ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
MAK403 OTOMATİK KONTROL FİNAL SINAVI 09/01/2019
Dr. Nurdan Bilgin

Öğrenci No :

İsim Soyisim :

Sınav Süresi:110 dakikadır.

Formüller:

N	Basamak $r(t) = r_0 h(t)$	Rampa $r(t) = r_1 t h(t)$	İvme $r(t) = 0.5 r_2 t^2 h(t)$
0	$\frac{r_0}{1+K_{OL}}$	∞	∞
1	0	$\frac{r_1}{K_{OL}}$	∞
2	0	0	$\frac{r_2}{K_{OL}}$
3	0	0	0

$$G(s) = K\frac{T_0 s + 1}{Ts + 1}$$

$$y_f = K x_0$$

$$\dot{y}_0 = \frac{y_f - y_0}{T}; y_0 = \frac{K T_0}{T} x_0$$

$$G(s) = K\frac{T_0 s + 1}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1} \text{ ya da } G(s) = K\frac{\eta\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$\frac{y(t)}{y_f} = 1 - a_0 e^{-\xi\omega_n t}\cos(\omega_d t - \phi); \beta = tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right); \xi = cos\beta; \sqrt{1-\xi^2} = sin\beta$$

$$a_0 = \frac{\sqrt{\eta^2 - 2\eta\xi + 1}}{\sqrt{1-\xi^2}}; \phi = \tan^{-1}\left(\frac{\xi - \eta}{\sqrt{1-\xi^2}}\right); \omega_d = \omega_n\sqrt{1-\xi^2}$$

$$t_p = \frac{\phi + \beta + \frac{\pi}{2}}{\omega_d} \quad \eta \neq 0$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} \quad \eta = 0$$

$$\varepsilon_p = a_0 \sin(\beta)\exp\left(-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\left(\phi + \beta + \frac{\pi}{2}\right)\right) \quad \eta \neq 0$$

$$\varepsilon_p = \exp\left(-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \quad \eta = 0$$

$$t_s = \frac{1}{\xi\omega_n} ln\left(\frac{a_0}{\varepsilon_s}\right) \quad \eta \neq 0$$

$$t_s \cong \begin{cases} \frac{4}{\xi\omega_n} & \varepsilon_s = 0.02 \text{ için} \\ \frac{3}{\xi\omega_n} & \varepsilon_s = 0.05 \text{ için} \end{cases} \quad \eta = 0$$

$$t_r = \frac{\phi + \frac{\pi}{2}}{\omega_d} \quad \eta \neq 0$$

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d} \quad \eta = 0$$

Gecikme zamanı, t_d $\frac{y(t)}{y_f} = 0.5$ ilişkisinden bulunabilir.

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)}\bigg|_{s=j\omega} = \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)} \therefore N(j\omega) = N_r(\omega) + jN_i(\omega) \text{ ve } D(j\omega) = D_r(\omega) + jD_i(\omega)$$

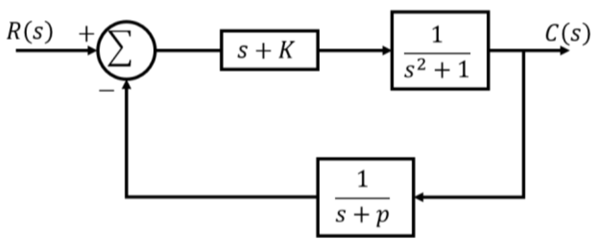
$$M(\omega) = |G(j\omega)| = \frac{|N(j\omega)|}{|D(j\omega)|} = \frac{\sqrt{{N_r}^2(\omega) + {N_i}^2(\omega)}}{\sqrt{{D_r}^2(\omega) + {D_i}^2(\omega)}} \quad \phi(\omega) = atan2\left[\frac{N_i(\omega)}{N_r(\omega)}\right] - atan2\left[\frac{D_i(\omega)}{D_r(\omega)}\right]$$

$$\omega_c = \omega_n = \frac{1}{T}; \quad M(\omega_c) = \frac{1}{2\xi} \Rightarrow \bar{M}(\omega_c) = 20\log\left(\frac{1}{2\xi}\right)$$

