



ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
MAK403 OTOMATİK KONTROL
ÖDEV 3
Teslim Tarihi:26/12/2019
Dr. Nurdan Bilgin

Ödev Yapım İlkeleri

- 1.) Ödev dört farklı konudan toplam 30 sorudan oluşmaktadır.
- 2.) Ödev grup halinde veya bireysel olarak yapılabilir.
 - a.) Ödevini bireysel olarak yapmak isteyen öğrenciler her konudan en az 2 olmak koşuluyla istedikleri 10 soruyu çözebilirler.
 - b.) Ödevini grup halinde yapmak isteyen öğrenciler için ise maksimum grup üyesi sayısı 4'ü geçmemelidir.

Dört kişilik gruplarda her öğrenciye en az 7 soru düşmeli ve bu yedi soru her dört konuyu da kapsayacak şekilde düzenlenmelidir.

Üç kişilik gruplarda her öğrenciye en az 8 soru düşmeli ve bu sekiz soru her dört konuyu da kapsayacak şekilde düzenlenmelidir.

İki kişilik gruplarda her öğrenciye en az 9 soru düşmeli ve bu dokuz soru her dört konuyu da kapsayacak şekilde düzenlenmelidir.
 - c.) Grup üyelerinin adları numaraları ve yaptıkları soruların bölüm ve numaraları giriş sayfasında belirtilmelidir. Yanlış yapılan veya kopya olduğundan şüphelenilen her bir soru için yanlış yapan grup üyesinden soru değerinin iki katı eksi puan kesilirken diğer üyelerden soru değeri kadar eksi puan kesilecektir.
 - d.) Grup çalışması yaptığı halde bireysel ödev veren öğrencilerin ödevleri geçersiz sayılacaktır. Herhangi iki ödevde ortak 5 soru ödevin iptal nedenidir.
 - e.) Aynı soru, aynı çözüm yaklaşımıyla birden fazla ödevde bulunursa ödevin tamamı geçersiz sayılacaktır.
 - f.) Ödevlerin tükenmez kalemle düzgün olarak yazılması her grup üyesinin kendi yaptığı bölümü kendi el yazısıyla hazırlaması gerekmektedir.

SORULAR

Kararlılık Konusu İle İlgili Sorular

Soru 1: Bir sistemin birim adım cevabı aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$y_{stp}(t) = [5(e^{-2t} - 1) + 2\sin 5t]h(t)$$

Burada $h(t)$, $t = 0$ anında uygulanan birim adım fonksiyonu göstermektedir.

a.) Bu sistemin ani birim darbe cevabının aşağıdaki gibi olduğunu gösteriniz.

$$y_{imp}(t) = 10(\cos 5t - e^{-2t})h(t)$$

b.) Yukarıda $y_{imp}(t)$ olarak verilen fonksiyonda neden darbe terimi bulunmamaktadır, açıklayınız.

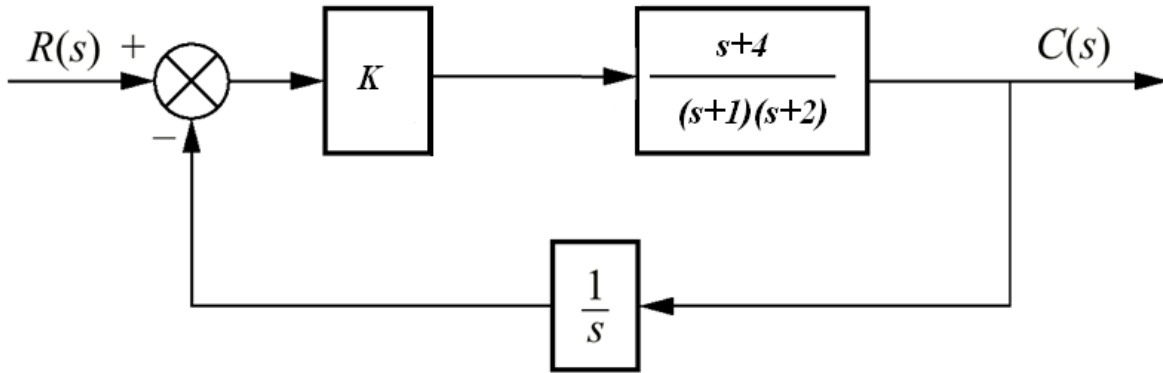
c.) Bu sistem için $G_{YX}(s)$ transfer fonksiyonunu s terimleri ile iki polinomun oranı şeklinde belirleyin.

d.) Aşağıda sıfır başlangıç koşullarıyla tanımlı $x(t)$ giriş verildiğinde, bütün $-\infty < t < +\infty$ zamanları için geçerli olmak sistem cevabı $y(t)$ için bir ifade belirleyin

$$x(t) = 3\delta(t) + 6h(t)$$

Burada $\delta(t)$, $t = 0$ anında uygulanan ani birim darbe fonksiyonunu göstermektedir.

Soru 2: Aşağıda verilen geri bildirim kontrol sistemi için



a.) Sistemin kararlı olması için K 'nin olabileceği değer aralığını bulunuz.,

b.) $K=6$ için kararlılık marjı (μ_s)'i bulunuz

Soru 3:

a. Kararlılık, marjinal kararlılık ve kararsızlık terimlerini verilen teoremler doğrultusunda açıklayınız.

b. Aşağıda verilen örnekleri inceleyiniz ve kararlı, marjinal kararlı veya kararsız olma nedenlerini açıklayınız. Marjinal kararlılığa ve kararsızlığa neden olan kutupları bulunuz.

i.)	$\frac{1}{s^4 + 9s^3 + 20s^2 + 12s}$	ii.)	$\frac{1}{s^3 + 3s^2 + 2s}$
iii.)	$\frac{1}{2s^5 + 5s^4 + 3s^3 + 3s^2 + s - 2}$	iv.)	$\frac{1}{2s^5 + 2s^4 + 3s^3 + 3s^2 + 4s + 2}$
v.)	$\frac{1}{s^6 + 14s^5 + 76s^4 + 206s^3 + 295s^2 + 212s + 60}$		

Soru 4: Verilen tabloyu örneklerde görüldüğü gibi doldurunuz. İlk sütunda sistemin kararlılık durumlarını (kararlı, marjinal kararlı veya kararsız) ifade etmeniz, ikinci sütunda ise ilk sütundaki kararınıza neden olan açıklama istenmektedir. (Bu işlemleri karakteristik denklemleri çözmeden ve Routh tablosu kullanmadan yapmanız beklenmektedir.)

