



**ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ**  
**MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ**  
**MAK403 OTOMATİK KONTROL**  
**ÖDEV 3**  
**Teslim Tarihi:26/12/2019**  
**Dr. Nurdan Bilgin**

**Ödev Yapım İlkeleri**

- 1.) **Ödev dört farklı konudan toplam 30 sorudan oluşmaktadır.**
- 2.) **Ödev grup halinde veya bireysel olarak yapılabilir.**
  - a.) **Ödevini bireysel olarak yapmak isteyen öğrenciler her konudan en az 2 olmak koşuluyla istedikleri 10 soruyu çözebilirler.**
  - b.) **Ödevini grup halinde yapmak isteyen öğrenciler için ise maksimum grup üyesi sayısı 4'ü geçmemelidir.**

**Dört kişilik gruplarda her öğrenciye en az 7 soru düşmeli ve bu yedi soru her dört konuyu da kapsayacak şekilde düzenlenmelidir.**

**Üç kişilik gruplarda her öğrenciye en az 8 soru düşmeli ve bu sekiz soru her dört konuyu da kapsayacak şekilde düzenlenmelidir.**

**İki kişilik gruplarda her öğrenciye en az 9 soru düşmeli ve bu dokuz soru her dört konuyu da kapsayacak şekilde düzenlenmelidir.**
  - c.) **Grup üyelerinin adları numaraları ve yaptıkları soruların bölüm ve numaraları giriş sayfasında belirtilmelidir. Yanlış yapılan veya kopya olduğundan şüphelenilen her bir soru için yanlış yapan grup üyesinden soru değerinin iki katı eksi puan kesilirken diğer üyelerden soru değeri kadar eksi puan kesilecektir.**
  - d.) **Grup çalışması yaptığı halde bireysel ödev veren öğrencilerin ödevleri geçersiz sayılacaktır. Herhangi iki ödevde ortak 5 soru ödevin iptal nedenidir.**
  - e.) **Aynı soru, aynı çözüm yaklaşımıyla birden fazla ödevde bulunursa ödevin tamamı geçersiz sayılacaktır.**
  - f.) **Ödevlerin tükenmez kalemle düzgün olarak yazılması her grup üyesinin kendi yaptığı bölümü kendi el yazısıyla hazırlaması gerekmektedir.**

## SORULAR

### Kararlılık Konusu İle İlgili Sorular

**Soru 1:** Bir sistemin birim adım cevabı aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$y_{stp}(t) = [5(e^{-2t} - 1) + 2\sin 5t]h(t)$$

Burada  $h(t)$ ,  $t = 0$  anında uygulanan birim adım fonksiyonu göstermektedir.

a.) Bu sistemin ani birim darbe cevabının aşağıdaki gibi olduğunu gösteriniz.

$$y_{imp}(t) = 10(\cos 5t - e^{-2t})h(t)$$

b.) Yukarıda  $y_{imp}(t)$  olarak verilen fonksiyonda neden darbe terimi bulunmamaktadır, açıklayınız.

c.) Bu sistem için  $G_{YX}(s)$  transfer fonksiyonunu s terimleri ile iki polinomun oranı şeklinde belirleyin.

d.) Aşağıda sıfır başlangıç koşullarıyla tanımlı  $x(t)$  giriş verildiğinde, bütün  $-\infty < t < +\infty$  zamanları için geçerli olmak sistem cevabı  $y(t)$  için bir ifade belirleyin

$$x(t) = 3\delta(t) + 6h(t)$$

Burada  $\delta(t)$ ,  $t = 0$  anında uygulanan ani birim darbe fonksiyonunu göstermektedir.

**Çözüm:**

a.)

$$\frac{dy_{stp}}{dt} = y_{imp} = (-10e^{-2t} + 10\cos 5t)h(t) + [5(e^{-2t} - 1) + 2\sin 5t]\delta(t)$$

$$\delta(t) = \begin{cases} t = 0 & f(0) \\ t \neq 0 & 0 \end{cases}, \text{ ancak } f(0) = [5(e^0 - 1) + 2\sin 0] = 0$$

$$y_{imp}(t) = 10(\cos 5t - e^{-2t})h(t)$$

b.) A şıkında belirtildiği gibi, fonksiyonun tanımı gereği, fonksiyon  $t=0$ 'da değerlendirildiğinde değeri 0 olmaktadır.

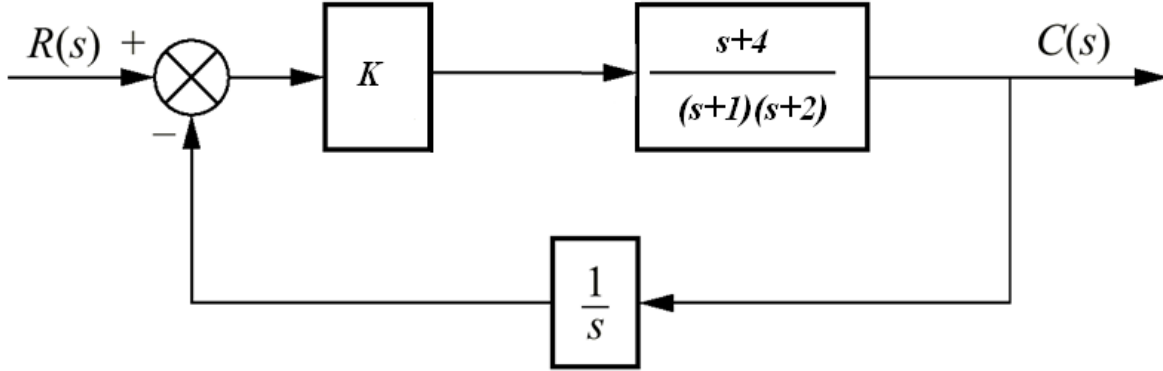
c.) Birim adım giriş verilmiş ve çıkış elde edilmiş. Verilen fonksiyonu adım girişe bölüp Laplace dönüşümü yapılırsa,

$$G_{YX}(s) = 5 \left( \frac{1}{s+2} - \frac{1}{s} \right) + \frac{2(5)}{s^2+25} = \frac{-10}{s^2+s} + \frac{10}{s^2+25} = \frac{10s-250}{(s^2+s)(s^2+25)}$$

d.) Yukarıda anlatılan nedenle  $\delta(t)$  girişinin çıkışa etkisi yoktur. Dolayısıyla yeni çıkış.

$$y_{imp}(t) = 60(\cos 5t - e^{-2t})h(t)$$

**Soru 2:** Aşağıda verilen geri bildirim kontrol sistemi için



- a.) Sistemin kararlı olması için  $K$ 'nın olabileceği değer aralığını bulunuz.,  
b.)  $K=6$  için kararlılık marjı ( $\mu_s$ )'i bulunuz

**Çözüm:**

- a.) Karakteristik denklem bulunur ve  $K$  için kararlılık şartı belirlenir.

$$\text{num} \left( 1 + \frac{K(s+4)}{s(s+1)(s+2)} \right)$$

$$D(s) = s^3 + 3s^2 + (2+K)s + 4K$$

$$3(2+K) > 4K \Rightarrow K < 6$$

- b.)  $K=6$  için kararlılık marjından söz edilemez çünkü sistem  $K$ 'nın bu değeri için marjinal kararlı olur.

**Soru 3:**

- a. Kararlılık, marjinal kararlılık ve kararsızlık terimlerini verilen teoremler doğrultusunda açıklayınız.  
b. Aşağıda verilen örnekleri inceleyiniz ve kararlı, marjinal kararlı veya kararsız olma nedenlerini açıklayınız. Marjinal kararlılığa ve kararsızlığa neden olan kutupları bulunuz.

i.)	$\frac{1}{s^4 + 9s^3 + 20s^2 + 12s}$	ii.)	$\frac{1}{s^3 + 3s^2 + 2s}$
iii.)	$\frac{1}{2s^5 + 5s^4 + 3s^3 + 3s^2 + s - 2}$	iv.)	$\frac{1}{2s^5 + 2s^4 + 3s^3 + 3s^2 + 4s + 2}$
v.)	$\frac{1}{s^6 + 14s^5 + 76s^4 + 206s^3 + 295s^2 + 212s + 60}$		

**Çözüm:**

$\frac{1}{s^4 + 9s^3 + 20s^2 + 12s} = \frac{1}{s(s^3 + 9s^2 + 20s + 12)}$	Sistem, serbest $s$ nedeniyle marjinal kararlı, parantezin içi kararsız olsaydı, system kararsız olurdu. Marjinal kararlılığa neden olan kutup $s=0$
$\frac{1}{s^3 + 3s^2 + 2s} = \frac{1}{s(s^2 + 3s + 2)}$	Sistem, serbest $s$ nedeniyle marjinal kararlı, parantezin içi kararsız olsaydı, system kararsız olurdu. Marjinal kararlılığa neden olan kutup $s=0$

$\frac{1}{2s^5 + 5s^4 + 3s^3 + 3s^2 + s - 2}$	5	2	3	1	
	4	5	3	-2	
$\frac{1}{2s^5 + 2s^4 + 3s^3 + 3s^2 + 4s + 2}$ <p>roots([2 2 3 3 4 2])</p> <p>ans =</p> <p>0.4736 + 1.0649i 0.4736 - 1.0649i -0.6531 + 0.8498i -0.6531 - 0.8498i -0.6409 + 0.0000i</p>	3	9/5	9/5	0	
	2	-2	-2		
	1	0 (-4)	0		
	0	-2			
	<p>Bir kere işaret değişikliği olduğu için kararsızlığa neden olan kutup sayısı 1 dir. Değeri <math>s_1 = 1/2</math> dir. İmajiner eksendeki kutuplar <math>s_{2,3} = \pm i</math>. Diğer iki kutup ise <math>s_4 = -1</math> ve <math>s_5 = -2</math></p>				
	<p>İki kere işaret değişikliği olduğu için kararsızlığa neden olan kutup sayısı 2 dir.</p>				
$\frac{1}{s^6 + 14s^5 + 76s^4 + 206s^3 + 295s^2 + 212s + 60}$ <p>&gt;&gt; roots([1 14 76 206 295 212 60])</p> <p>ans =</p> <p>-5.0000 + 0.0000i -3.0000 + 0.0000i -2.0000 + 0.0000i -2.0000 - 0.0000i -1.0000 + 0.0000i -1.0000 - 0.0000i</p>	5	2	3	4	
	4	2	3	2	
	3	0(ε)	2	0	
	2	-4/ε	2		
	1	1	0		
	0	2			
<p>Hiç işaret değişikliği yok tüm sütun pozitif, system kararlıdır.</p>					
$\frac{1}{s^6 + 14s^5 + 76s^4 + 206s^3 + 295s^2 + 212s + 60}$ <p>&gt;&gt; roots([1 14 76 206 295 212 60])</p> <p>ans =</p> <p>-5.0000 + 0.0000i -3.0000 + 0.0000i -2.0000 + 0.0000i -2.0000 - 0.0000i -1.0000 + 0.0000i -1.0000 - 0.0000i</p>	6	1	76	295	60
	5	14	206	212	0
	4	429/7	1959/7	60	0
	3	142.06	198.29	0	
	2	194.3	60		
	1	154	0		
0	60				

**Soru 4:** Verilen tabloyu örneklerde görüldüğü gibi doldurunuz. İlk sütunda sistemin kararlılık durumlarını (kararlı, marjinal kararlı veya kararsız) ifade etmeniz, ikinci sütunda ise ilk sütundaki kararınıza neden olan açıklama istenmektedir. (Bu işlemleri karakteristik denklemleri çözmeden ve Routh tablosu kullanmadan yapmanız beklenmektedir.)