Öğrenci No:
İsim Soyisim

SORULAR

Soru 1: Aşağıda verilen geri bildirimli kontrol sistemi için



a.) Sistemin kararlı,marjinal kararlı ve kararsız olması için K ile p arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.

b.)Kutupların sırasıyla $p_1 = -3\ \ ve\ p_{2,3} = -0.05 \pm 1.3029i$ olması istenirse K ve p değerlerini belirleyiniz.

c.) b şıkkında elde ettiğiniz transfer fonksiyona kutup sıfır sadeleştirmesi yapın, yakınsak transfer fonksiyonunu elde edin. Yakınsak transfer fonksiyonunun sönüm oranı ve doğal frekansını bularak, adım girişe cevabının nasıl olacağı hakkında yorum yapın.

d.) Aşağıda verilen transfer fonksiyonunun kutuplarını Routh tablosu kullanarak bulunuz.

$$G(s) = \frac{s^2+4s+4}{s^3+2s^2+2s+4}$$

Çözüm 1a (8 puan):

$$G(s) = \frac{\frac{s+K}{s^2+1}}{1+\frac{s+K}{(s^2+1)(s+p)}} = \frac{(s+K)(s+p)}{s^3+ps^2+2s+p+K}$$

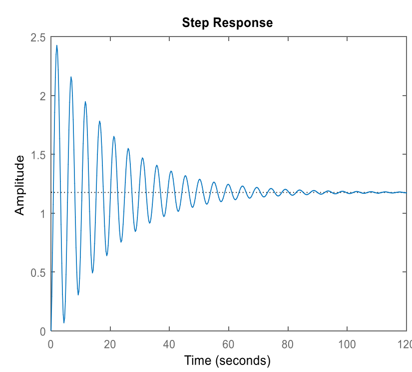
Kararlılık Şartı: $p > 0\ ve\ 2p > p+K \Longrightarrow p > K$
Marjinal Kararlılık Şartı $p > 0\ ve\ 2p = p+K \Longrightarrow p = K$ veya $p = 0, K > 0$
Kararsızlık Şartı $p > 0\ ve\ 2p < p+K \Longrightarrow p < K$ veya $p = 0, K < 0$

Çözüm 1b (8 puan):

$$s^3+ps^2+2s+p+K = (s+3)(s+0.05-1.3029i)(s+0.05+1.3029i)$$
$$s^3+ps^2+2s+p+K = s^2+3.1s^2+2s+5.1$$
$$p = 3.1\ ve\ K = 2$$

Çözüm 1c (8 puan):

$$G(s) = \frac{(s+2)(s+3.1)}{(s+3)(s^2+0.1s+1.7)}$$
$$G_a(s) = \frac{K_a(s+2)}{(s^2+0.1s+1.7)}$$
$$G(0) = G_a(0) \Longrightarrow \frac{2*3.1}{3*1.7} = \frac{K_a*2}{1.7} \Longrightarrow K_a \cong 1$$
$$G_a(s) = \frac{s+2}{s^2+0.1s+1.7} \Longrightarrow \omega_n = \sqrt{1.7}, \xi = \frac{0.1}{2\sqrt{1.7}}$$
$$= 0.01$$



Az sönümlü bir sistem ancak ξ neredeyse sıfıra yakın dolayısıyla çok salınımlı yavaş bir sistem olması beklenir.