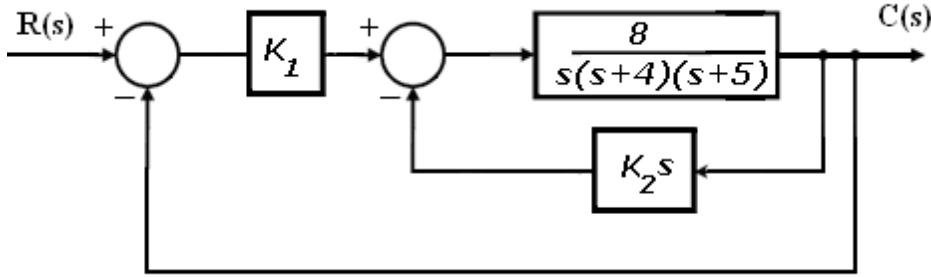
Transfer Fonksiyonu G(s)	Kararlı/Kararsız/Marjinal Kararlı	Açıklamalar
$G(s) = \frac{1}{s}$	Marjinal Kararlı	Tek kök, imajiner eksen
$G(s) = \frac{1}{s^2}$	Kararsız	İmajiner eksen tekrarlayan kök
$G(s) = \frac{1}{s-1}$	Kararsız	Pozitif gerçel kök
$G(s) = \frac{1}{s+1}$	Kararlı	Negatif gerçel kök.
$\frac{1}{s^3 + 5s^2 + 8s + 4}$		
$\frac{1}{s^4 + 9s^3 + 20s^2 + 12s}$		
$\frac{1}{s^4 + 3s^3 + 2s^2}$		
$\frac{7}{s^2 - 9s + 14}$		
$\frac{1}{s^3 + 3s^2 + 2s}$		
$\frac{1}{s^2 + 25}$		
$\frac{1}{s^4 + 16}$		
$\frac{3}{s^2 + 4s + 29}$		
$\frac{1}{(s^2 + 16)^2}$		
$\frac{1}{s^3 + 4s}$		
$\frac{1}{s^3 - 3s^2 + 4}$		
$\frac{1}{s(s+1)}$		
$\frac{1}{s(s^2 + 4)}$		
$\frac{1}{s^2(s^2 + 4)}$		

Soru 5: Routh Kriterleri kullanarak sistemlerin kararlılık durumlarını belirleyiniz. Kararlılık durumunu belirledikten sonra sistemin kutuplarının konumlarını belirleyiniz. Marjinal kararlılığa neden olan kökleri bulunuz. (Sadece Routh tablosu kullanınız karakteristik denklemini çözmezsiniz.)

Transfer Fonksiyonu G(s)	Kararlı/Kararsız/ Marjinal Kararlı	Açıklamalar ve kutupların (köklerin) yerleri
$\frac{1}{s^6 + 14s^5 + 76s^4 + 206s^3 + 295s^2 + 212s + 60}$		
$\frac{1}{s^5 + 5s^4 + 3s^3 - 17s^2 - 28s - 12}$		
$\frac{1}{s^5 + 2s^4 + 10s^3 + 18s^2 + 9s}$		
$\frac{1}{s^6 + s^5 + 5s^4 + 5s^3 + 4s^2 + 4s}$		

Soru 6: Aşağıda blok diyagramı verilen geri bildirimli kontrol sistemi için

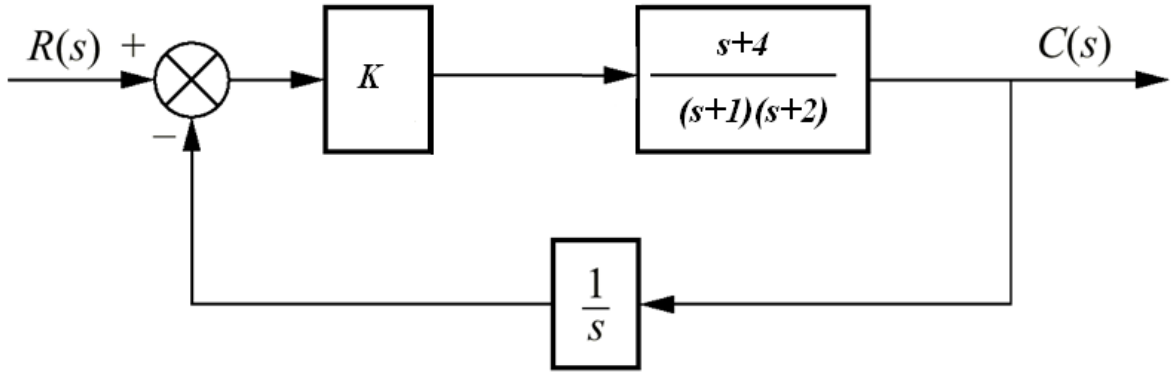
a.) Sistemin transfer fonksiyonunu G_{CR} 'yi bulunuz.



b.) İşveren tasarımcıdan sistemin kutuplarının $p_1 = -2; p_2 = -3$ ve $p_3 = -4$ olarak ayarlanmasını istiyor bu durumda K_1 ve K_2 kazançlarının ne şekilde ayarlanması gerektiğini bulunuz.

Soru 7: Aşağıda verilen geri bildirimli kontrol sistemi için

- Sistemin kararlı olması için K'nın olması gereken değer aralığını belirleyiniz.
- $K=6$ için sistemin kararlılık marjı bulunabilir mi? Evetse neden evet? Hayırsa neden hayır?
- $K=0.15$ seçildiğinde sistemin kutupları $p_1 = -2.1190$ ve $p_{2,3} = -0.4405 \pm 0.298i$ olarak bulunmaktadır. Bu durumda sistemin kararlılık marjını belirleyiniz.



d.) Aşağıda verilen transfer fonksiyonunda marjinal kararlılığa neden olan kökleri bulunuz.

