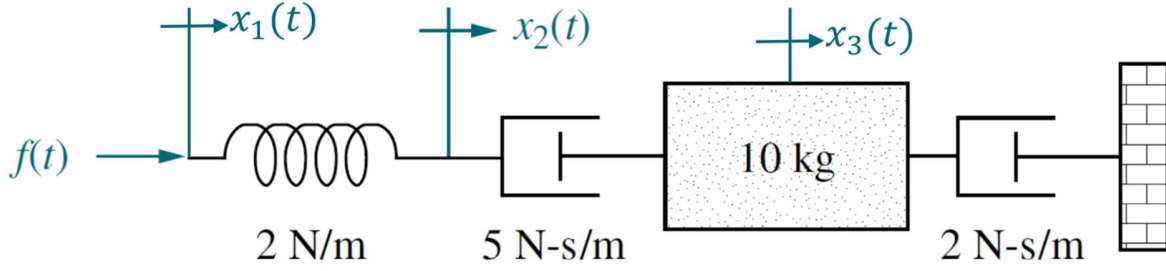




1	2	3	Σ

SORULAR VE ÇÖZÜMLER

Soru 1: Aşağıda şematik gösterimi verilen ötelemeli mekanik sisteme ait temel denklemler (1)-(6) ve sisteme ait parametrelerin (k , b_1 ve b_2) değerleri verilmektedir.



$$f(t) - f_k = 0 \quad (1); \quad f_k - f_{b_1} = 0 \quad (2); \quad f_{b_1} - f_{b_2} = m\ddot{x}_3 \quad (3);$$

$$f_k = k(x_1 - x_2) \quad (4); \quad f_{b_1} = b_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) \quad (5); \quad f_{b_2} = b_2(\dot{x}_3 - 0) \quad (6);$$

$$k = 2 \frac{N}{m}; \quad b_1 = 5 \frac{Ns}{m}; \quad b_2 = 2 \frac{Ns}{m}$$

Bu sistem için

a.) (1) – (6) arasındaki tüm denklemlerin Laplace dönüşümünü yapınız.

a için çözüm.

$$F(s) - F_k(s) = 0 \quad (1a);$$

$$F_k(s) - F_{b_1}(s) = 0 \quad (2a);$$

$$F_{b_1}(s) - F_{b_2}(s) = ms^2 X_3(s) \quad (3a);$$

$$F_k(s) = k(X_1(s) - X_2(s)) \quad (4a);$$

$$F_{b_1}(s) = b_1 s(X_2(s) - X_3(s)) \quad (5a);$$

$$F_{b_2}(s) = b_2 s X_3(s) \quad (6a);$$

b.) Sistem parametrelerini ve gerekli ilişkileri (1) – (3)'de yerine yazarak ilgili denklemlerin

$$2X_1(s) - 2X_2(s) = F(s) \quad (1a)$$

$$2X_1(s) - (5s + 2)X_2(s) + 5sX_3(s) = 0 \quad (2a)$$

$$-5sX_2(s) + (10s^2 + 7s)X_3(s) = 0 \quad (3a)$$

olarak bulunacağını gösteriniz.

b için çözüm.

$$F(s) - kX_1(s) + kX_2(s) = 0 \quad (1a);$$

$$kX_1(s) - kX_2(s) - b_1sX_2(s) + b_1sX_3(s) = 0 \quad (2a);$$

$$b_1sX_2(s) - b_1sX_3(s) - b_2sX_3(s) = ms^2X_3(s) \quad (3a);$$

Parametrik değerleri yerine yazıp düzenleyelim.

$$F(s) = kX_1(s) - kX_2(s) = 2X_1(s) - 2X_2(s) \quad (1a)$$

$$kX_1(s) - (k + b_1s)X_2(s) + b_1sX_3(s) = 0 \quad (2a);$$

$$2X_1(s) - (2 + 5s)X_2(s) + 5sX_3(s) = 0 \quad (2a);$$

$$5sX_2(s) - 5sX_3(s) - 2sX_3(s) = 10s^2X_3(s) \quad (3a);$$

$$-5sX_2(s) + (10s^2 + 7s)X_3(s) = 0 \quad (3a);$$

c.) (1a)-(3a) denklemlerini kullanarak, giriş $F(s)$, çıkış $X_2(s)$ olacak şekilde sistemin detaylı blok diyagramını çiziniz.

c için çözüm.