Transfer Fonksiyonu G(s)	Kararlı/Kararsız/Marjinal Kararlı	Açıklamalar
$G(s) = \frac{1}{s}$	Marjinal Kararlı	Tek kök, imajiner eksen
$G(s) = \frac{1}{s^2}$	Kararsız	İmajiner eksen
$G(s) = \frac{1}{s-1}$	Kararsız	Pozitif gerçel kök

	$G(s) = \frac{1}{s+1}$	Kararlı	Negatif gerçel kök.
	$\frac{1}{s^3 + 5s^2 + 8s + 4}$	Kararlı	İçler>Dışlar, Negatif Gerçel Kökler
	$\frac{1}{s^4 + 9s^3 + 20s^2 + 12s}$	Marjinal Kararlı	Serbest s parantezine alınca içi kararlı
	$\frac{1}{s^4 + 3s^3 + 2s^2}$	Kararsız	Serbest $s^2$
	$\frac{7}{s^2 - 9s + 14}$	Kararsız	Pozitif gerçel kök, $s=7$ ve $s=2$
	$\frac{1}{s^3 + 3s^2 + 2s}$	Marjinal Kararlı	Serbest s parantezine alınca içi kararlı
	$\frac{1}{s^2 + 25}$	Marjinal Kararlı	imajiner eksen eşlenik kutuplar
	$\frac{1}{s^4 + 16}$	Kararsız	İmajiner eksende tekrarlayan eşlenik kutuplar
	$\frac{3}{s^2 + 4s + 29}$	Kararlı	İkinci dereceden, Hurvitz'I geçiyor.
	$\frac{1}{(s^2 + 16)^2}$	Kararsız	İmajiner eksende tekrarlayan eşlenik kutuplar
	$\frac{1}{s^3 + 4s}$	Marjinal Kararlı	imajiner eksen eşlenik kutuplar ve serbest s
	$\frac{1}{s^3 - 3s^2 + 4}$	Kararsız	Hurvitz testini geçemiyor kararlı değil, 3 kutbu var ikisi imajiner eksende olsa bile biri mutlaka pozitif sağ reel eksende olmalı
	$\frac{1}{s(s+1)}$	Marjinal Kararlı	imajiner eksende serbest s
	$\frac{1}{s(s^2 + 4)}$	Marjinal Kararlı	imajiner eksende serbest s
	$\frac{1}{s^2(s^2 + 4)}$	Kararsız	Serbest $s^2$

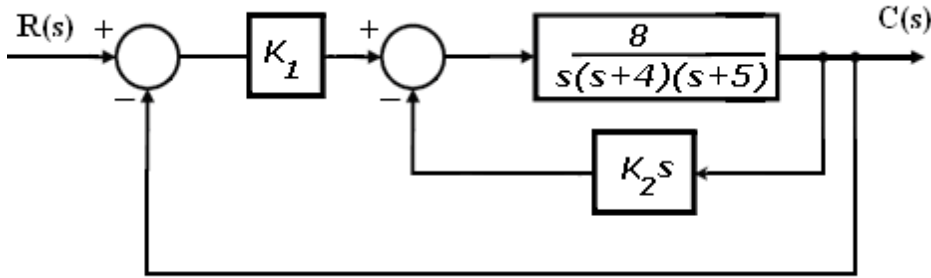
**Soru 5:** Routh Kriterleri kullanarak sistemlerin kararlılık durumlarını belirleyiniz. Kararlılık durumunu belirledikten sonra sistemin kutuplarının konumlarını belirleyiniz. Marjinal kararlılığa neden olan kökleri bulunuz. (Sadece Routh tablosu kullanınız karakteristik denklemini çözmeyiniz.)

Transfer Fonksiyonu G(s)	Kararlı/ Kararsız/ Marjinal Kararlı	Açıklamalar ve kutupların (köklerin) yerleri				
$\frac{1}{s^6 + 14s^5 + 76s^4 + 206s^3 + 295s^2 + 212s + 60}$	Kararlı	6	1	76	295	60
		5	14	206	212	0
		4	429/7	1959/7	60	0
		3	142.0/6	198.2/9	0	
		2	194.3	60		
		1	154	0		
		0	60			
		Hiç işaret değişikliği yok tüm sütun pozitif, system kararlıdır.				
$\frac{1}{s^5 + 5s^4 + 3s^3 - 17s^2 - 28s - 12}$	Kararsız	5	1	3	-28	0
		4	5	-17	-12	0
		3	6,4	-25,6	0	
		2	3	-12		
		1	0(6)	0		
		0	-12			
		Bir kere işaret değişikliği var bir kutup pozitif tarafta, imajiner ekseninde iki kutup var $s_{1,2} = \pm 2i$				
$\frac{1}{s^5 + 2s^4 + 10s^3 + 18s^2 + 9s}$	Serbest s nedeniyle Marjinal Kararlı	Serbest s nedeniyle marjinal kararlı olabilir, ama geri kalanının kararlı olması koşuluyla bu nedenle routh tablosunu yapalım.				
		4	1	10	9	
		3	2	18	0	
		2	1	9		
		1	0(2)	0		
		0	9			
Hiç işaret değişikliği yok, ancak birisi sıfırda diğer ikisi $s_{1,2} = \pm 3i$ 'de olmak üzere imajiner ekseninde üç kutup var, diğer iki kutup sol yarı düzlemde						
$\frac{1}{s^6 + s^5 + 5s^4 + 5s^3 + 4s^2 + 4s}$		Serbest s nedeniyle marjinal kararlı olabilir, ama geri				

		kalanının kararlı olması koşuluyla bu nedenle routh tablosunu yapalım.	
5	1	5	4
4	1	5	4
3	0(4)	0(10)	0
2	5	4	
1	34/5	0	
0	4		
İşaret değişikliği yok. Serbest s ve $s_{2,3} = \pm i$ ve $s_{4,5} = \pm 2i$ 'de, diğer kutup ise negative tarafta			

**Soru 6:** Aşağıda blok diyagramı verilen geri bildirimli kontrol sistemi için

a.) Sistemin transfer fonksiyonunu  $G_{CR}$ 'yi bulunuz.



b.) İşveren tasarımcıdan sistemin kutuplarının  $p_1 = -2$ ;  $p_2 = -3$  ve  $p_3 = -4$  olarak ayarlanmasını istiyor bu durumda  $K_1$  ve  $K_2$  kazançlarının ne şekilde ayarlanması gerektiğini bulunuz.

Çözüm:

a.) Transfer fonksiyonu

$$G_{CR} = \frac{8K_1}{s^3 + 9s^2 + (20 + 8K_2)s + 8K_1}$$

b.) İstenen kutuplar

$$s^3 + 9s^2 + (20 + 8K_2)s + 8K_1 = (s + 2)(s + 3)(s + 4)$$

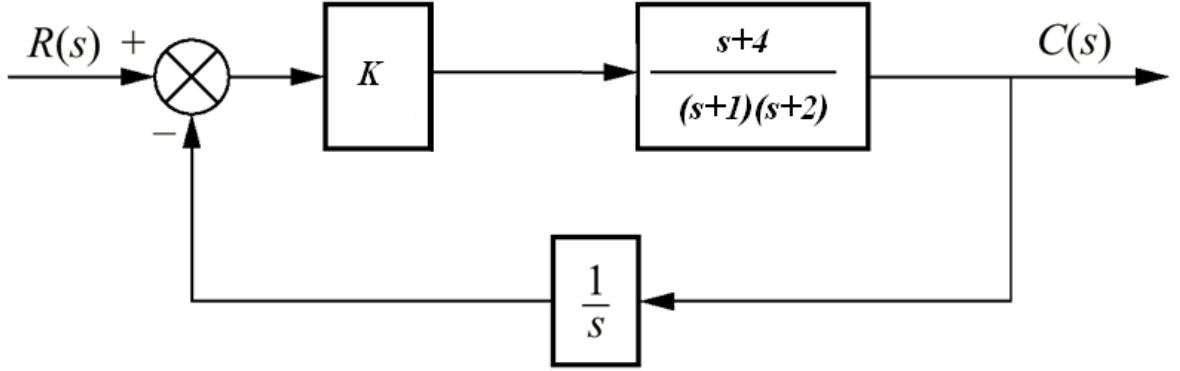
$$s^3 + 9s^2 + (20 + 8K_2)s + 8K_1 = s^3 + 9s^2 + 26s + 24$$

$$8K_1 = 24 \Rightarrow K_1 = 3$$

$$20 + 8K_2 = 26 \Rightarrow K_2 = 3/4$$

**Soru 7:** Aşağıda verilen geri bildirimli kontrol sistemi için

- Sistemin kararlı olması için  $K$ 'nın olması gereken değer aralığını belirleyiniz.
- $K=6$  için sistemin kararlılık marjı bulunabilir mi? Evetse neden evet? Hayırsa neden hayır?
- $K=0.15$  seçildiğinde sistemin kutupları  $p_1 = -2.1190$  ve  $p_{2,3} = -0.4405 \pm 0.298i$  olarak bulunmaktadır. Bu durumda sistemin kararlılık marjını belirleyiniz.



d.) Aşağıda verilen transfer fonksiyonunda marjinal kararlılığa neden olan kökleri bulunuz.

$$G(s) = \frac{0.5s^2 + 3s}{0.125s^3 + 0.375s^2 + s + 3}$$

**Çözüm:**

a.)