Çözüm 1d:(8 puan) $P(s) = 2s^2+4 \Longrightarrow p_{1,2} = \pm\sqrt{2}i$

$$R(s) = \frac{D(s)}{P(s)} = \frac{s^3+2s^2+2s+4}{2s^2+4}$$
$$R(s) = 0.5s+1 \Longrightarrow p_3 = -2$$

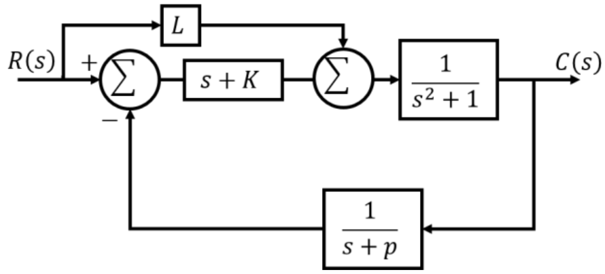
3	1	2
2	2	4
1	0(4)	0
0	4	

Öğrenci No:
İsim Soyisim

Soru 2:

a.) Soru 1'de blok diyagramı verilen sistemin kalıcı durum hatasının sıfır olması için K ile p arasındaki ilişkiyi elde ediniz.

b.) Kararlılık koşulunu sağlayan her K ve p değeri için kalıcı durum hatasının sıfır olmasını, referans girişin ileri beslenmesi yöntemi ile sağlayınız.



Çözüm 2a (15 puan):

$E(s) = R(s) - C(s) = R(s)[1 - G(s)] \therefore \textit{Son değer teoremi kullanılabilir.}$

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0} s * E(s) = \lim_{s\to 0} s * R(s)[1 - G(s)] = \lim_{s\to 0} s * \frac{1}{s} * \left[1 - \frac{(s+K)(s+p)}{s^3 + ps^2 + 2s + p + K}\right] = 0$$

$$1 - \frac{Kp}{p+K} = 0 \Longrightarrow p + K - Kp = 0 \Longrightarrow K = \frac{p}{p-1}$$

Çözüm 2b (15 puan):

$$\left[\left(R(s) - \frac{1}{s+p}C(s)\right) * (s+K) + L * R(s)\right] * \frac{1}{s^2+1} = C(s)$$

$$R(s)\frac{(s+K)}{s^2+1} - \frac{(s+K)}{(s+p)(s^2+1)}C(s) + \frac{L}{s^2+1} * R(s) = C(s)$$

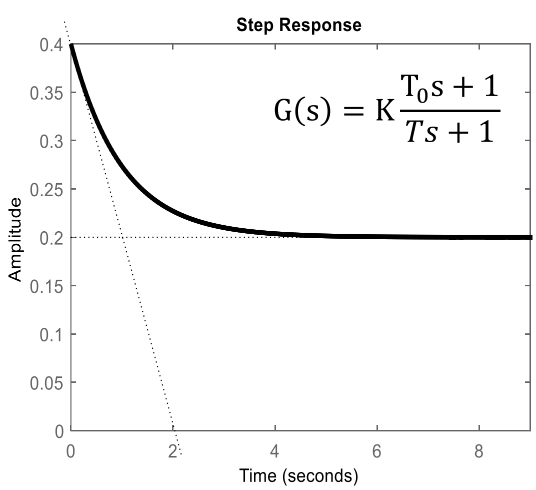
$$R(s)\frac{s+K+L}{s^2+1} = \left(1 + \frac{(s+K)}{(s+p)(s^2+1)}\right)C(s)$$

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{(s+K+L)(s+p)}{s^3 + ps^2 + 2s + p + K}$$

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0} s * E(s) = \lim_{s\to 0} s * R(s)[1 - G(s)] = \lim_{s\to 0} s * \frac{1}{s} * \left[1 - \frac{(s+K+L)(s+p)}{s^3 + ps^2 + 2s + p + K}\right] = 0$$

$$1 - \frac{(K+L)p}{p+K} = 0 \Longrightarrow p + K - (K+L)p = 0 \Longrightarrow L = \frac{p + K - Kp}{p}$$

Soru 3 (10 puan): Birinci dereceden bir sistemin adım girişe cevabı aşağıda verilmiştir. Grafiğe göre K, T_0 ve T değerlerini bulunuz.