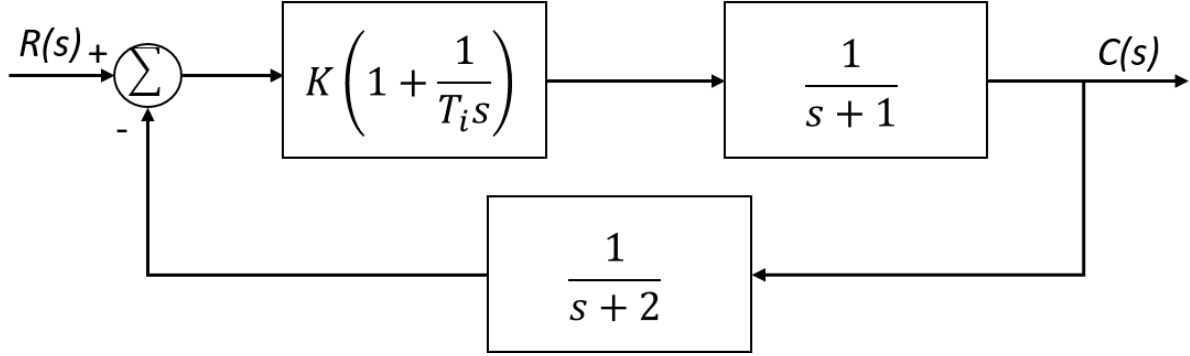
$$G(s) = \frac{0.5s^2 + 3s}{0.125s^3 + 0.375s^2 + s + 3}$$

Soru 8: Aşağıdaki sistemlerin kutup ve sıfırlarını belirleyiniz. Kararlılıkla ilgili teoremler doğrultusunda sistemlerin herbirinin kararlılık durumu hakkında yorum yapınız. Not: kutup-sıfır gösteriminde “x” ler kutupları “o” lar sıfırları temsil eder.

<p>Kutup-Sıfır Gösterimi</p> <p>Sanal Eksen (seconds⁻¹)</p> <p>Gerçek Eksen (seconds⁻¹)</p>	<p>Kutup-Sıfır Gösterimi</p> <p>Sanal Eksen (seconds⁻¹)</p> <p>Gerçek Eksen (seconds⁻¹)</p>
<p>a.)</p>	<p>b.)</p>
<p>Kutup-Sıfır Gösterimi</p> <p>Sanal Eksen (seconds⁻¹)</p> <p>Gerçek Eksen (seconds⁻¹)</p>	<p>Kutup-Sıfır Gösterimi</p> <p>Sanal Eksen (seconds⁻¹)</p> <p>Gerçek Eksen (seconds⁻¹)</p>
<p>c.) Farklı renk içeren x gösterimi aynı yerde birden fazla kutup olduğunu ifade etmektedir.</p>	<p>d.)</p>

Soru 9: Aşağıdaki şekilde gösterilen sistemde kontrolcü olarak oransal integral (PI) kontrolcü kullanılmaktadır.

- Sistemin kararlı olması için T_i ve K parametrelerinin bulunması gereken bölgeyi çizerek gösteriniz.
- Sistemde kararlılık marjının 1'den büyük olması istenirse, sistem parametreleri T_i ve K 'nın bulunması gereken bölgeyi çizerek gösteriniz, ilk durumda bulduğunuz bölge ile karşılaştırınız.



Soru 10: Aşağıda ileri bildirim transfer fonksiyonları verilen (i) ve (ii) sistemlerini birim geri bildirim ile kapalı çevrim oluşturduğunda $K_p > 0$ olmak koşuluyla, kararlı, marjinal kararlı ve kararsız yapacak K_p aralıklarını belirleyiniz.

- İlk sistemin ileri bildirim transfer fonksiyonu

$$G_i = K_p \frac{s^2 - 1}{s^2 + 1}$$

- İkinci sistemin ileri bildirim transfer fonksiyonu

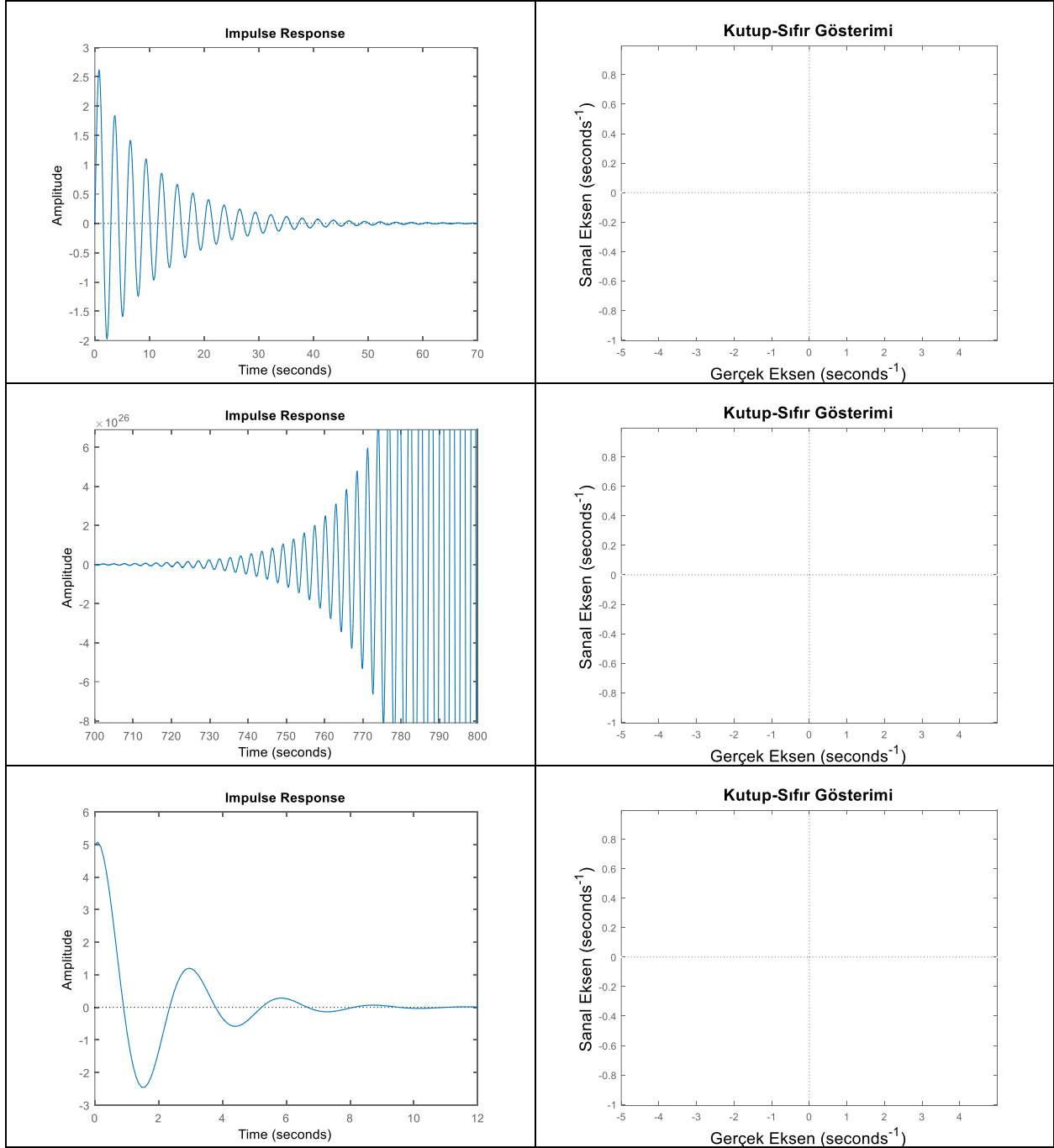
$$G_i = K_p \frac{(s + 1)(s^2 - 4)}{s^2 + 5s + 7}$$