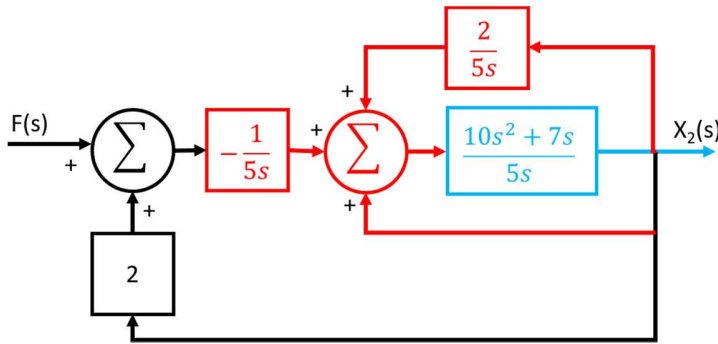
Giriş ve çıkış cinsinden ara değişkenleri bulacak şekilde (1a)-(3a)'yı düzenleyelim.

$$2X_1(s) = F(s) + 2X_2(s) \quad (1b)$$

$$X_3(s) = -\frac{2}{5s}X_1(s) + \frac{(5s+2)}{5s}X_2(s) = -\frac{2}{5s}X_1(s) + \frac{2}{5s}X_2(s) + X_2(s)$$

$$X_3(s) = -\frac{2}{5s}X_1(s) + \frac{2}{5s}X_2(s) + X_2(s) \quad (2b)$$

$$X_2(s) = \frac{(10s^2 + 7s)}{5s}X_3(s) \quad (3b)$$



$$2X_1(s) = F(s) + 2X_2(s) \quad (1b)$$

$$X_3(s) = -\frac{2}{5s}X_1(s) + \frac{2}{5s}X_2(s) + X_2(s)$$

$$X_2(s) = \frac{(10s^2 + 7s)}{5s}X_3(s)$$

Farklı çözümler olabilir, çözümün doğruluğu doğrultusunda değerlendirilecektir.

d.) Giriş $F(s)$, çıkış $X_2(s)$ olacak şekilde sistemin transfer fonksiyonunu $G_{X_2F} = X_2(s)/F(s)$ bulunuz. (c) şıkında bulduğunuz detaylı blok diyagramı grafiksel indirgeme yöntemiyle indirgeyerek bulduğunuz sonucun doğruluğunu kanıtlayınız.

d için çözüm.

(2a) 'dan $2X_1(s) = (5s + 2)X_2(s) - 5sX_3(s)$ bulunur. (1a)'da yerine yazılır. (1c) ifadesi elde edilir.

$$(5s + 2)X_2(s) - 5sX_3(s) - 2X_2(s) = F(s) \quad (1c)$$

(3a) 'dan

$$X_3(s) = \frac{5sX_2(s)}{10s^2 + 7s}$$

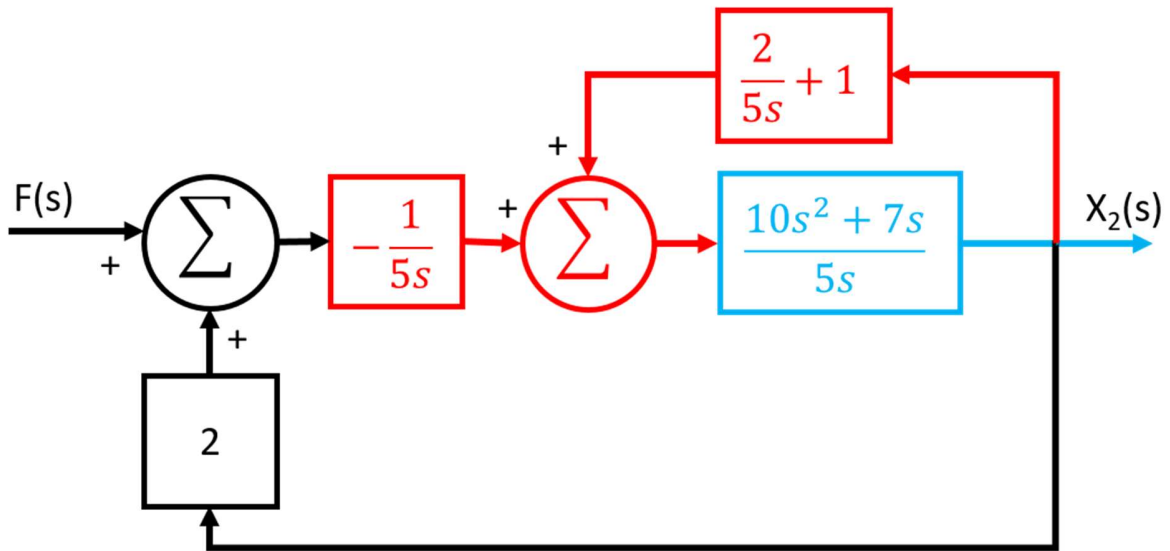
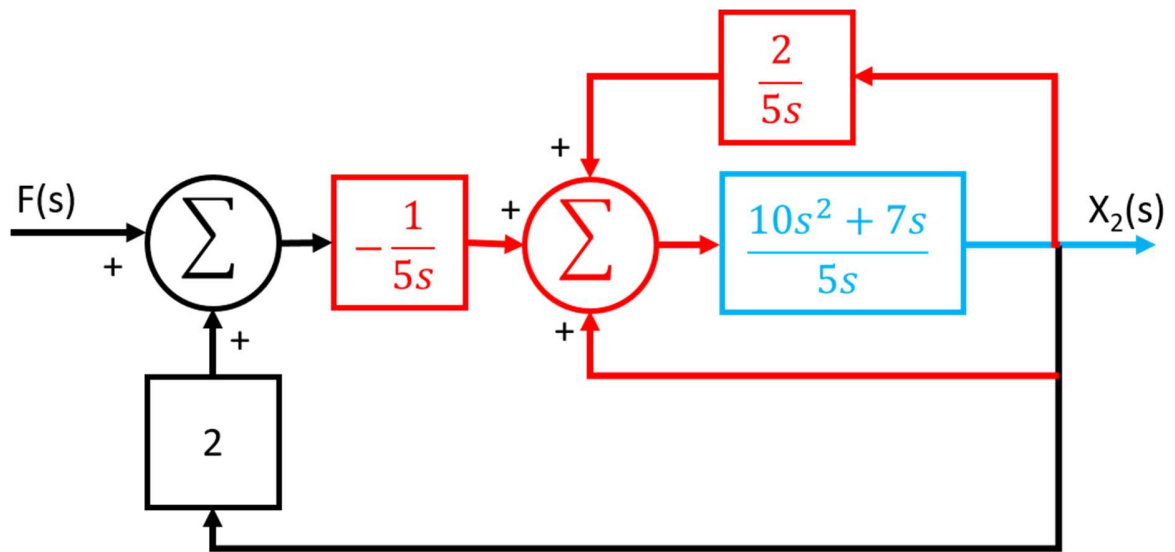
bulunur. (1c)'de yerine yazılır. (1c') ifadesi elde edilir.