$$\text{num} \left( 1 + \frac{K(s+4)}{s(s+1)(s+2)} \right)$$

$$D(s) = s^3 + 3s^2 + (2+K)s + 4K$$

$$3(2+K) > 4K \Rightarrow K < 6$$

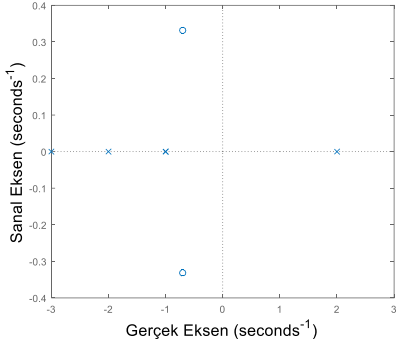
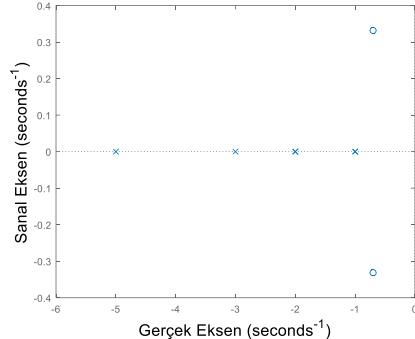
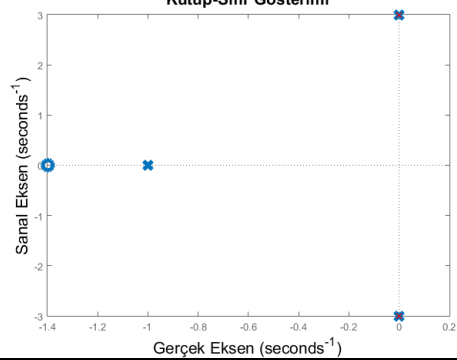
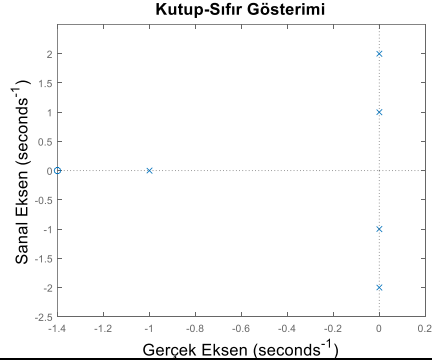
b.)  $K=6$  için kararlılık marjından söz edilemez çünkü sistem  $K$ 'nın bu değeri için marjinal kararlı olur.

c.)  $K=0.15$  seçildiğinde sistemin kutupları  $p_1 = -2.1190$  ve  $p_{2,3} = -0.4405 \pm 0.298i$  olarak bulunmakta ise kutupların mutlak değerce en küçük değeri kararlılık marjı olacağı için

$$\mu = 0.4405$$

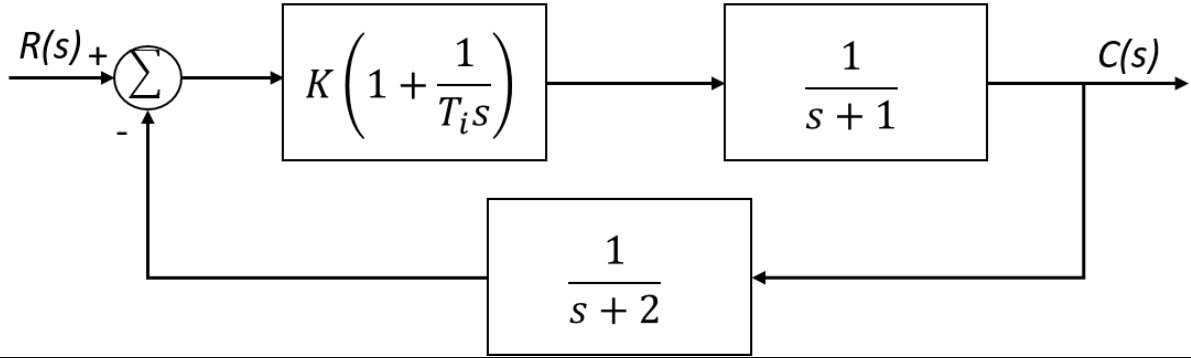


**Soru 8:** Aşağıdaki sistemlerin kutup ve sıfırlarını belirleyiniz. Kararlılıkla ilgili teoremler doğrultusunda sistemlerin herbirinin kararlılık durumu hakkında yorum yapınız. Not: kutup-sıfır gösteriminde “x” ler kutupları “o” lar sıfırları temsil eder.

	
<p>a.) Kararsız çünkü pozitif reel eksende kutup var</p>	<p>b.) Sistem kararlı tüm kutuplar negatif reel eksendedir.</p>
	
<p>c.) Farklı renk içeren x gösterimi aynı yerde birden fazla kutup olduğunu ifade etmektedir. Sistem kararsız imajiner eksende katlı kutup var.</p>	<p>d.) Sistem marjinal kararlı, imajiner eksen üzerinde katlı olmayan kökleri var diğer kutup ise negatif tarafta</p>

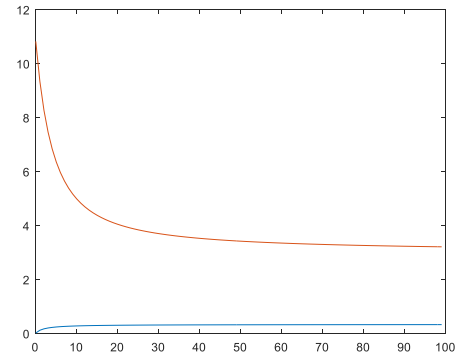
**Soru 9:** Aşağıdaki şekilde gösterilen sistemde kontrolcü olarak oransal integral (PI) kontrolcü kullanılmaktadır.

- Sistemin kararlı olması için  $T_i$  ve  $K$  parametrelerinin bulunması gereken bölgeyi çizerek gösteriniz.
- Sistemde kararlılık marjının 1'den büyük olması istenirse, sistem parametreleri  $T_i$  ve  $K$ 'nın bulunması gereken bölgeyi çizerek gösteriniz, ilk durumda bulduğunuz bölge ile karşılaştırınız.



Sistemin kararlı olması için  $K > 0$  ve  $T > 0$  olmak koşuluyla mavi çizginin üzerindeki her seçim geçerlidir.

Sisteminde kararlılık marjının 1'den büyük olması istenirse, sistem parametreleri  $T_i$  ve  $K$ 'nın bulunması gereken bölge turuncu çizginin üzerindedir. İlk duruma göre parameter seçim bölgesi daralmıştır.



**Soru 10:** Aşağıda ileri bildirim transfer fonksiyonları verilen (i) ve (ii) sistemlerini birim geri bildirim ile kapalı çevrim oluşturulduğunda  $K_p > 0$  olmak koşuluyla, kararlı, marjinal kararlı ve kararsız yapacak  $K_p$  aralıklarını belirleyiniz.

i.) İlk sistemin ileri bildirim transfer fonksiyonu

$$G_i = K_p \frac{s^2 - 1}{s^2 + 1}$$

ii.) İkinci sistemin ileri bildirim transfer fonksiyonu

$$G_i = K_p \frac{(s + 1)(s^2 - 4)}{s^2 + 5s + 7}$$

Çözüm:

$$\text{num} \left( 1 + \frac{K_p s^2 - K_p}{s^2 + 1} \right) = \text{num} \left( \frac{s^2(1 + K_p) + (1 - K_p)}{s^2 + 1} \right)$$

$$D(s) = s^2(1 + K_p) + (1 - K_p)$$

Sistem  $-1 < K_p < 1$  aralığında marjinal kararlı diğer tüm değerler için kararsızdır.

$$\text{num} \left( 1 + \frac{K_p(s + 1)(s^2 - 4)}{s^2 + 5s + 7} \right)$$

$$D(s) = K_p s^3 + s^2(1 + K_p) + s(5 - 4K_p) + (7 - 4K_p)$$

Hurwitz'e göre  $K_p < 5/4$  ilaveten Routh tablosuna göre  $K_p < 5/6$  çıkıyor. Dolayısıyla  $K_p < 5/6$  için sistem kararlıdır.  $K_p = 5/6$  için marjinal kararlı, daha büyük değerler için kararsızdır.

**Soru 11:** Bir sisteme birim geri bildirim ile oransal kontrol uygulanacaktır. Kontrol edilecek sistemin hareket denklemi elde edilerek transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