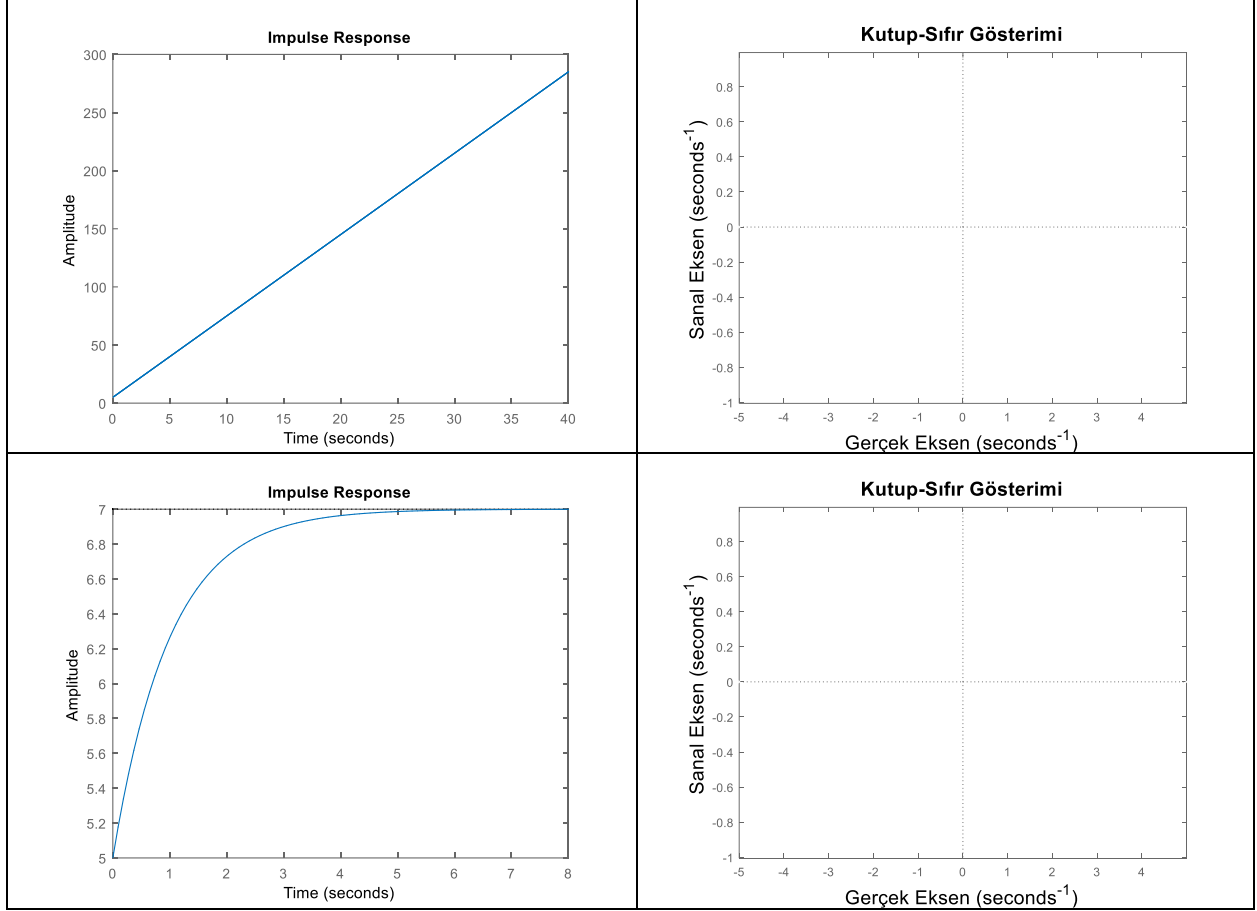
Soru 11: Bir sisteme birim geri bildirim ile oransal kontrol uygulanacaktır. Kontrol edilecek sistemin hareket denklemi elde edilerek transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$G_{sis} = \frac{2}{s^2 + 4s - 5}$$

- Sistemin kendi doğal durumundaki kararlılığı hakkında ne söylersiniz.
- Oransal kontrol uyguladığınızda kararlı sistem elde etmek için K 'nın sıfırdan büyük olması koşuluyla hangi aralıkta belirlemeniz gerekir.
- Sistemin kararlılığını temin edecek, kararlılık marjını $\mu_s = 1$ yapacak minimum oransal kazancı bulunuz.

Soru 12: Aşağıda ani darbe girişine bağlı sistem cevapları verilen sistemlerin kutuplarının olası yerlerini kutup-sıfır gösterimi haritasında işaretleyiniz.