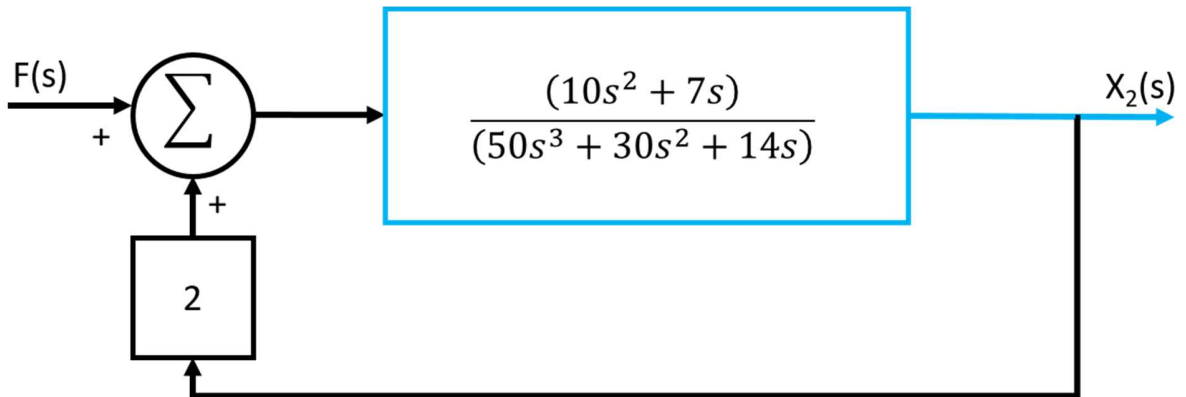
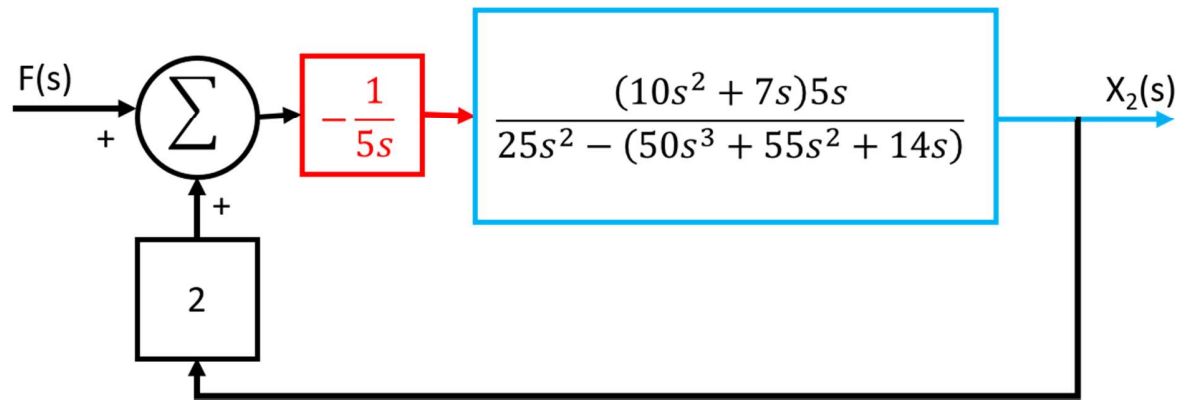
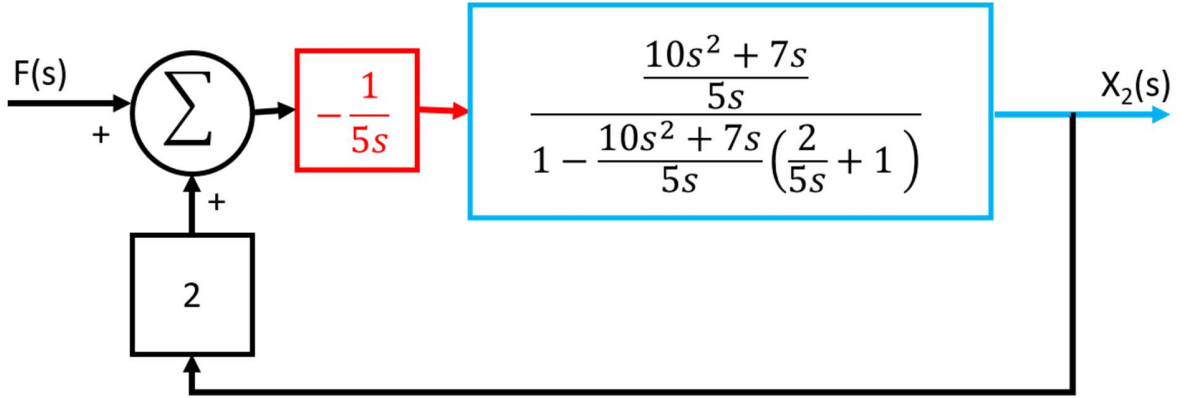
$$(5s + 2)X_2(s) - 5s \frac{5s}{10s^2 + 7s} X_2(s) - 2X_2(s) = F(s) \quad (1c')$$