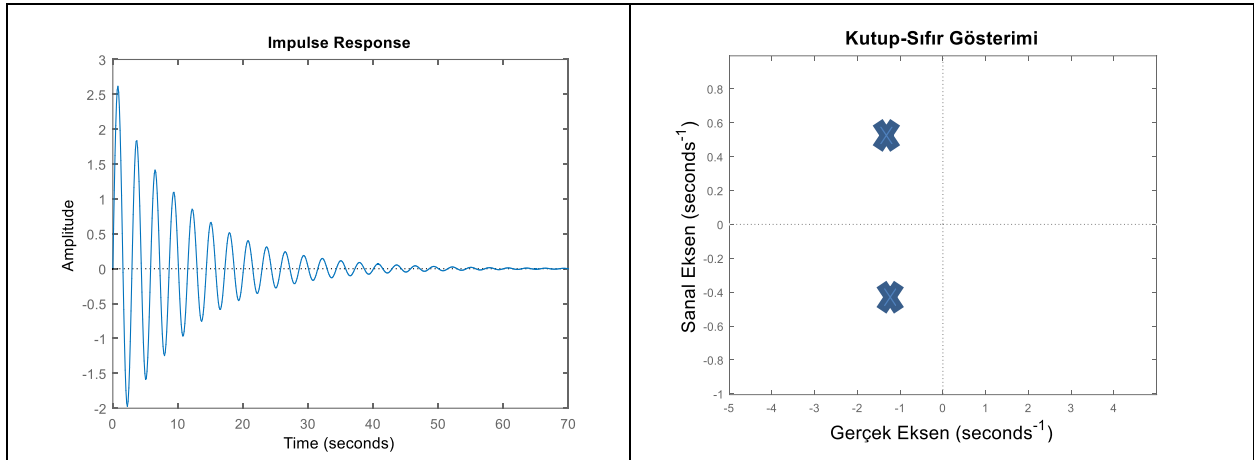
$$G_{sis} = \frac{2}{s^2 + 4s - 5}$$

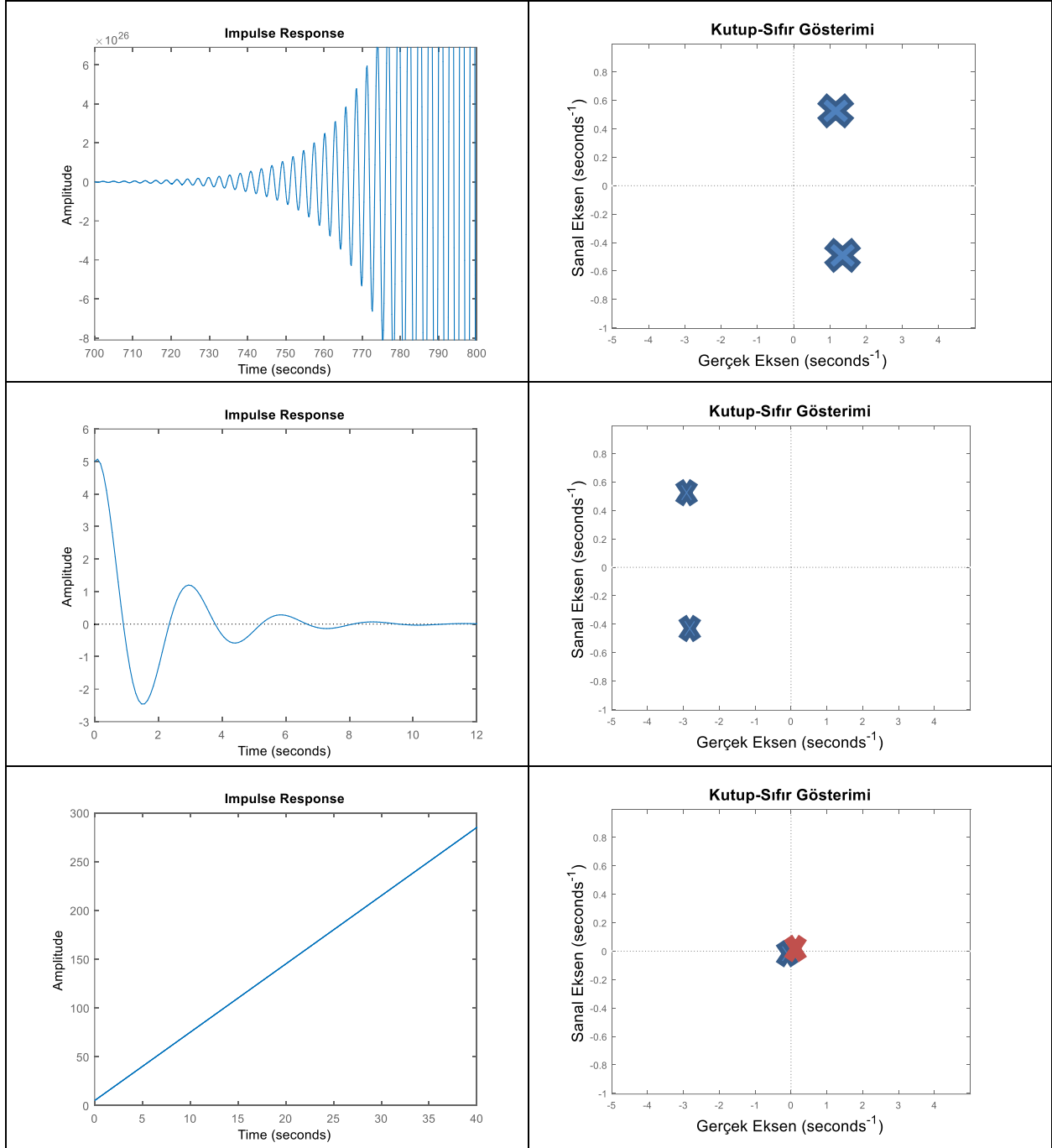
- Sistemin kendi doğal durumundaki kararlılığı hakkında ne söylersiniz.
- Oransal kontrol uyguladığınızda kararlı sistem elde etmek için  $K$ 'nın sıfırdan büyük olması koşuluyla hangi aralıkta belirlemeniz gerekir.
- Sistemin kararlılığını temin edecek, kararlılık marjını  $\mu_s = 1$  yapacak minimum oransal kazancı bulunuz.

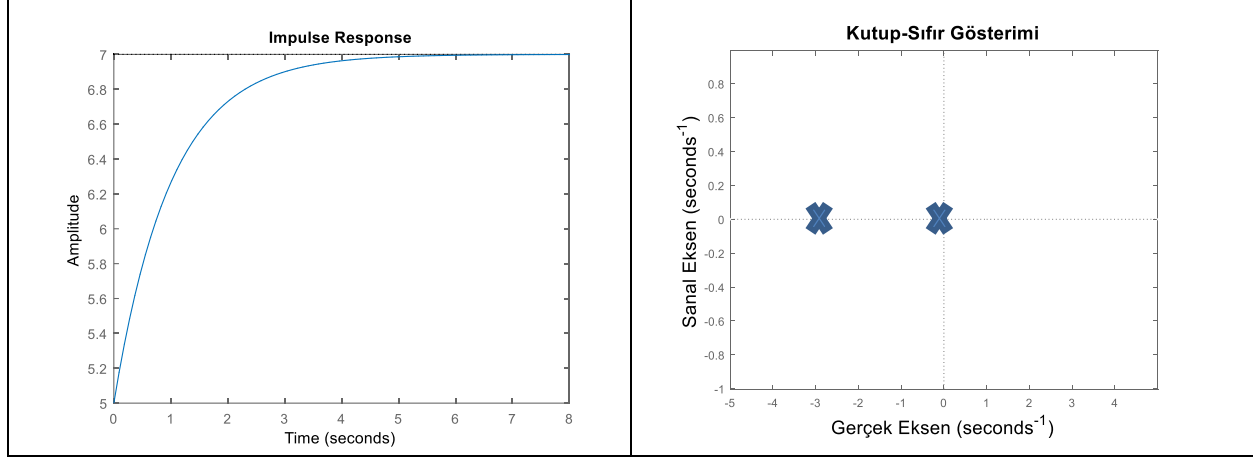
**Çözüm:**

- Sistem kararsızdır.
- $D(s) = s^2 + 4s + 2 * K - 5$  Dolayısıyla  $K > 5/2$  için sistem kararlı olur.
- $K = 4$

**Soru 12:** Aşağıda ani darbe girişine bağlı sistem cevapları verilen sistemlerin kutuplarının olası yerlerini kutup-sıfır gösterimi haritasında işaretleyiniz.





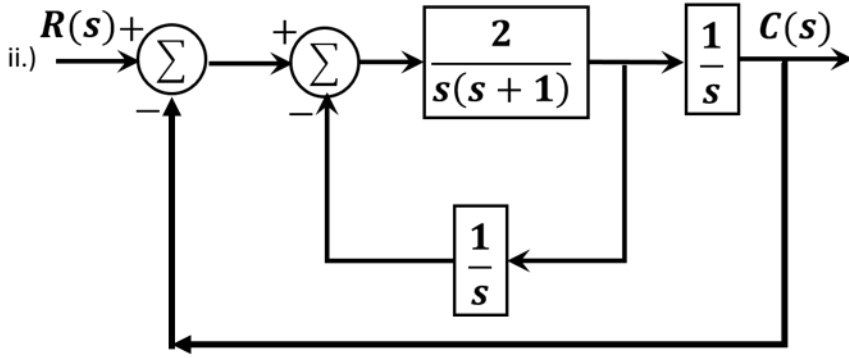
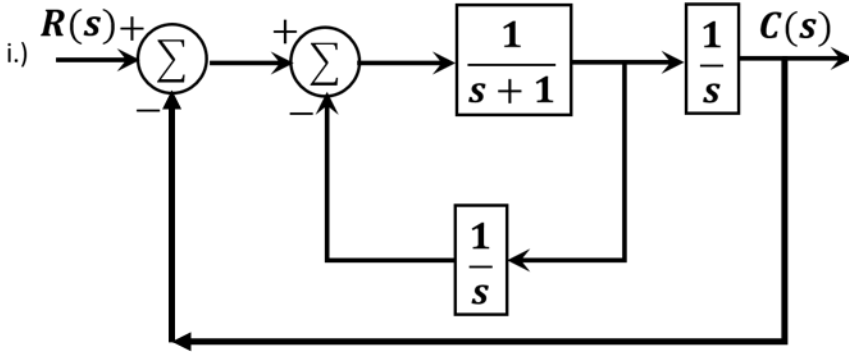


### Sistemlerin Kalıcı Durum Cevapları İle İlgili Sorular

**Soru 1:** Aşağıda verilen, açık çevrim transfer fonksiyonları birim geri bildirimle kontrol edilmektedir. Sistemlerin kararlılık durumunu, tip numaralarını, açık çevrim kazançlarını ve birim adım, rampa ve ivme giriş verilmesi durumunda kalıcı durum hatalarını belirleyiniz.

Açık Çevrim Transfer Fonk.	Kararlılık Durumu	Tip Numarası	Açık Çevrim Kazancı	Kalıcı Durum Hatası		
				Adım Giriş	Rampa Giriş	İvme Giriş
$\frac{3(s+2)}{s^2+4s+24}$	Kararlı	N=0	0.25	$\frac{1}{1+0.25}$	$\infty$	$\infty$
$\frac{s+1}{s^3+4s}$	Kararsız	Kararsız Sistemin Kalıcı Durum Hatasından Söz edilemez.				
$\frac{1}{s(s+1)}$	Kararlı	N=1	1	0	1	$\infty$
$\frac{s+4}{s(s^2+4)}$	Kararsız	Kararsız Sistemin Kalıcı Durum Hatasından Söz edilemez.				
$\frac{s^2+8}{s^3(s^2+4)}$	Kararsız	Kararsız Sistemin Kalıcı Durum Hatasından Söz edilemez.				

**Soru 2:** Aşağıdaki geri bildirimli kontrol sistemlerini (i ve ii ) ayrı ayrı ele alarak;



- Açık çevrim transfer fonksiyonunu iki polinomun oranı olarak elde ediniz.
- Kapalı çevrim transfer fonksiyonunu iki polinomun oranı olarak elde ediniz.
- Sistemin tip numarasını belirleyiniz
- $r(t) = 5h(t)$  girişi için kalıcı durum hatasını belirleyiniz.
- $r(t) = 7th(t)$  girişi için kalıcı durum hatasını belirleyiniz.

**Çözüm:**

Birinci blok diyagram için

$$G_{OL} = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

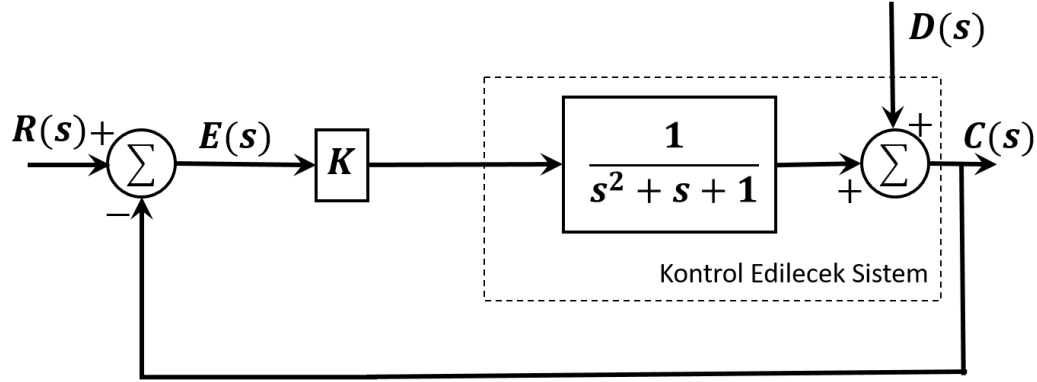
$$M = \frac{1}{s^2 + s + 2}$$

$$N = 0$$

Adım girişte kalıcı durum hatası  $\frac{5}{1+1}$  Rampa girişte kalıcı durum hatası  $\infty$

İkinci blok diyagram için kalıcı durum hatası hesaplanamaz sistem kararlı değil.