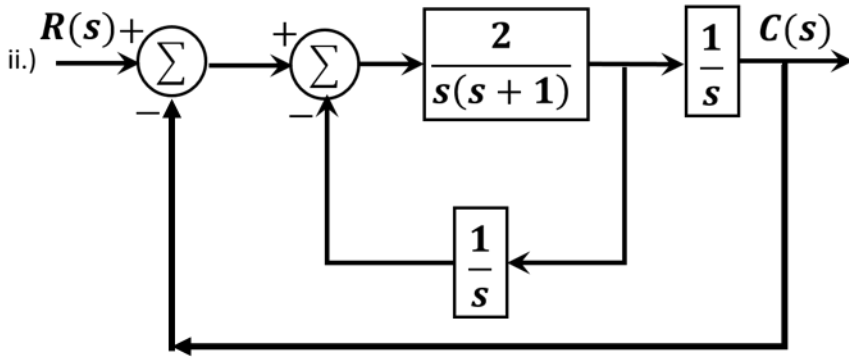
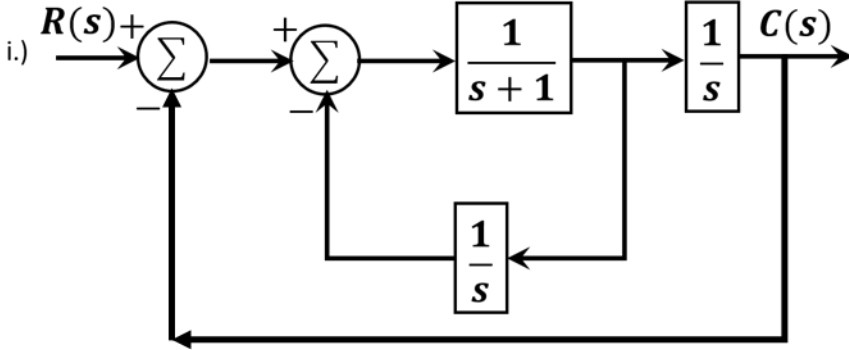
Sistemlerin Kalıcı Durum Cevapları İle İlgili Sorular

Soru 1: Aşağıda verilen, açık çevrim transfer fonksiyonları birim geri bildirimle kontrol edilmektedir.

Sistemlerin kararlılık durumunu, tip numaralarını, açık çevrim kazançlarını ve birim adım, rampa ve ivme giriş verilmesi durumunda kalıcı durum hatalarını belirleyiniz.

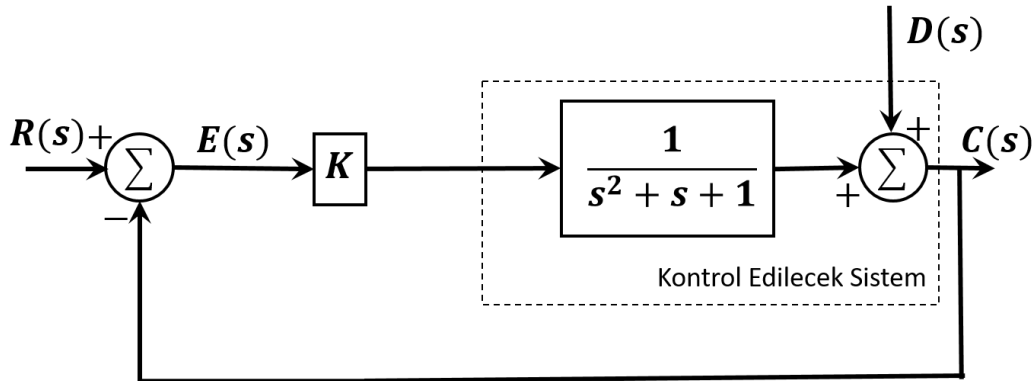
Açık Çevrim Transfer Fonk.	Kararlılık Durumu	Tip Numarası	Açık Çevrim Kazancı	Kalıcı Durum Hatası		
				Adım Giriş	Rampa Giriş	İvme Giriş
$\frac{3(s+2)}{s^2+4s+24}$						
$\frac{s+1}{s^3+4s}$						
$\frac{1}{s(s+1)}$						
$\frac{s+4}{s(s^2+4)}$						
$\frac{s^2+8}{s^3(s^2+4)}$						

Soru 2: Aşağıdaki geri bildirimli kontrol sistemlerini (i ve ii) ayrı ayrı ele alarak;



- Açık çevrim transfer fonksiyonunu iki polinomun oranı olarak elde ediniz.
- Kapalı çevrim transfer fonksiyonunu iki polinomun oranı olarak elde ediniz.
- Sistemin tip numarasını belirleyiniz
- $r(t) = 5h(t)$ girişi için kalıcı durum hatasını belirleyiniz.
- $r(t) = 7th(t)$ girişi için kalıcı durum hatasını belirleyiniz.

Soru 3: Aşağıda gösterilen birim geri bildirimli kontrol sisteminin blok diyagramını ele alalım.

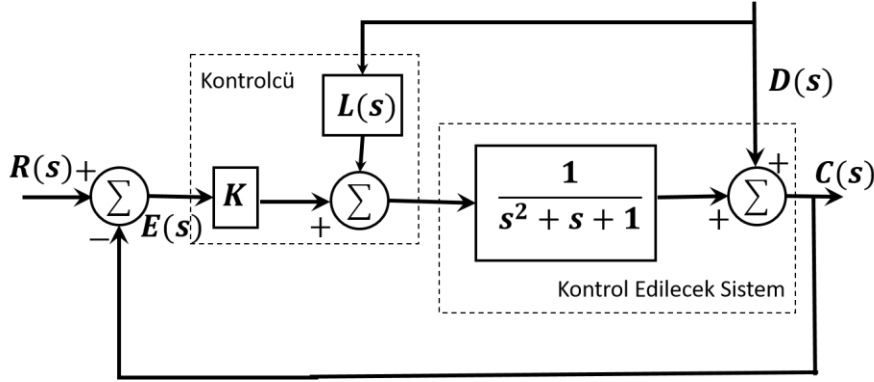


- Kontrol sisteminin tip numarasını ve derecesini belirleyiniz.

Sorunun aşağıdaki parçaları için sistemin regülatör karakteristiği açısından değerlendirildiğini düşünelim (yani $R=0$)

- b.) K parametresi sistemi kararlı yapacak şekilde seçilmiştir. Eğer bozucu giriş, adım giriş biçiminde sisteme yansiyorsa sistemin kalıcı durum hatasını belirleyiniz.