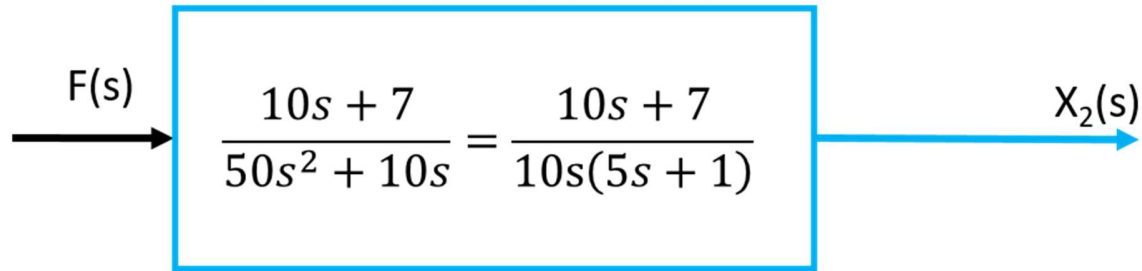
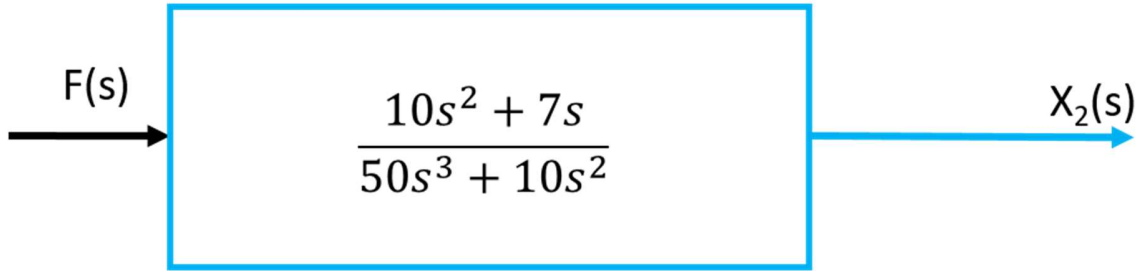
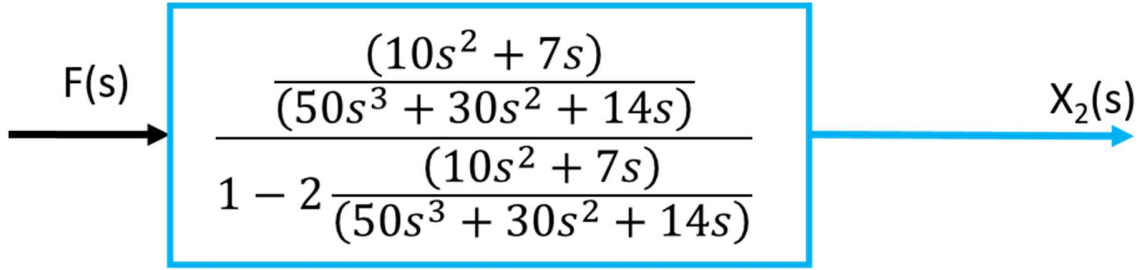
(1c') ifadesi düzenlenirse