**Soru 3:** Aşağıda gösterilen birim geri bildirimli kontrol sisteminin blok diyagramını ele alalım.



a.) Kontrol sisteminin tip numarasını ve derecesini belirleyiniz.

$N=0$  ve  $m=2$

sorunun aşağıdaki parçaları için sistemin regülör karakteristiği açısından değerlendirildiğini düşünelim (yani  $R=0$ )

b.)  $K$  parametresi sistemi kararlı yapacak şekilde seçilmiştir. Eğer bozucu giriş, adım giriş biçiminde sisteme yansiyorsa sistemin kalıcı durum hatasını belirleyiniz.

$$R(s) - C(s) = E(s) \text{ ve } R(s) = 0 \Rightarrow E(s) = -C(s)$$

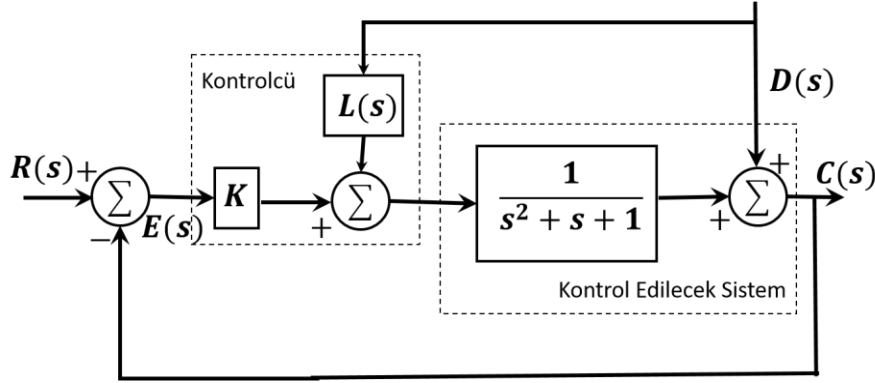
$$(R(s) - C(s)) * \frac{K}{s^2 + s + 1} + D(s) = C(s)$$

$$D(s) = C(s) * \left(1 + \frac{K}{s^2 + s + 1}\right) \Rightarrow \frac{C(s)}{D(s)} = \frac{s^2 + s + 1}{s^2 + s + K + 1}$$

$$\frac{C(s)}{D(s)} = \frac{s^2 + s + 1}{s^2 + s + K + 1} \Rightarrow E(s) = -C(s) = -\frac{s^2 + s + 1}{s^2 + s + K + 1} D(s)$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = s \left( -\frac{s^2 + s + 1}{s^2 + s + K + 1} \right) \frac{1}{s} = \frac{1}{1 + K}$$

Bozucu girişe bağlı kalıcı durum hatasını yok etmek üzere, aşağıda blok diyagramda gösterildiği gibi sisteme ileri bildirim kontrolcü ekleniyor.



c.) b'de bulunan kalıcı durum hatasını sıfır yapmak için  $L(s)$  ne olmalıdır.

$$[(R(s) - C(s)) * K + L(s) * D(s)] * \frac{1}{s^2 + s + 1} + D(s) = C(s)$$

$$D(s) \left(1 + \frac{L}{s^2 + s + 1}\right) = C(s) * \left(1 + \frac{K}{s^2 + s + 1}\right) \Rightarrow \frac{C(s)}{D(s)} = \frac{s^2 + s + 1 + L}{s^2 + s + K + 1}$$

$$\frac{C(s)}{D(s)} = \frac{s^2 + s + 1 + L}{s^2 + s + K + 1} \Rightarrow E(s) = -C(s) = -\frac{s^2 + s + 1 + L}{s^2 + s + K + 1} D(s)$$

Eğer  $L = -1$  olursa

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = s \left( -\frac{s^2 + s}{s^2 + s + K + 1} \right) \frac{1}{s} = 0$$

d.) Eğer bozucu giriş sisteme rampa giriş olarak yansısaydı bu durumda kalıcı durum hatasını yapmak için  $L(s)$  nasıl seçilmeliydi.

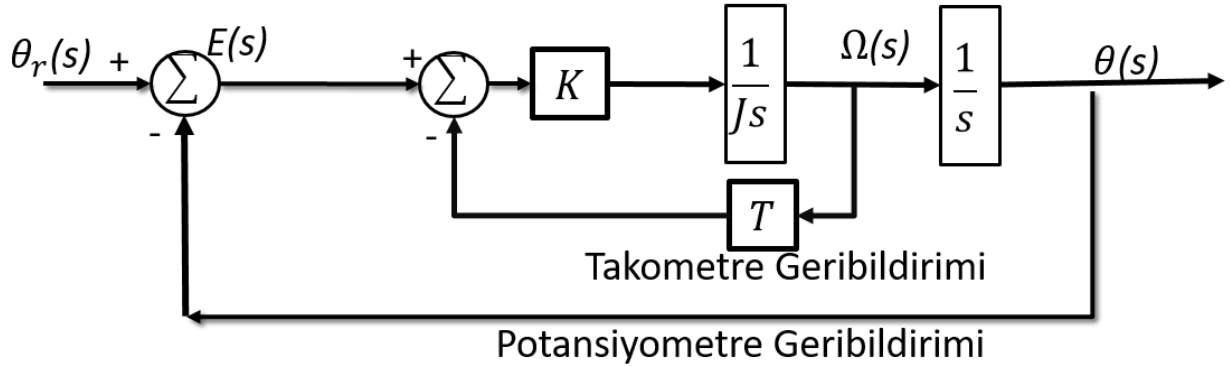
Eğer  $L = -(s + 1)$  olursa

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = s \left( -\frac{s^2}{s^2 + s + K + 1} \right) \frac{1}{s^2} = 0$$

İp Ucu:  $L(s)$  sabit bir büyüklük olabileceği gibi  $s$ 'in fonksiyonu bir ifade de olabilir.



**Soru 4:**



Yukarıda verilen blok diyagram bir motor-rotor sistemini temsil etmektedir. Bu sistemin çıkışı ile referans giriş arasındaki transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$\frac{\theta(s)}{\theta_r(s)} = \frac{K}{Js^2 + KTs + K}$$

a.) Sistemin tip numarasını bulunuz.

$$G_{OL} = \frac{K}{Js^2 + KTs} = \frac{K}{s(Js + KT)}$$

$$N = 1$$

b.) Rampa giriş  $r(t) = v_0 t h(t)$  için sistemin kalıcı durum hatasını bulunuz. Kalıcı durum hatasının T ile orantılı olduğunu gösteriniz.

$$e_{ss} = \frac{v_0}{K_{OL}} = \frac{v_0}{\frac{1}{T}} = T v_0$$

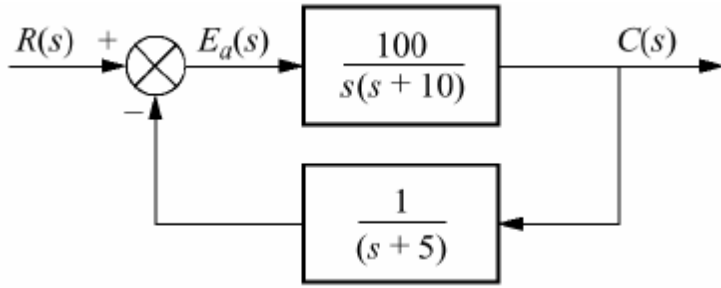
c.) Kalıcı durum hatası T ile orantılı olduğuna göre kalıcı durum hatasını sıfır yapmak üzere T'yi sıfır olarak ayarlayabilir miyiz? Mümkünse neden mümkün? Mümkün değilse neden mümkün değil açıklayınız.

Hayır T sıfır olarak ayarlanamaz, çünkü sistemin kapalı çevrim transfer fonksiyonunda

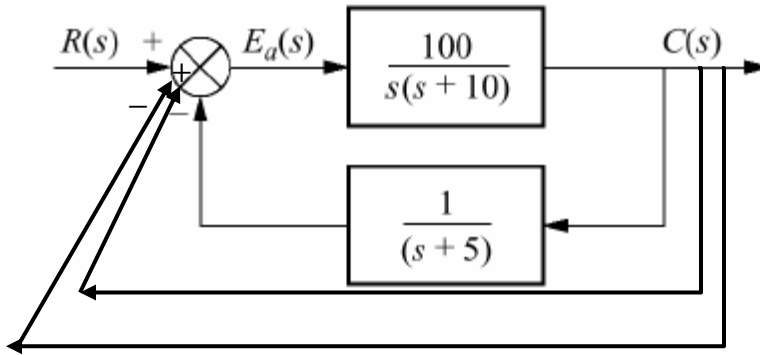
$$\frac{\theta(s)}{\theta_r(s)} = \frac{K}{Js^2 + KTs + K}$$

s'li terim yok olur ve sistem kararsız olur.

**Soru 5:**



a.) Sistemin tip numarasını bulmak üzere sistemi düzenleyiniz.



Sisteme +1 geri bildirim ve -1 geri bildirim eklenirse sistemin değeri değişmez.

-1 geri bildirim dışındaki herşeyi düzenlersek

$$G_{OL} = \frac{100(s+5)}{s^3 + 15s^2 - 50s - 400}$$

b.) Tip numarasını belirtiniz? Sistemin basamak giriş karşısında kalıcı durum hatasına sahip olup olmayacağını yorumlayınız.

N=0, Kalıcı durum hatası olur.

c.) Sistemin kalıcı durum hatasını  $r(t) = r_0 h(t)$  girişi için bulunuz.

$$e_{ss} = \frac{r_0}{1 - \frac{500}{400}} = -\frac{400r_0}{100} = -4r_0$$

d.) Kalıcı durum hatasının işaretinin anlamını tartışınız.

Hatanın eksi yada artı oluşu belirlenen referans girişin üzerinde mi altında mı bir çıkış elde edileceğini gösterir.

**Soru 6:** Bir dinamik sistemin transfer fonksiyonu  $G_p(s) = \frac{K_1}{s(T_1s+1)}$  şeklinde elde edilmiştir. Bu sistem transfer fonksiyonu  $G_c = K_p + K_d s + \frac{K_i}{s}$  olan PID kontrolcü ile kontrol edilmek istenmektedir. Bu sistemde kullanılacak algılayıcının transfer fonksiyonu  $H(s) = \frac{K_2}{T_2s+1}$  şeklinde bilinmektedir. Hem dinamik sistemin, hem de sensörün giriş dinamiklerini belirleyen katsayıları 1 olarak ayarlanmış zaman sabitleri ise  $T_1 = 1; T_2 = 5$  olarak bilinmektedir. Birim ivme giriş için sistemin kalıcı durum hatasını bulunuz.