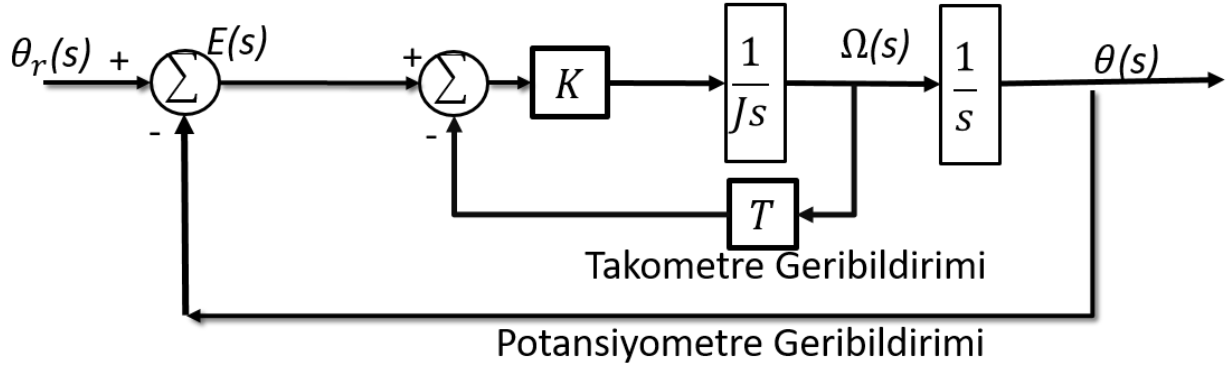
Bozucu girişe bağlı kalıcı durum hatasını yok etmek üzere, aşağıda blok diyagramda gösterildiği gibi sisteme ileri bildirim kontrolcü ekleniyor.



- c.) b'de bulunan kalıcı durum hatasını sıfır yapmak için $L(s)$ ne olmalıdır.
d.) Eğer bozucu giriş sisteme rampa giriş olarak yansısaydı bu durumda kalıcı durum hatasını yapmak için $L(s)$ nasıl seçilmeliydi.

İp Ucu: $L(s)$ sabit bir büyüklük olabileceği gibi s 'in fonksiyonu bir ifade de olabilir.

Soru 4:

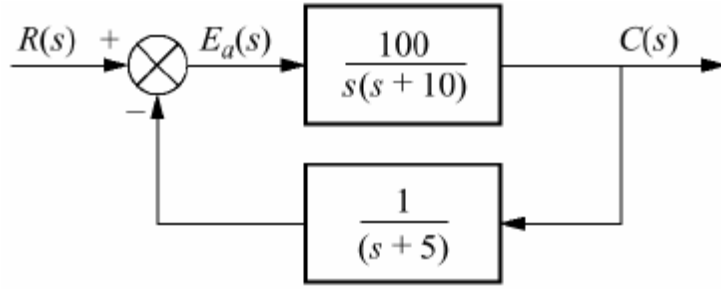


Yukarıda verilen blok diyagram bir motor-rotor sistemini temsil etmektedir. Bu sistemin çıkışı ile referans giriş arasındaki transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$\frac{\theta(s)}{\theta_r(s)} = \frac{K}{Js^2 + KTs + K}$$

- Sistemin tip numarasını bulunuz.
- Rampa giriş $r(t) = v_0 th(t)$ için sistemin kalıcı durum hatasını bulunuz. Kalıcı durum hatasının T ile orantılı olduğunu gösteriniz.
- Kalıcı durum hatası T ile orantılı olduğuna göre kalıcı durum hatasını sıfır yapmak üzere T'yi sıfır olarak ayarlayabilmeyiz? Mümkünse neden mümkün? Mümkün değilse neden mümkün değil açıklayınız.

Soru 5:



- Sistemin tip numarasını bulmak üzere sistemi düzenleyiniz.
- Tip numarasını belirtiniz? Sistemin basamak giriş karşısında kalıcı durum hatasına sahip olup olmayacağını yorumlayınız.
- Sistemin kalıcı durum hatasını $r(t) = r_0 h(t)$ girişi için bulunuz.
- Kalıcı durum hatasının işaretinin anlamını tartışınız.

Soru 6: Bir dinamik sistemin transfer fonksiyonu $G_p(s) = \frac{K_1}{s(T_1s+1)}$ şeklinde elde edilmiştir. Bu sistem transfer fonksiyonu $G_c = K_p + K_d s + \frac{K_i}{s}$ olan PID kontrolcü ile kontrol edilmek istenmektedir. Bu sistemde kullanılacak algılayıcının transfer fonksiyonu $H(s) = \frac{K_2}{T_2s+1}$ şeklinde bilinmektedir. Hem dinamik sistemin, hem de sensörün giriş dinamiklerini belirleyen katsayıları 1 olarak ayarlanmış zaman sabitleri ise $T_1 = 1; T_2 = 5$ olarak bilinmektedir. Birim ivme giriş için sistemin kalıcı durum hatasını bulunuz.

Sistemlerin Geçici Durum Cevapları İle İlgili Sorular

Soru 1

Aşağıda verilen transfer fonksiyonları ikinci dereceden sistemlere yakınsatınız:

$$i.) \quad G(s) = \frac{s+1}{s^4 + 11.2s^3 + 13.2s^2 + 13s + 10}$$

$$ii.) \quad G(s) = \frac{5(s+2.02)}{(s+2)(s+10)(s^2+s+1)}$$

Yakınsattığınız sistemlerin doğal frekansını ve sönümlenme oranını bulunuz. Sönümlenme oranı açısından sınıflandırıldığında ne tip bir sistemdir.

