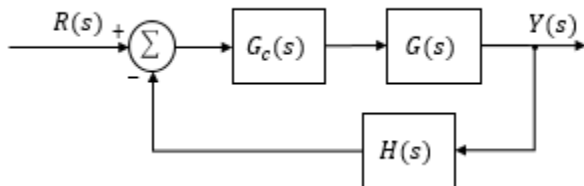
Soru 3: Aşağıda verilen karakteristik denklemlerin köklerini bulunuz. Bulduğunuz değerlere göre verilen sistemin kararlılığı hakkında yorum yapınız.

Çözüm 3:

a.) $D(s) = s^4 + 9.5s^3 + 30.5s^2 + 37s + 12$ $p = (-4, -2, -2, -0.5)$ Sistem kararlı
b.) $D(s) = s^3 + 4s^2 + 5s + 2$ $p = (-2, -1, -1)$ Sistem kararlı
c.) $D(s) = s^3 + 2s^2 + s + 7$ $p = (-2.6311, 0.3155 \pm 1.6003i)$ Sistem kararsız, kompleks kutupların reel tarafı pozitif

Soru 4: Aşağıdaki gibi birim geri bildirimli bir sistemde

$$H(s) = 1, G_c(s) = \frac{K}{s} \text{ ve } G(s) = \frac{1}{s+2} \text{ olarak tanımlanmıştır.}$$



a.) Sırasıyla K'yı 1, 5 ve 10 olarak kapalı çevrim sistemin kutuplarını bularak sistemin kararlılığını araştırınız.

b.) Routh-Hurwitz yaklaşımını kullanarak K'nın alabileceği değerler aralığını bulunuz.

Çözüm 4:

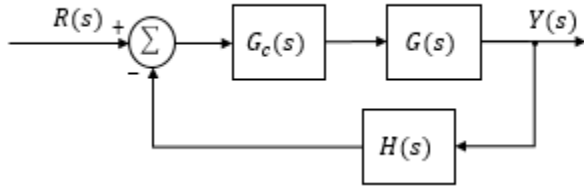
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s^2 + 2s + K}$$

Sırasıyla K'yı 1, 5 ve 10 alarak kutuplar, $p_{1,2} = -1, p_{1,2} = -1 \pm 2i$ ve $p_{1,2} = -1 \pm 3i$

Sistem ikinci dereceden Hurwitz testini geçtiği sürece kararludur yani $\forall K > 0$ sistem kararludur

Soru 5: Aşağıdaki gibi birim geri bildirimli bir sistemde

$$H(s) = 1, G_c(s) = K \text{ ve } G(s) = \frac{1}{(s+3)(s+4)(s+5)} \text{ olarak tanımlanmıştır.}$$



Routh-Hurwitz yaklaşımını kullanarak sistemin iki kutbunun imajiner ekseninde olacağı K değerini bulunuz.

Çözüm 5:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s^3 + 12s^2 + 47s + (60 + K)}$$

$$12 * 47 = 60 + K \Rightarrow K = 504$$

Soru 6: Bir sistemin karakteristik denklemi aşağıdaki gibidir.

$$D(s) = s^6 + 9s^5 + 31.25s^4 + 61.25s^3 + 67.75s^2 + 14.75s + 15$$

a.) Routh-Hurwitz yaklaşımını kullanarak sistemin kararlılık durumu hakkında hüküm oluşturun.

b.) Karakteristik denklemin köklerini bulunuz.

Çözüm 6:

Satır/Sütun	1	2	3	4
s^6	1	31.25	67.75	15
s^5	9	61.25	14.75	0
s^4	$\frac{220}{9}$	$\frac{595}{9}$	15	0
s^3	36.9091	9.2273	0	0
s^2	60	15	0	0
s	120	0	0	0
0	15			

Sıfır satırı çıktı, sistem marjinal kararlı veya ilerleyen adımlarda işaret değişikliği varsa kararsız olabilir, bu nedenle tabloyu tamamlamamız gerekir. Sıfır satırının üzerindeki satıra gidip yardımcı polinomu oluştururuz.

$$P(s) = 60s^2 + 15$$

Bu polinomun türevi bize sıfır satırında yerine koyacağımız katsayıları verir.

$$P'(s) = 120s$$

Tabloyu tamamladık işaret değişikliği yok, o halde sistem marjinal kararlı ve marjinal kararlılığa neden olan kutuplar. $60s^2 + 15 = 0 \Rightarrow p_{1,2} = \pm 0.5i$

Sistemin tüm kutuplarını bularak yaptığımız değerlendirmenin doğru olup olmadığını araştıralım.

$$p = [-4, -3, -1 \pm 2i, \pm 0.5i]$$

Çözümümüz doğru.