**Çözüm:**

$$ess = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

$$E(s) = \frac{1}{1 + G_c G_p H} R(s)$$

$$ess = \lim_{s \rightarrow 0} s \left( \frac{1}{1 + \frac{s^2 + s + 1}{s^2(s+1)(5s+1)}} \right) * \frac{1}{s^3} = \lim_{s \rightarrow 0} \left( \frac{(s+1)(5s+1)}{(s+1)(5s+1) + s^2 + s + 1} \right) = \frac{1}{2}$$

## Sistemlerin Geçici Durum Cevapları İle İlgili Sorular

### Soru 1

Aşağıda verilen transfer fonksiyonları ikinci dereceden sistemlere yakınsatınız:

$$i.) \quad G(s) = \frac{s+1}{s^4 + 11.2s^3 + 13.2s^2 + 13s + 10}$$

$$ii.) \quad G(s) = \frac{5(s+2.02)}{(s+2)(s+10)(s^2 + s + 1)}$$

Yakınsattığınız sistemlerin doğal frekansını ve sönümlenme oranını bulunuz. Sönümlenme oranı açısından sınıflandırıldığında ne tip bir sistemdir.

**Çözüm:**

Birinci Sistem:

$$G(s) = \frac{s+1}{(s+1)(s+10)(s^2 + 0.2s + 0.922)}$$

(s+1) ifadeleri sadeleşir s=-10, ikinci derece sistemin kutuplarından çok uzaktadır ihmal edilir. Böylece yakınsak sistem

$$G_a(s) = \frac{K_a}{(s^2 + 0.2s + 0.922)}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{K_a}{0.922} \Rightarrow K_a = 0.0922$$

$$G_a(s) = \frac{0.0922}{(s^2 + 0.2s + 0.922)}$$

$$\omega_n = \sqrt{0.922} = 0.96, \text{ ve } 2\xi\omega_n = 0.2 \Rightarrow \xi = 0.104 \text{ az sönümlü}$$

İkinci Sistem:

$$G(s) = \frac{5(s + 2.02)}{(s + 2)(s + 10)(s^2 + s + 1)}$$

(s+2) ifadeleri sadeleşir s=-10, ikinci derece sistemin kutuplarından çok uzaktadır ihmal edilir. Böylece yakınsak sistem

$$G_a(s) = \frac{5K_a}{(s^2 + s + 1)}$$
$$\frac{5 * 2.02}{20} = \frac{5K_a}{1} \Rightarrow K_a = 0.101$$

$$G_a(s) = \frac{5 * 0.101}{(s^2 + s + 1)}$$

$$\omega_n = \sqrt{1} = 1, ve 2\xi\omega_n = 1 \Rightarrow \xi = 0.5 \text{ az sönümlü}$$

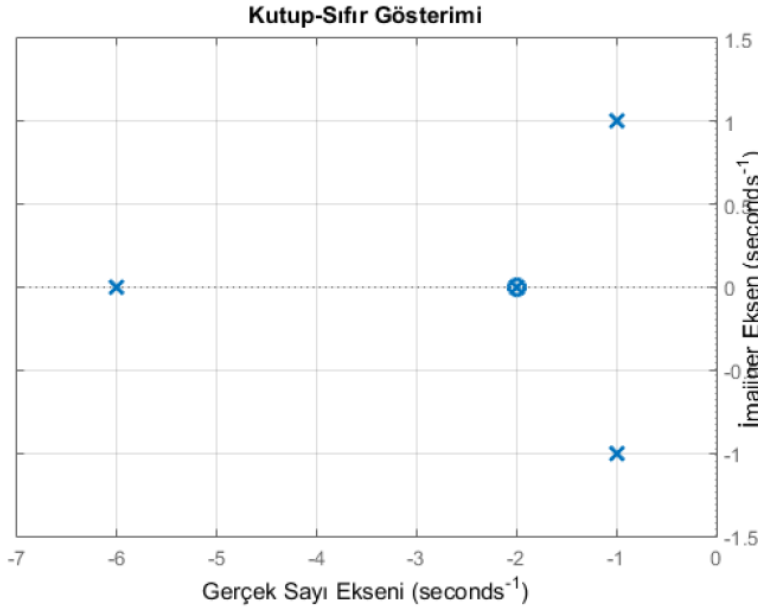
**Soru 2:** Aşağıdaki grafikte kutup-sıfır gösterimi verilen yüksek dereceli sistemin ikinci derece bir sistemin davranışını gösterdiği gözlenmiştir. Not: kutup-sıfır gösteriminde “x” ler kutupları “o” lar sıfırları temsil eder.

1. Kutup-sıfır gösterimi verilen sistem ikinci derece sisteme indirgenğinde elde edilecek transfer fonksiyonunun

$$G(s) = \frac{1/6}{s^2 + 2s + 2}$$

olacağını gösteriniz.

2. Elde ettiğiniz ikinci derece sistemin doğal frekansını ve sönüm oranını bulunuz.



**Çözüm:**

$$G(s) = \frac{s + 2}{(s + 6)(s + 2)(s^2 + 2s + 2)}$$

$$G_a(s) = \frac{1/6}{(s^2 + 2s + 2)}$$

$$\omega_n = \sqrt{2}, ve$$
$$2\xi\omega_n = 2 \Rightarrow \xi = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ az sönümlü}$$

### Soru 3

Aşağıdaki transfer fonksiyonlarının doğal frekanslarını ve sönümlenme oranlarını bulunuz. Sistemleri, bulduğunuz sönümlenme oranlarına göre sınıflandırınız.

$$G(s) = \frac{5(s+1)}{(2s+1)(s+1)} \quad \omega_n = 1, \xi = 0.1$$

$$1 \quad G(s) = \frac{5s+5}{2s^2+3s+1}$$

Sistem birinci dereceye indirgeniyor. Osilasyon olmadığı için doğal frekans ve sönümlenme oranı yok.

$$5 \quad G(s) = \frac{s+1}{s^2+0.2s+1}$$

$$2 \quad G(s) = \frac{-s+1}{2s^2+3s+1}$$

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{2}}, \xi = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$6 \quad G(s) = \frac{-s+1}{s^2+1.6s+1}$$

$$\omega_n = 1, \xi = 0.8$$

$$3 \quad G(s) = \frac{s+1}{s^2+1.6s+1}$$

$$\omega_n = 1, \xi = 0.8$$

$$7 \quad G(s) = \frac{10}{s^2+1}$$

Sönümsüz

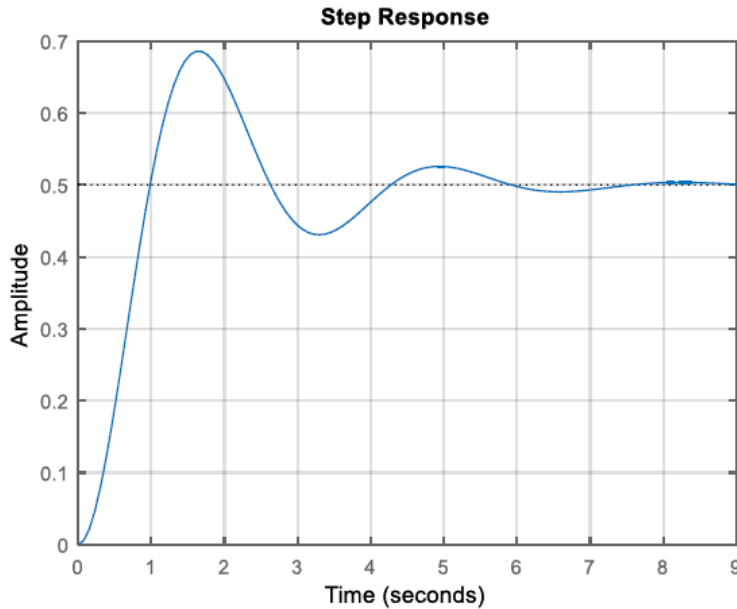
$$4 \quad G(s) = \frac{s+1}{s^2+s+1}$$

$$\omega_n = 1, \xi = 0.5$$

$$8 \quad G(s) = \frac{1}{s^2+1}$$

Sönümsüz

**Soru 4:** Aşağıda birim geri bildirim ve oransal kontrol ile kontrol edilmiş kapalı çevrim bir sistemin birim adım girişine verdiği yanıt görülmektedir. Aşağıda sorulan büyüklükleri belirleyin ve nasıl belirlediğinizi açıklayınız.



- Durgun durum kazancı, 0.5
- Sistemin tip numarası,  $N=0$ , adım girişte hata olduğu için
- Sistemin olası en küçük derecesi  $m=2$
- Sistemin giriş dinamiğinin etkisi (payın karakteristik zamanı).  $T_0 > 0$

**Soru 5:** Aşağıda verilen kapalı çevrim transfer fonksiyonlarına birim adım giriş uygulandığında sırasıyla aşağıdaki büyüklükleri belirleyiniz.

1.  $t = 0^+$ 'da sıçrama olup olmadığını
2.  $t = 0^+$ 'da türevi
3. Durgun durum hatasını

$$\frac{s+1}{2s+5}$$

$$\frac{5}{2s+5}$$

$$\frac{-2s+1}{2s+5}$$

$$\frac{1}{2s+5}$$

$$\frac{-2s+1}{s+1}$$

$$\frac{2s+1}{s+1}$$

$K \frac{(T_0s+1)}{Ts+1}$	Durgun Durum Kazancı	$y_0 = K \frac{T_0}{T} x_0$	Türevi $\dot{y}_0 = \frac{y_f - y_0}{T}$	Sıçrama
$\frac{s+1}{2s+5} = \frac{s+1}{5(\frac{2}{5}s+1)}$	$y_f = K = \frac{1}{5}$ $e_{ss} = \frac{1}{1+0.2}$	$y_0 = \frac{1}{5} * \frac{1}{\frac{2}{5}} = \frac{1}{2}$	$\dot{y}_0 = \frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{2}}{\frac{2}{5}} = -\frac{3}{4}$	$y_0 \neq 0,$ Var
$\frac{-2s+1}{2s+5} = \frac{-2s+1}{5(\frac{2}{5}s+1)}$	$y_f = K = \frac{1}{5}$ $e_{ss} = \frac{1}{1+0.2}$	$y_0 = \frac{1}{5} * \frac{-2}{\frac{2}{5}} = -1$	$\dot{y}_0 = \frac{\frac{1}{5} + 1}{\frac{2}{5}} = 3$	$y_0 \neq 0,$ Var
$\frac{-2s+1}{s+1}$	$y_f = K = \frac{1}{1}$ $e_{ss} = \frac{1}{1+1}$	$y_0 = 1 * \frac{-2}{1} = -2$	$\dot{y}_0 = \frac{1+2}{1} = 3$	$y_0 \neq 0,$ Var
$\frac{5}{2s+5}$	$y_f = K = \frac{1}{1}$ $e_{ss} = \frac{1}{1+1}$	$y_0 = 0$	$\dot{y}_0 = \frac{1-0}{\frac{2}{5}} = 2.5$	Yok
$\frac{1}{2s+5}$	$y_f = K = \frac{1}{5}$ $e_{ss} = \frac{1}{1+1/5}$	$y_0 = 0$	$\dot{y}_0 = \frac{\frac{1}{5} - 0}{\frac{2}{5}} = 0.5$	Yok
$\frac{2s+1}{s+1}$	$y_f = K = \frac{1}{1}$ $e_{ss} = \frac{1}{1+1}$	$y_0 = 1 * \frac{2}{1} = 2$	$\dot{y}_0 = \frac{1-2}{1} = -1$	$y_0 \neq 0,$ Var

**Soru 6:** Kutupları ve sıfırları aşağıdaki gibi verilmiş yüksek mertebeli sistemlerin adım giriş cevaplarının formu hakkında kutup ve sıfırlarının konumuna bakarak yorum yapınız. Sistemlerin adım basamak giriş cevaplarının grafiğini çiziniz yaptığımız yorumla örtüşüp örtüşmediğini kontrol ediniz.