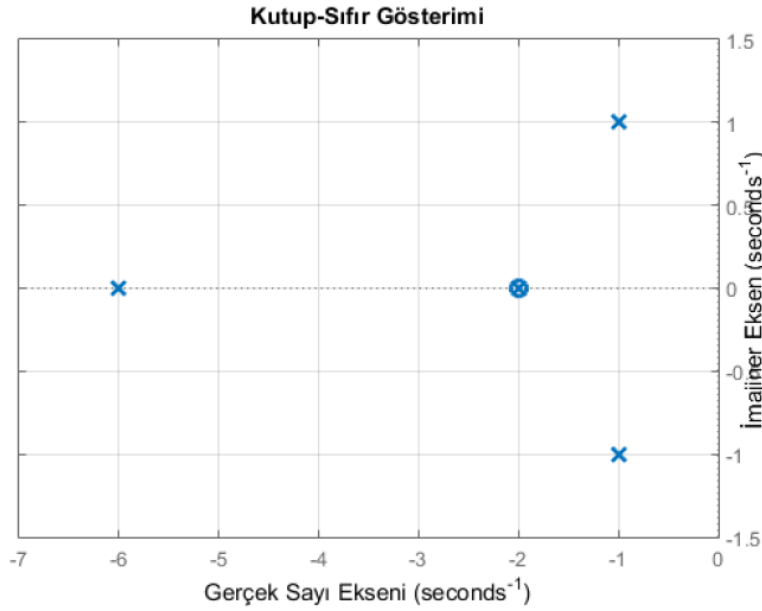
Soru 2: Aşağıdaki grafikte kutup-sıfır gösterimi verilen yüksek dereceli sistemin ikinci derece bir sistemin davranışını gösterdiği gözlenmiştir. Not: kutup-sıfır gösteriminde “x” ler kutupları “o” lar sıfırları temsil eder.

1. Kutup-sıfır gösterimi verilen sistem ikinci derece sisteme indirgenğinde elde edilecek transfer fonksiyonunun

$$G(s) = \frac{1/6}{s^2 + 2s + 2}$$

olacağını gösteriniz.

2. Elde ettiğiniz ikinci derece sistemin doğal frekansını ve sönüm oranını bulunuz.



Soru 3

Aşağıdaki transfer fonksiyonlarının doğal frekanslarını ve sönümlenme oranlarını bulunuz. Sistemleri, bulduğunuz sönümlenme oranlarına göre sınıflandırınız.

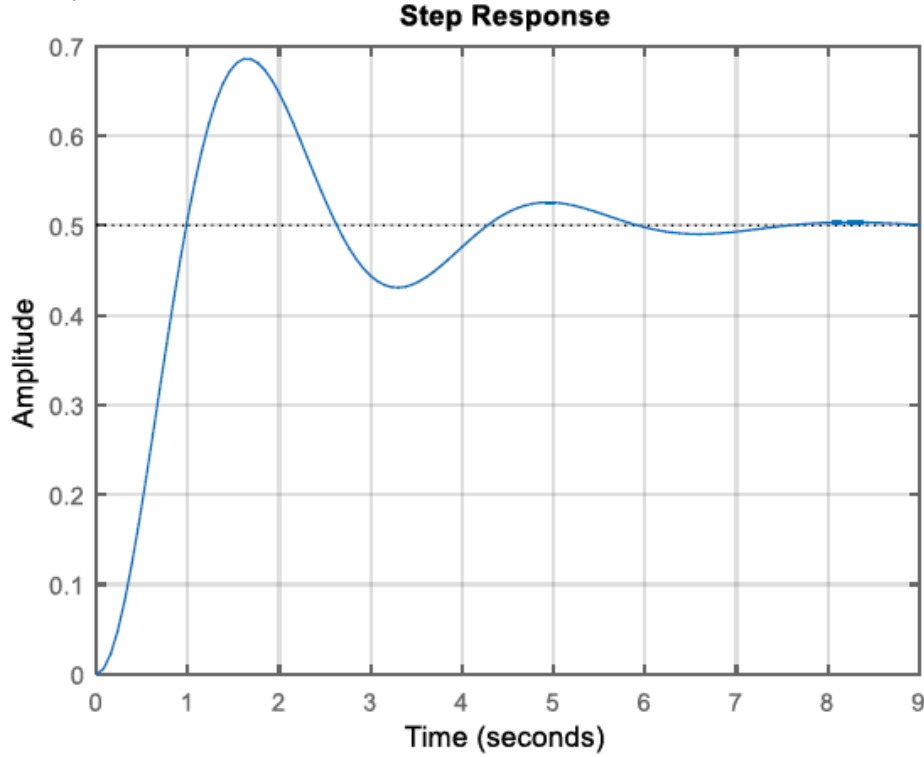
$$1 \ G(s) = \frac{5s + 5}{2s^2 + 3s + 1} \quad 5 \ G(s) = \frac{s + 1}{s^2 + 0.2s + 1}$$

$$2 \ G(s) = \frac{-s + 1}{2s^2 + 3s + 1} \quad 6 \ G(s) = \frac{-s + 1}{s^2 + 1.6s + 1}$$

$$3 \ G(s) = \frac{s + 1}{s^2 + 1.6s + 1} \quad 7 \ G(s) = \frac{10}{s^2 + 1}$$

$$4 \ G(s) = \frac{s + 1}{s^2 + s + 1} \quad 8 \ G(s) = \frac{1}{s^2 + 1}$$

Soru 4: Aşağıda birim geri bildirim ve oransal kontrol ile kontrol edilmiş kapalı çevrim bir sistemin birim adım girişine verdiği yanıt görülmektedir. Aşağıda sorulan büyüklükleri belirleyin ve nasıl belirlediğinizi açıklayınız.



i) Durgun durum kazancı, ii) Sistemin tip numarası, iii) Sistemin olası en küçük derecesi iv) Sistemin giriş dinamiğinin etkisi (payın karakteristik zamanı).

Soru 5: Aşağıda verilen kapalı çevrim transfer fonksiyonlarına birim adım giriş uygulandığında sırasıyla aşağıdaki büyüklükleri belirleyiniz.

1. $t = 0^+$ 'da sıçrama olup olmadığını
2. $t = 0^+$ 'da türevi
3. Durgun durum hatasını

$$\frac{s+1}{2s+5}$$

$$\frac{-2s+1}{2s+5}$$

$$\frac{-2s+1}{s+1}$$

$$\frac{5}{2s+5}$$

$$\frac{1}{2s+5}$$

$$\frac{2s+1}{s+1}$$

Soru 6: Kutupları ve sıfırları aşağıdaki gibi verilmiş yüksek mertebeli sistemlerin adım giriş cevaplarının formu hakkında kutup ve sıfırlarının konumuna bakarak yorum yapınız. Sistemlerin adım basamak giriş cevaplarının grafiğini çiziniz yaptığınız yorumla örtüşüp örtüşmediğini kontrol ediniz.