$$G_{X_2F} = \frac{X_2(s)}{F(s)} = \frac{10s + 7}{10s(5s + 1)}$$

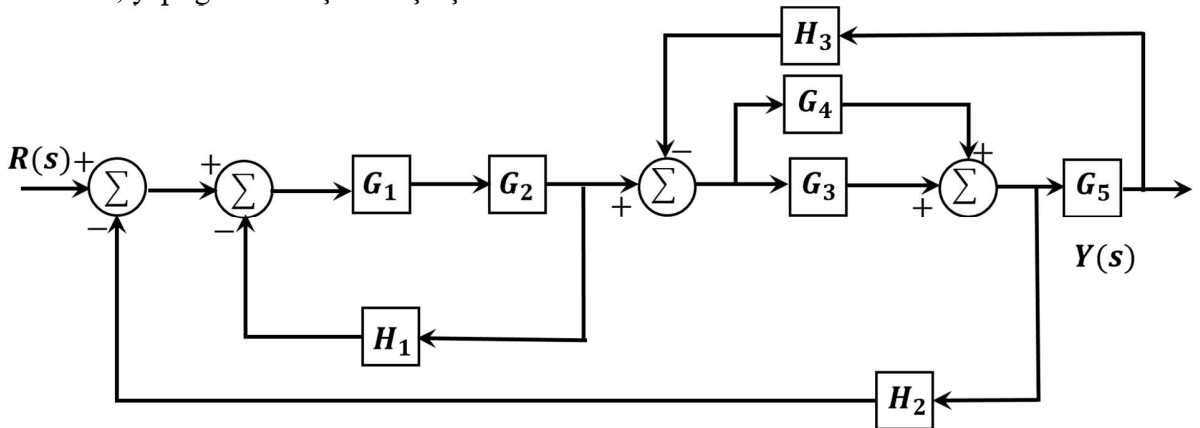
elde edilir.