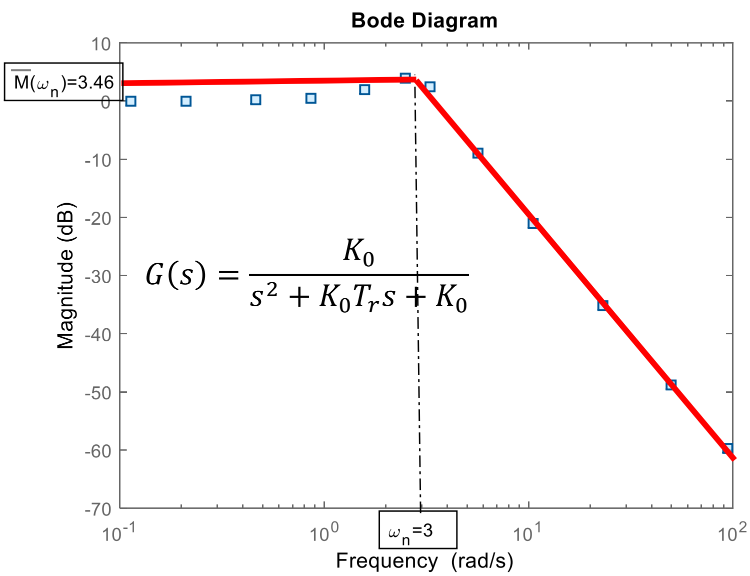
$$y_f = Kx_0; x_0 = 1 \Longrightarrow y_f = K = 0.2$$

$$\dot{y}_0 = \frac{y_f - y_0}{T} \Longrightarrow -\frac{2}{0.4} = \frac{0.2 - 0.4}{T}$$

$$T = 1$$

$$y_0 = \frac{KT_0}{T}x_0 \Longrightarrow T_0 = 0.4 * \frac{1}{0.2} = 2$$

Soru 4: a.) Transfer fonksiyonu diyagramda gösterilen sistemde, K_0 ve T_r parametrelerini bulmak için bode diyagramını kullanınız.



b.) a şıkkında bulduğunuz K_0 ve T_r parametreleri ile sistemin %10'un altında aşma ve 2 saniyenin altında yerleşme zamanı isterlerini karşılamadığı görülerek yeni tasarıma gidilmiş ve aşağıdaki tranfer fonksiyonu elde edilmiştir.

$$G(s) = \frac{16}{s^2 + 6s + 16}$$

Yeni transfer fonksiyonuna göre, maksimum yüzde aşma, aşma zamanı, yerleşme zamanı (%2) ve yükselme zamanı değerlerini bulunuz.

Çözüm 4a (12 puan).

$$\overline{M}(\omega_c) = 20 \log\left(\frac{1}{2\xi}\right) \Rightarrow \frac{3.46}{20} = \log\left(\frac{1}{2\xi}\right) \Rightarrow 10^{\frac{3.46}{20}} = \frac{1}{2\xi} \Rightarrow \xi = \frac{1}{2 * 10^{\frac{3.46}{20}}} = 0.335$$

$$K_0 = \omega_n^2 = 9,\ \ K_0 T_r = 2\xi\omega_n \Longrightarrow T_r = \frac{2\xi}{\omega_n} = 0.2238$$

$$G(s) = \frac{9}{s^2 + 2s + 9}$$

Çözüm 4b (16 puan).

$$G(s) = \frac{16}{s^2 + 6s + 16} \Longrightarrow \omega_n = 4, \xi = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}; \xi\omega_n = 3; \beta = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right) \cong 0.722;$$

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\xi^2} = 2.6457$$

$$\varepsilon_p = \exp\left(-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) = 0.0284\ (4\ puan)$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = 1.187\ (4\ puan)$$

$$t_s = \frac{4}{\xi\omega_n} = \frac{4}{3} = 1.333\ (4\ puan)$$

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d} = 0.914\ (4\ puan)$$