1. Kutuplar:  $p_{1,2} = -10 \pm 5i, p_{3,4} = -5 \pm 0.1i$  ve  $p_5 = -3.9$ ; Sıfırlar:  $z_1 = -1$  ve  $z_2 = -4$
2. Kutuplar:  $p_{1,2} = -1 \pm 5i, p_{3,4} = -7 \pm 0.1i$  ve Sıfırlar:  $z_1 = -1$
3. Kutuplar:  $p_1 = -10, p_2 = -5$  ve  $p_3 = -2$ ; Sıfırlar:  $z_1 = -1$  ve  $z_2 = -4$

**Çözüm:**

Birinci sistem -4'deki sıfır -3.9'daki sıfır ile sadeleşir. Baskın kutup  $p_{3,4} = -5 \pm 0.1i$  ancak  $p_{1,2} = -10 \pm 5i$  kutuplarının etkisi ihmal edilemez. Sistem  $\beta = \tan^{-1}(0.1/5) = 0.02 \Rightarrow \xi = 0.99$  etkisiyle çok çok az aşmalı davranır.

İkinci sistemde, baskın kutuplar  $p_{1,2} = -1 \pm 5i$ ,  $p_{3,4} = -7 \pm 0.1i$  ihmal edilebilir. Sistem  $\beta = \tan^{-1}(5/1) = 1.3734 \Rightarrow \xi = 0.196$  aşırı salınımlı davranır..

Üçüncü sistem,  $p_3 = -2$  baskın kutbunun ve uzaktaki sıfır  $z_2 = -4$  aşmalı bir birinci dereceden sistem davranışı gösterecektir,  $\xi > 1$  olduğu için salınım olmaz.

<p><b>Birinci Sistem</b> Y ekseninin <math>0 - 7 \times 10^{-4}</math> arasında değiştiğine dikkat edin aşma <math>6 \times 10^{-4}</math> yani çok çok küçük</p>	<p>İkinci sistem fazla salınım (asilasyon) yapmaktadır</p>	<p>Üçüncü sistem <math>\xi &gt; 1</math> olduğu için salınım olmaz.</p>

**Soru 7:** Aşağıdaki transfer fonksiyonlarının doğal frekanslarını ve sönümlenme oranlarını bulunuz. Sistemleri, bulduğunuz sönümlenme oranlarına göre sınıflandırınız. Gecikme zamanı (td), Yükselme zamanı (tr), Aşma zamanı (tp), Yerleşme zamanı (ts) ve En fazla aşma değerlerini bulunuz, eğer bu parametrelerin bulunmadığı örnek/örnekler varsa nedenlerini açıklayınız.

$\frac{s + 1}{s^2 + 1.6s + 1}$	
$\frac{s + 1}{s^2 + s + 1}$	<p><b>Matlab Komutu</b>  <code>sys = tf([1 1], [1 1 1]);</code>  <code>stepinfo(sys)</code>            Cevap: RiseTime: 0.9409; SettlingTime: 7.5054; Overshoot: 29.8352            Peak: 1.2984; PeakTime: 2.3947</p>

**Soru 8:** Kontrol edilecek sistemin transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$G(s) = \frac{18}{s^2 + 3s + 9}$$

Bildiğiniz gibi oransal-türevsel kontrolcünün (PD) transfer fonksiyonu  $k_p + k_d s$  şeklindedir. Sistem durgun durum hatası 0.1 ve en fazla aşma yüzdesi %10 olacak şekilde PD kontrol ve birim geribildirim kullanarak kontrol edilmek istenirse  $k_p$  ve  $k_d$  değerleri ne şekilde ayarlanmalıdır.

**Çözüm:**

$$G_{OL} = \frac{18(K_p + K_d s)}{s^2 + 3s + 9} \Rightarrow K_{OL} = 2K_p \Rightarrow 0.1 = \frac{1}{1 + 2K_p} \Rightarrow K_p = 4.5$$
$$M = \frac{18K_d s + 18K_p}{s^2 + (3 + 18K_d)s + 9 + 18K_d} = \frac{18K_d s + 81}{s^2 + (3 + 18K_d)s + 90} = \frac{90}{81} \left( \frac{18 * \frac{81}{90} K_d s + 90}{s^2 + (3 + 18K_d)s + 90} \right)$$
$$2\xi\omega_n = 3 + 18K_d \Rightarrow \xi = \frac{3 + 18K_d}{2\sqrt{90}}$$
$$\eta\omega_n = 18 * \frac{81}{90} K_d \Rightarrow \eta = \frac{18 * 81}{90 * \sqrt{90}} * K_d = 0.54\sqrt{10}K_d$$
$$G(s) = K \frac{\eta\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$
$$\varepsilon_p = a_0 \sin(\beta) \exp\left(-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\left(\phi + \beta + \frac{\pi}{2}\right)\right)$$
$$a_0 = \frac{\sqrt{\eta^2 - 2\eta\xi + 1}}{\sqrt{1-\xi^2}}; \phi = \tan^{-1}\left(\frac{\xi - \eta}{\sqrt{1-\xi^2}}\right); \beta = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)$$

```
function y = f(kd)
xi=(3+18*kd)/(2*sqrt(90));
eta=0.54*sqrt(10)*kd;
a0=sqrt((eta^2-2*eta*xi+1)/(1-xi^2));
phi=atan((xi-eta)/(sqrt(1-xi^2)));
beta=atan((sqrt(1-xi^2))/xi);
y = a0*sin(beta)*exp(-(xi/sqrt(1-xi^2))*(phi+beta+pi/2))+0.1;
```

```
fun = @f; % function
x0 = 0.25; % initial point
kd = fzero(fun,x0)
```

Cevap:  $K_p = 4.5$ ,  $K_d = -0.1667$



**Soru 9:** Kutup yerleri yandaki şekilde gösterilen system ve Transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi verilen system için

$$G(s) = \frac{361}{s^2 + 16s + 361}$$

Doğal Frekansını , Sönüm Oranını , Aşma Zamanını , En Fazla % Aşma Oranını ve yaklaşık Yerleşme Zamanını bulunuz.

**Çözüm;**

Birincisi için:

$$G(s) = \frac{361}{s^2 + 16s + 361}$$

$$\omega_n = \sqrt{361} = 19; 2\xi\omega_n = 16 \Rightarrow \xi = 0.421$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}} = \frac{\pi}{19\sqrt{1 - 0.41^2}} = 0.18 \text{ s}$$

$$\varepsilon_p = \exp\left(-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}\right) = \exp\left(-\frac{\pi \cdot 0.41}{\sqrt{1 - 0.41^2}}\right) = 0.243$$

$$M_p = \%24.3$$

$$t_s = \frac{4}{\xi\omega_n} = \frac{4}{19 \cdot 0.421} = 0.5 \text{ s}$$

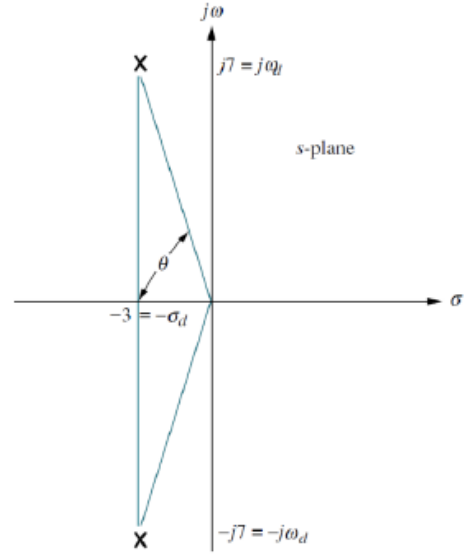
İkincisi için

$$\omega_n = \sqrt{3^2 + 7^2} = 7.615; \xi = \frac{3}{7.615} = 0.3939; t_p = \frac{\pi}{7} = 0.448;$$

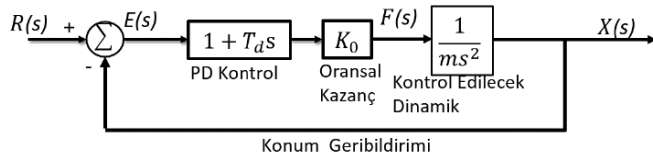
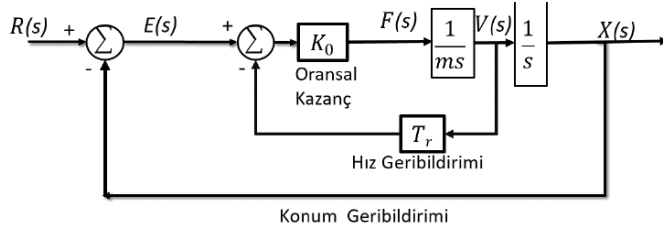
$$\varepsilon_p = \exp\left(-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}\right) = \exp\left(-\frac{\pi \cdot 0.3939}{\sqrt{1 - 0.3939^2}}\right) = 0.26$$

$$M_p = \%26$$

$$t_s = \frac{4}{\xi\omega_n} = \frac{4}{3} = 1.33 \text{ s}$$



**Soru 10:** Aşağıda kütle pozisyonlama ile ilgili iki farklı kontrol uygulaması verilmektedir. Kontrol sistemleri arasındaki farkı her iki sisteme de aynı tasarım kriterlerini (En fazla aşma yüzdesi  $M_p=10\%$  ve aşma zamanı  $t_p=1$  s) uygulayarak ortaya koyunuz.



- Verilen tasarım kriterlerini sağlayacak, ilk blok diyagramdaki kontrol parametreleri  $K_0$  ve  $T_r$ 'ı bulunuz.
- Verilen tasarım kriterlerini sağlayacak, ikinci blok diyagramdaki kontrol parametreleri  $K_0$  ve  $T_d$ 'yi bulunuz.
- Sistemlerin cevaplarını çizerek birbirlerine göre avantaj ve dezavantajlarını belirleyiniz..