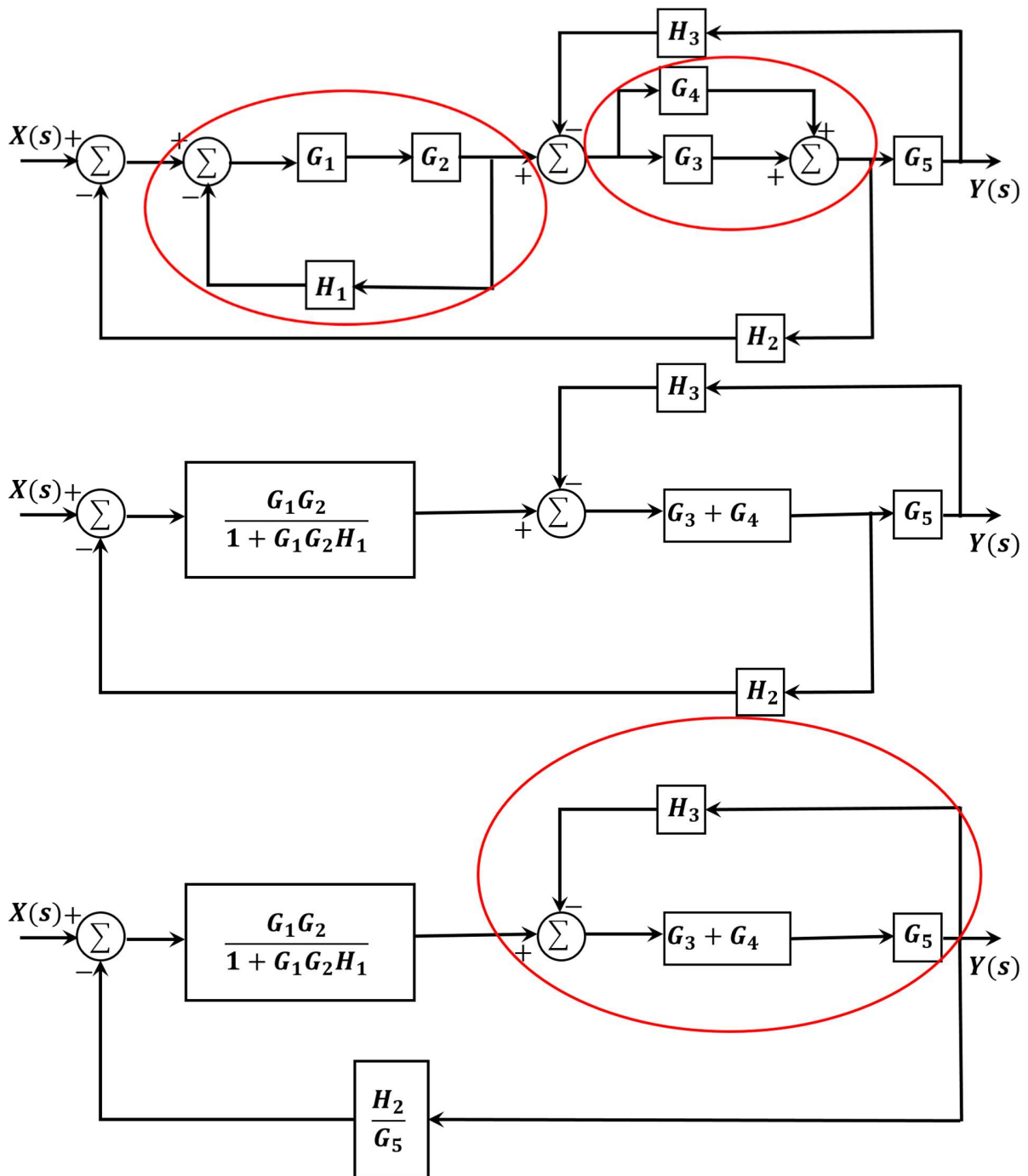


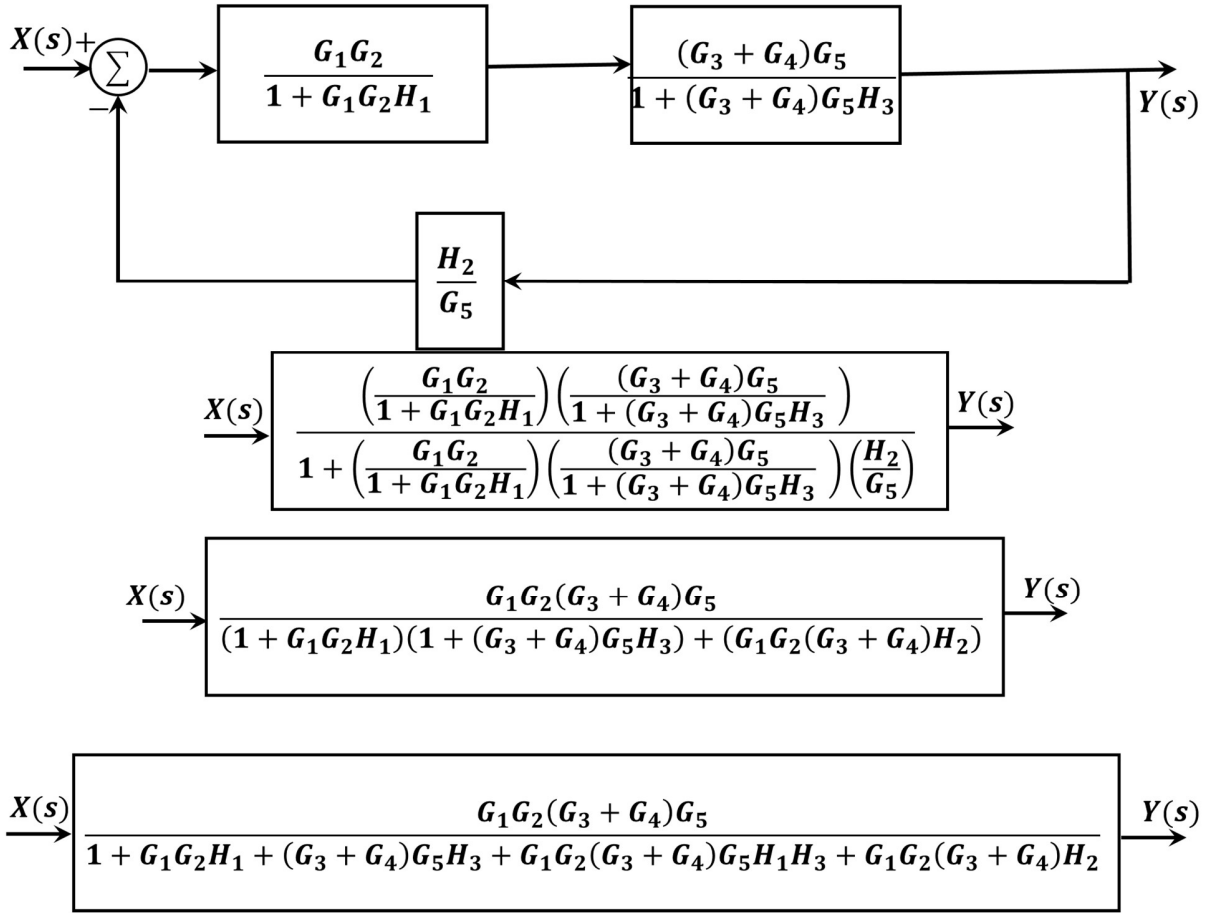


Soru 2: Blok diyagram indirgeme yöntemlerinden herhangi birini kullanarak aşağıda verilen blok diyagramının transfer fonksiyonunu $G_{YX}(s)$ bulunuz. Hangi yöntemi kullandığınızı belirterek, yaptığınız her işlemi açıkça ifade ediniz.