1. Kutuplar: $p_{1,2} = -10 \pm 5i$, $p_{3,4} = -5 \pm 0.1i$ ve $p_5 = -3.9$; Sıfırlar: $z_1 = -1$ ve $z_2 = -4$
2. Kutuplar: $p_{1,2} = -1 \pm 5i$, $p_{3,4} = -7 \pm 0.1i$ ve Sıfırlar: $z_1 = -1$
3. Kutuplar: $p_1 = -10$, $p_2 = -5$ ve $p_3 = -2$; Sıfırlar: $z_1 = -1$ ve $z_2 = -4$

Soru 7: Aşağıdaki transfer fonksiyonlarının doğal frekanslarını ve sönümlenme oranlarını bulunuz. Sistemleri, bulduğunuz sönümlenme oranlarına göre sınıflandırınız. Gecikme zamanı (t_d), Yükselme zamanı (t_r), Aşma zamanı (t_p), Yerleşme zamanı (t_s) ve En fazla aşma değerlerini bulunuz, eğer bu parametrelerin bulunmadığı örnek/örnekler varsa nedenlerini açıklayınız.

i.)
$$\frac{s+1}{s^2+1.6s+1}$$

ii.)
$$\frac{s+1}{s^2+s+1}$$

Soru 8: Kontrol edilecek sistemin transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi verilmektedir.

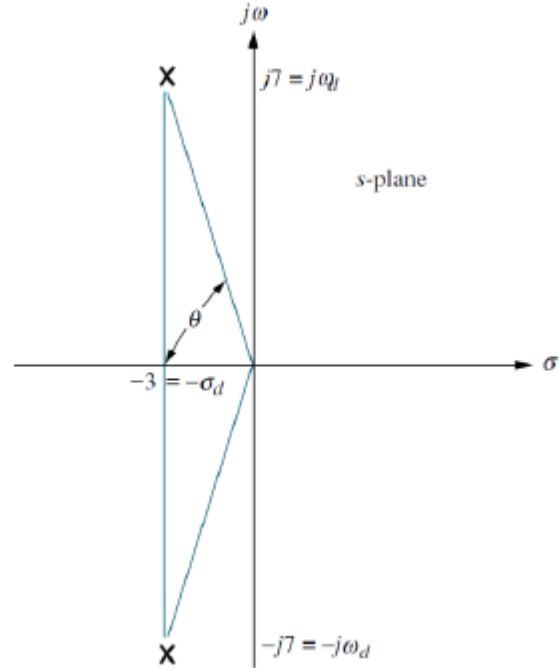
$$G(s) = \frac{18}{s^2 + 3s + 9}$$

Bildiğiniz gibi oransal-türevsel kontrolcünün (PD) transfer fonksiyonu $k_p + k_d s$ şeklindedir. Sistem durgun durum hatası 0.1 ve en fazla aşma yüzdesi %10 olacak şekilde PD kontrol ve birim geribildirim kullanarak kontrol edilmek istenirse k_p ve k_d değerleri ne şekilde ayarlanmalıdır.

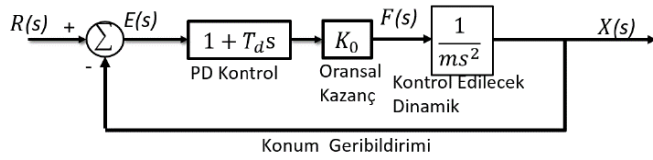
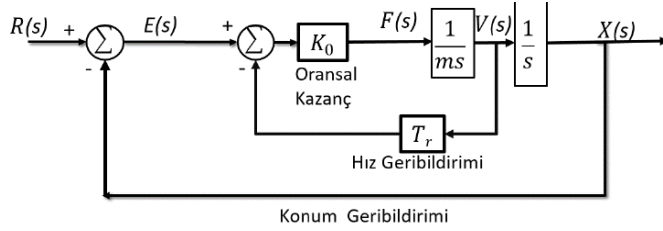
Soru 9: Kutup yerleri yandaki şekilde gösterilen sistemin, Transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$G(s) = \frac{361}{s^2 + 16s + 361}$$

Doğal Frekansını , Sönüm Oranını , Aşma Zamanını , En Fazla % Aşma Oranını ve yaklaşık Yerleşme Zamanını bulunuz.



Soru 10: Aşağıda kütle pozisyonlama ile ilgili iki farklı kontrol uygulaması verilmektedir. Kontrol sistemleri arasındaki farkı her iki sisteme de aynı tasarım kriterlerini (En fazla aşma yüzdesi $M_p=10\%$ ve aşma zamanı $t_p=1$ s) uygulayarak ortaya koyunuz.



- Verilen tasarım kriterlerini sağlayacak, ilk blok diyagramdaki kontrol parametreleri K_0 ve T_r 'i bulunuz.
- Verilen tasarım kriterlerini sağlayacak, ikinci blok diyagramdaki kontrol parametreleri K_0 ve T_d 'yi bulunuz.
- Sistemlerin cevaplarını çizerek birbirlerine göre avantaj ve dezavantajlarını belirleyiniz..

Frekans Cevap İle İlgili Sorular.

Soru 1: Aşağıdaki iki farklı transfer fonksiyonunun Bode diyagramını el ile çiziniz.

i.)	$\frac{4s^2 + 8s}{s^3 + 10.8s^2 + 12s + 40}$	ii.)	$\frac{-(4s^2 + 8s)}{s^3 + 10.8s^2 + 12s + 40}$
-----	--	------	---

Soru 2: Girişi $x(t)$ ve çıkışı $y(t)$ olan doğrusal zamanla değişmeyen ve kararlı bir sistemi ele alalım. Eğer giriş $x(t) = A_x \sin(\omega t + \alpha)h(t)$ ise $h(t)$ birim adım fonksiyonu, A_x : Genlik, ω : frekans, ve α faz açısıdır. Çıkışın durgun durumdaki değerini belirleyiniz.

Soru 3: Aşağıda verilen transfer fonksiyonu için $M(\omega)$ ve $\Phi(\omega)$ 'yi bulunuz.

$$G(s) = \frac{s + 3}{s^2 + 6s + 36}$$

Soru 4: Transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi verilen sistem için $|G(j\omega_n)| = \frac{1}{2\xi}$ olduğunu gösteriniz.

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$