İlk Blok diyagrama göre

$$M = \frac{K_0}{ms^2 + K_0 T_r s + K_0} = \frac{K_0/m}{s^2 + \frac{K_0 T_r}{m} s + \frac{K_0}{m}}$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}} = 1 \Rightarrow \frac{\pi^2}{\omega_n^2} = 1 - \xi^2 \Rightarrow \omega_n^2 = \frac{\pi^2}{1 - \xi^2} = 15.176$$

$$\varepsilon_p = \exp\left(-\frac{\pi \xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}\right) = 0.1 \Rightarrow \xi = 0.59$$

$$\frac{K_0 T_r}{m} = \omega_n^2 T_r = 2 \xi \omega_n \Rightarrow T_r = 0.3, m = 1 \text{ ise } K_0 = 15.176$$

İkinci Blok Diyagrama Göre

$$M = \frac{K_0 + T_d K_0 s}{ms^2 + K_0 T_d s + K_0} = \frac{T_d \frac{K_0}{m} s + \frac{K_0}{m}}{s^2 + \frac{K_0 T_d}{m} s + \frac{K_0}{m}}$$

$$t_p = \frac{\phi + \beta + \frac{\pi}{2}}{\omega_d}$$

$$\varepsilon_p = a_0 \sin(\beta) \exp\left(-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\left(\phi + \beta + \frac{\pi}{2}\right)\right)$$

$$a_0 = \frac{\sqrt{\eta^2 - 2\eta\xi + 1}}{\sqrt{1-\xi^2}}; \phi = \tan^{-1}\left(\frac{\xi - \eta}{\sqrt{1-\xi^2}}\right); \beta = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)$$

$$\omega_n^2 = \frac{K_0}{m};$$

$$\eta\omega_n = T_d\omega_n^2 \Rightarrow \eta = T_d\omega_n$$

$$2\xi\omega_n = T_d\omega_n^2 \Rightarrow \xi = \frac{T_d\omega_n}{2} \therefore \eta = 2\xi$$

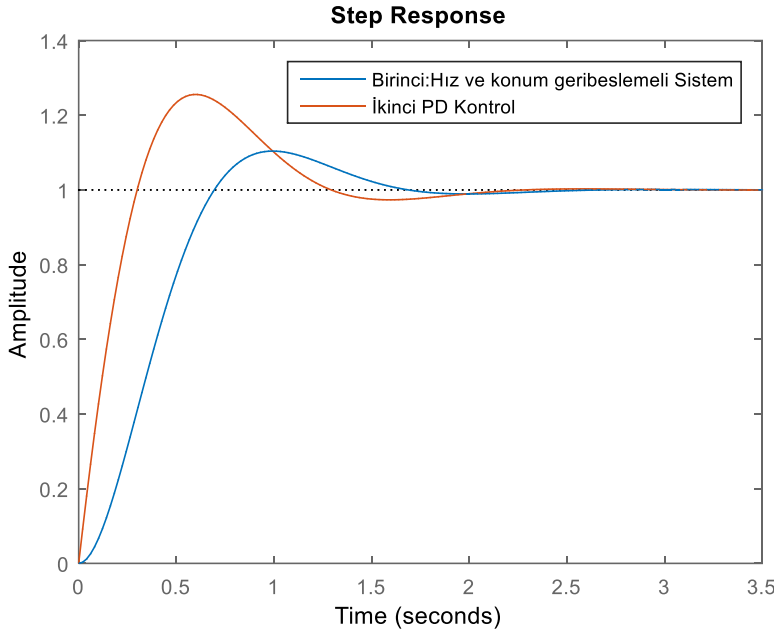
$$\varepsilon_p = a_0 \sin(\beta) \exp\left(-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\left(\phi + \beta + \frac{\pi}{2}\right)\right) \Rightarrow \ln 0.1 = -\xi\omega_n t_p = -\xi\omega_n * 1$$

$$\xi\omega_n = 2.3$$

$$t_p = \frac{\phi + \beta + \frac{\pi}{2}}{\omega_d} = \frac{\pi}{\omega_d} \Rightarrow 1 = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} \Rightarrow 1 - \xi^2 = \frac{\pi^2}{\omega_n^2} \Rightarrow \omega_n^2 = \pi^2 + \xi^2\omega_n^2$$

$$\omega_n^2 = 15.159, \xi = 0.59$$

$$T_d = 0.3$$



Hız ve konum geri beslemeli birinci sistem aşma oranı daha düşük olduğu için daha iyi sonuç vermiştir. Klasik PD control sıfırların etkisiyle yüksek aşma göstermektedir.

## Frekans Cevap İle İlgili Sorular.

**Soru 1:** Aşağıdaki iki farklı transfer fonksiyonunun Bode diyagramını el ile çiziniz.

i.)	$\frac{4s^2 + 8s}{s^3 + 10.8s^2 + 12s + 40}$	ii.)	$\frac{-(4s^2 + 8s)}{s^3 + 10.8s^2 + 12s + 40}$
-----	--	------	---

Birincisi

$$G(s) = \frac{4s^2 + 8s}{s^3 + 10.8s^2 + 12s + 40} = \frac{8s(0.5s + 1)}{10(0.1s + 1)(s^2 + 0.8s + 4)}$$

$$G(s) = \frac{1}{5} * s * (0.5s + 1) * \frac{1}{(0.1s + 1)} * \frac{1}{(0.25s^2 + 0.2s + 1)}$$

$$G_1(s) = 1/5$$

$$G_2(s) = s$$

$$G_3(s) = 0.5s + 1 \Rightarrow \omega_{c_2} = 2 \text{ rad/s}$$

$$G_4(s) = \frac{1}{0.1s + 1} \Rightarrow \omega_{c_3} = \frac{1}{0.1} = 10 \text{ rad/s}$$

$$G_5(s) = \frac{1}{0.25s^2 + 0.2s + 1} \Rightarrow \omega_{c_5} = \omega_n = \sqrt{4} = 2 \text{ rad/s}$$

$$2\xi\omega_n = 0.2 \Rightarrow \xi = 0.05$$

$$\phi \cong 0, \omega < 10^{-\xi}\omega_n = 10^{-0.05} \cdot 2 = 1.782$$

$$\phi \cong -180, \omega > 10^{\xi}\omega_n = 10^{0.05} \cdot 2 = 2.24$$

**Soru 2:** Girişi  $x(t)$  ve çıkışı  $y(t)$  olan doğrusal zamanla değişmeyen ve kararlı bir sistemi ele alalım. Eğer giriş  $x(t) = A_x \sin(\omega t + \alpha)h(t)$  ise  $h(t)$  birim adım fonksiyonu,  $A_x$ : Genlik,  $\omega$ : frekans, ve  $\alpha$  faz açısıdır. Çıkışın durgun durumdaki değerini belirleyiniz.

$$y(t) = [Y_h(t) + \underbrace{A_y \sin(\omega t + \alpha + \phi)}_{Y_f(t)}] h(t)$$

**Soru 3:** Aşağıda verilen transfer fonksiyonu için  $M(\omega)$  ve  $\Phi(\omega)$ 'yi bulunuz.

$$G(s) = \frac{s + 3}{s^2 + 6s + 36}$$

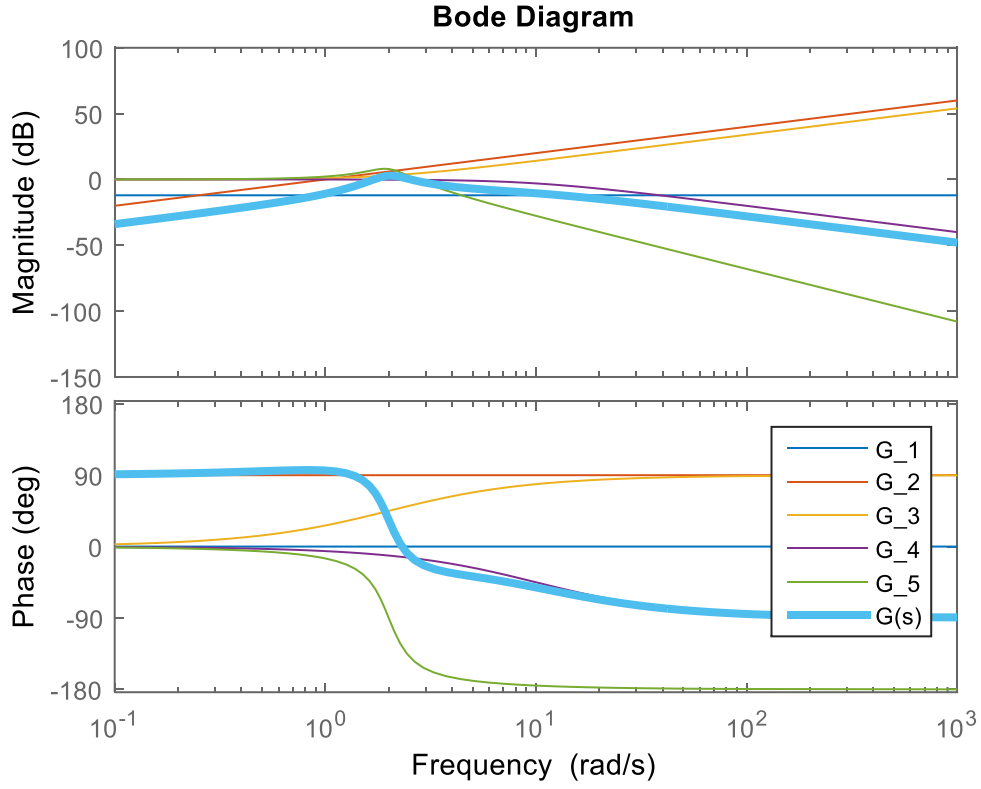
$$G(s) = \frac{s + 3}{s^2 + 6s + 36} \Rightarrow G(j\omega) = \frac{j\omega + 3}{(j\omega)^2 + 6j\omega + 36}$$

$$G(j\omega) = \frac{3 + j\omega}{(36 - \omega^2) + 6j\omega}$$

$$M(\omega) = |G(j\omega)| = \frac{\sqrt{\omega^2 + 9}}{\sqrt{(36 - \omega^2)^2 + 36\omega^2}} = \frac{\sqrt{\omega^2 + 9}}{\sqrt{36^2 - 72\omega^2 + \omega^4 + 36\omega^2}}$$

$$M(\omega) = \frac{\sqrt{\omega^2 + 9}}{\sqrt{\omega^4 - 36\omega^2 + 36^2}}$$

$$\phi(\omega) = \angle G(j\omega) = \text{atan2}(\omega, 3) - \text{atan2}(6\omega, (36 - \omega^2))$$



**Soru 4:** Transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi verilen sistem için  $|G(j\omega_n)| = \frac{1}{2\xi}$  olduğunu gösteriniz.

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$G(j\omega) = \frac{\omega_n^2}{(j\omega_n)^2 + 2\xi\omega_n j\omega_n + \omega_n^2}$$

$$M(\omega) = |G(j\omega)| = \frac{\omega_n^2}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega_n^2)^2 + (2\xi\omega_n^2)^2}} = \frac{1}{2\xi}$$