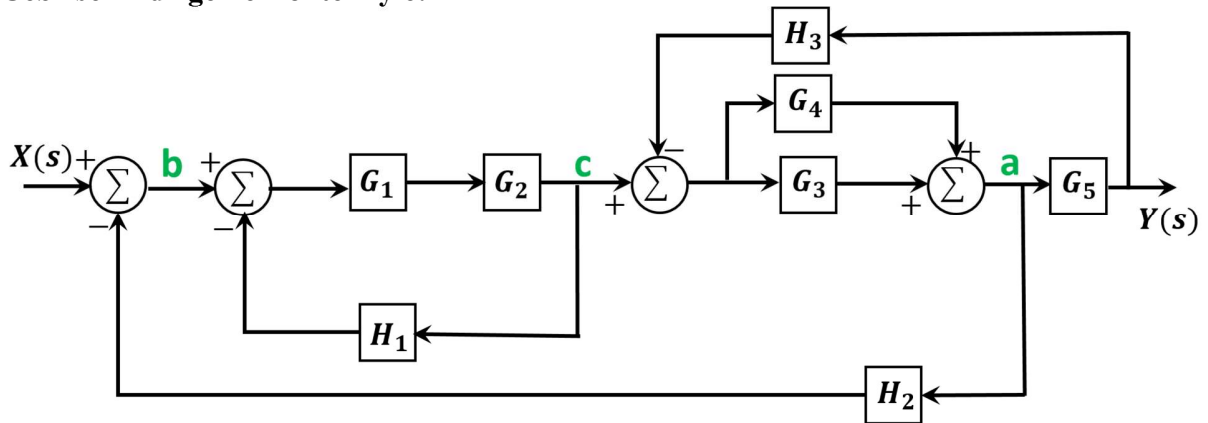


Soru 2 Çözüm:
Grafiksel İndirgeme Yöntemiyle





Cebirsel İndirgeme Yöntemiyle:



$$aG_5 = Y(s) \Rightarrow a = \frac{Y(s)}{G_5} \quad (1)$$

$$X(s) - aH_2 = b \quad (2)$$

$$(b - cH_1)G_1G_2 = c \Rightarrow b = c \frac{(1 + G_1G_2H_1)}{G_1G_2} \quad (3)$$

$$(c - Y(s)H_3)(G_3 + G_4) = a \quad (4)$$

(1) ve (3)'ü (2)'de yerine yazalım.

$$X(s) - \frac{Y(s)}{G_5} H_2 = c \frac{(1 + G_1 G_2 H_1)}{G_1 G_2} \quad (2a)$$

(1)'i (4)'de yerine yazıp, (4) ifadesinden c'yi bulalım.

$$c(G_3 + G_4) - (G_3 + G_4)H_3 Y(s) = \frac{Y(s)}{G_5}$$

$$c(G_3 + G_4)G_5 - (G_3 + G_4)G_5 H_3 Y(s) = Y(s)$$

$$c(G_3 + G_4)G_5 = [1 + (G_3 + G_4)G_5 H_3] Y(s)$$

$$c = \frac{[1 + (G_3 + G_4)G_5 H_3] Y(s)}{(G_3 + G_4)G_5} \quad (4a)$$

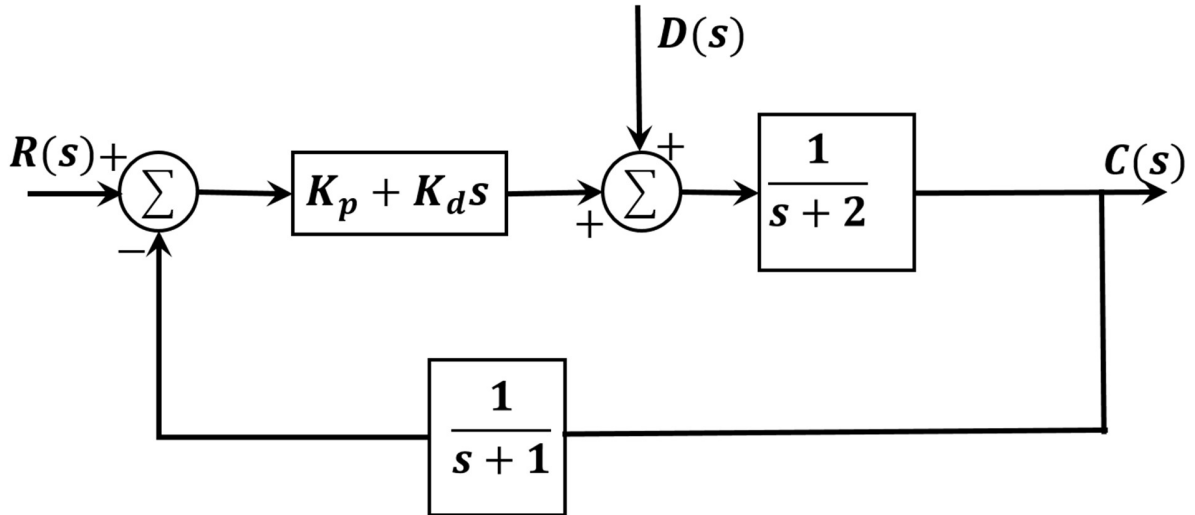
(4a) ifadesini (2a)'da yerine yazıp gerekli düzenlemeleri yapalım.