Soru 7: Birim geri bildirimli bir sistemde sistemin $H(s) = 1$ dir. Böyle bir sistemde verilen aşağıdaki transfer fonksiyonlarının kalıcı durum hatasını birim adım, rampa ve ivme giriş için belirleyiniz.

Çözüm 7:

G_{OL}	K_{OL}	Adım	Rampa	İvme
$a.) G(s) = \frac{120(s+2)}{(s+3)(s+4)}$ $D(s) = (s+3)(s+4) + 120(s+2)$ Sistem Kararlı, durgun durum hatası belirlenebilir.	$K_{OL} = 20, N = 0$	$e_{ss} = \frac{1}{1+20} = \frac{1}{21}$	∞	∞
$b.) G(s) = \frac{10(s+20)(s+30)}{s(s+25)(s+35)}$ $D(s) = s^3 + 70s^2 + 1375s + 6000$ Sistem Kararlı, durgun durum hatası belirlenebilir.	$K_{OL} = \frac{48}{7}, N = 1$	0	$e_{ss} = \frac{1}{\frac{48}{7}} = \frac{7}{48}$	∞
$c.) G(s) = \frac{10}{s^2 + 7s + 14}$ Sistem Kararlı, durgun durum hatası belirlenebilir.	$K_{OL} = \frac{5}{7}, N = 0$	$e_{ss} = \frac{1}{1 + \frac{5}{7}} = \frac{7}{12}$	∞	∞
$d.) G(s) = \frac{1}{s^2(7s+14)}$ $D(s) = 7s^3 + 14s^2 + 1$ Sistem Kararlı değil, durgun durum hatası belirlenemez.				

Soru 8: Birim geri bildirimli bir sistemde sistemin $H(s) = 1$ dir. Böyle bir sistemde verilen aşağıdaki transfer fonksiyonunda $27tu(t)$ şeklinde verilen giriş karşısında sistemin kalıcı durum hatasının 0.4 olduğu gözleniyorsa K kazancı nedir?

$$G(s) = \frac{K(s+13)(s+19)}{s(s+6)(s+9)(s+22)}$$

Çözüm 8:

$$K_{OL} = \frac{K * 13 * 19}{6 * 9 * 22}, N = 1, e_{ss} = \frac{27}{\frac{K * 13 * 19}{6 * 9 * 22}} = 0.4 \Rightarrow K = 324.65$$

Soru 9: İkinci dereceden bir sistem aşağıdaki gibi bir transfer fonksiyonuna sahiptir.

$$M(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{7}{s^2 + 3.175s + 7}$$

Birim adım giriş verildiğinde $R(s) = \frac{1}{s}$, sistemin maksimum yüzde aşmasını (M), tepe zamanını (t_p), yerleşme zamanını (t_s) hesaplayınız. (Not: yerleşme zamanının %2 kriterine göre hesaplayınız.)

Çözüm 9:

$$\omega_n = \sqrt{7} \text{ ve } 2\zeta\omega_n = 3.175 \Rightarrow \zeta = 0.6$$

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = 2.52 \text{ saniye} \quad \varepsilon_s = 0.02 \text{ için}$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}} = 1.4843 \text{ saniye}$$

$$\varepsilon_p = \exp\left(-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}\right) = \exp\left(\frac{-\pi 0.6}{\sqrt{1 - 0.6^2}}\right) = 0.0948$$

Soru 10:

Aşağıda verilen transfer fonksiyonları ikinci dereceden sistemlere yakınsatınız: Yakınsattığınız sistemlerin doğal frekansını ve sönümlenme oranını bulunuz. Sönümlenme oranı açısından sınıflandırıldığında ne tip bir sistemdir.

	$M(s)$		$G_a(s)$
1	$M(s) = \frac{5s + 15}{s^4 + 34.1s^3 + 127.1s^2 + 126.1s + 93}$	$M(s) = \frac{5(s + 3)}{(s + 30)(s + 3.1)(s^2 + s + 1)}$	$G_a(s) = \frac{5K_a}{(s^2 + s + 1)} = \frac{5/31}{(s^2 + s + 1)}$ $\omega_n = 1, \xi = 0.5$ Az Sönümlü
2	$M(s) = \frac{4s + 8}{s^4 + 23.1s^3 + 65.1s^2 + 64.1s + 42}$	Sistem Kararsız	
3	$M(s) = \frac{2s + 4}{s^4 + 23.1s^3 + 65.1s^2 + 64.1s + 42}$	Sistem Kararsız	
4	$M(s) = \frac{3s + 3}{s^4 + 12.1s^3 + 23.1s^2 + 22.1s + 11}$	$M(s) = \frac{3(s + 1)}{(s + 10)(s + 1.1)(s^2 + s + 1)}$	$G_a(s) = \frac{3K_a}{(s^2 + s + 1)} = \frac{3/11}{(s^2 + s + 1)}$ $\omega_n = 1, \xi = 0.5$ Az Sönümlü