$$X(s) - \frac{H_2}{G_5} Y(s) = \frac{[1 + (G_3 + G_4)G_5 H_3][1 + G_1 G_2 H_1]}{G_1 G_2 (G_3 + G_4)G_5} Y(s)$$

$$X(s) = \left\{ \frac{[1 + (G_3 + G_4)G_5 H_3][1 + G_1 G_2 H_1]}{G_1 G_2 (G_3 + G_4)G_5} + \frac{H_2}{G_5} \right\} Y(s)$$

$$X(s) \frac{G_1 G_2 (G_3 + G_4)G_5}{1 + (G_3 + G_4)G_5 H_3 + G_1 G_2 H_1 + G_1 G_2 (G_3 + G_4)G_5 H_1 H_3 + G_1 G_2 (G_3 + G_4)H_2} = Y(s)$$

Soru 3: Geri bildirim kontrol stratejisi olarak, oransal-türevsel kontrol kullanılan aşağıdaki sistemde adım adım istenenleri bulunuz.



a.) C(s) çıkışı ile D(s) bozucu girişi arasındaki transfer fonksiyonunun

$$M_D(s) = \frac{C(s)}{D(s)} = \frac{s+1}{s^2 + (3+K_d)s + (2+K_p)}$$

olduğunu gösteriniz.

b.) C(s) çıkışı ile R(s) referans girişi arasındaki transfer fonksiyonunu $M_R(s)$ 'i bulunuz.

c.) Hassasiyet ifadeleri $S_{K_p}^{M_D}$ ve $S_{K_d}^{M_D}$ 'yi bulunuz.

d.) Neden durgun durumda $S_{K_d}^{M_D}$ 'nin sıfır olduğunu açıklayınız (durgun durumda $s=0$).

Soru 3 Çözüm:

$$\left[\left(R(s) - \frac{1}{s+1} C(s) \right) (K_p + K_d s) + D(s) \right] \frac{1}{s+2} = C(s)$$

$$\left[(K_p + K_d s) R(s) - \frac{K_p + K_d s}{s+1} C(s) + D(s) \right] \frac{1}{s+2} = C(s)$$

$$\frac{K_p + K_d s}{s+2} R(s) - \frac{K_p + K_d s}{s^2 + 3s + 2} C(s) + \frac{D(s)}{s+2} = C(s)$$

$$\frac{K_p + K_d s}{s+2} R(s) + \frac{D(s)}{s+2} = \left(1 + \frac{K_p + K_d s}{s^2 + 3s + 2} \right) C(s)$$

$$\frac{K_p + K_d s}{s+2} R(s) + \frac{D(s)}{s+2} = \left(\frac{s^2 + (3+K_d)s + (2+K_p)}{s^2 + 3s + 2} \right) C(s)$$

a.)

$$M_D(s) = \frac{C(s)}{D(s)} = \frac{s+1}{s^2 + (3+K_d)s + (2+K_p)}$$

b.)

$$M_R(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{(s+1)(K_p + K_d s)}{s^2 + (3+K_d)s + (2+K_p)}$$

c.)

$$S_{K_p}^{M_D} = \frac{K_p}{M_D} \frac{\partial M_D}{\partial K_p} = \frac{K_p}{\frac{s+1}{s^2 + (3+K_d)s + (2+K_p)}} \cdot \frac{-(s+1)}{(s^2 + (3+K_d)s + (2+K_p))^2} = \frac{-K_p}{s^2 + (3+K_d)s + (2+K_p)}$$

$$S_{K_d}^{M_D} = \frac{K_d}{M_D} \frac{\partial M_D}{\partial K_d} = \frac{K_d}{\frac{s+1}{s^2 + (3+K_d)s + (2+K_p)}} \cdot \frac{-s(s+1)}{(s^2 + (3+K_d)s + (2+K_p))^2} = \frac{-K_d s}{s^2 + (3+K_d)s + (2+K_p)}$$

d.)

Durgun durumda $s \rightarrow 0$ $S_{K_d}^{M_D}$ ifadesi payındaki serbest s terimi nedeniyle sıfır olur.