

MAK403 OTOMATİK KONTROL
KISA SINAV 1
12/12/2019
 Dr. Nurdan Bilgin

	ADIM (Basamak)	RAMPA	İVME
	$r(t) = r_0 h(t)$	$r(t) = r_1 t h(t)$	$r(t) = r_2 t^2 h(t)$
N	ess	ess	ess
0	$\frac{r_0}{(1 + K_{OL})}$	∞	∞
1	0	$\frac{r_1}{K_{OL}}$	∞
2	0	0	$\frac{r_2}{K_{OL}}$
≥ 3	0	0	0

Soru 1: Karakteristik denklemi aşağıdaki gibi verilmiş

$$D(s) = s^7 + s^6 + 2s^5 + 2s^4 - s^3 - s^2 - 2s - 2$$

Sistem Hurwitz testini geçemediği için kararlı değildir. Ancak sistemin durumunu incelemek üzere

- Verilen karakteristik denklem için Routh tablosunu oluşturunuz (15 puan).
- Routh tablosunu yorumlayarak sistemin kararsızlığına neden olan kutup sayısını bulunuz (5 puan).
- Karakteristik denklemi, yardımcı polinoma bölerek bir kutup, ardından yardımcı polinomu çarpanlara ayırarak geri kalan kutupları bulunuz. Kaç kutup sol yarı düzlemde kaç kutup imajiner eksen üzerindedir (20 puan)?

Çözüm:

7	1	2	-1	-2		7	1	2	-1	-2
6	1	2	-1	-2		6	1	2	-1	-2
5	0	0	0	0		5	6	8	-2	0
4						4	0,67	-0,67	-2	0
3						3	14	16	0	0
2						2	-1,43	-2	0	0
1						1	-3,6	0	0	0
0						0	-2	0	0	0

s^5 satırında 0 satırı oluştu. Bu durum sistemde imajiner eksen üzerinde kutupların olduğunu gösterir. Bu durumda tabloyu doldurmaya devam etmek için üst satırdan yardımcı polinomu oluşturup türevini almalıyız.

$$P(s) = s^6 + 2s^4 - s^2 - 2$$

$$\frac{dP(s)}{ds} = 6s^5 + 8s^3 - 2s$$

- Sistemde bir kere işaret değişikliği olduğu için 1 adet kararsızlığa neden olan kök vardır.
- $D(s)/P(s)$ yaparsak sistemin $P(s)$ 'in kapsamadığı geri kalan kutuplar bulunur. Bu örnek özelinde bu bir kuttur.

$$R(s) = \frac{s^7 + s^6 + 2s^5 + 2s^4 - s^3 - s^2 - 2s - 2}{s^6 + 2s^4 - s^2 - 2} = s + 1$$

$R(s)$ 'in çözümü birinci kutbu verir $p_1 = -1$ (sol yarı düzlemde)

$$P(s) = s^6 + 2s^4 - s^2 - 2 = s^4(s^2 + 2) - 1(s^2 + 2) = (s^2 + 2)(s^4 - 1)$$

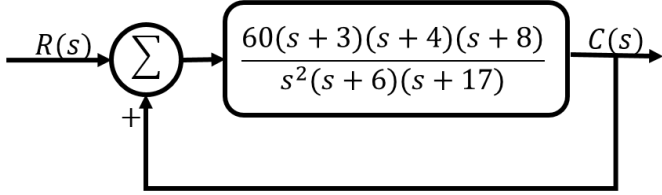
$P(s)$ 'in çözümünden toplam 6 kutup elde edilir.

$s^2 + 2 = 0$ iki ve üçüncü kutupları verir verir $p_{2,3} = \pm\sqrt{2}i$ (imajiner eksen üzerinde)

$(s^4 - 1) = (s^2 - 1)(s^2 + 1) = 0$, geri kalan dört kutubu verir. $s^2 - 1 = 0$ dan $p_4 = -1$ (sol yarı düzlemde) $p_5 = 1$ (sağ yarı düzlemde yani kararsızlığa neden olan kutup). $(s^2 + 1) = 0$ ise $p_{6,7} = \pm 1i$ verir (imajiner eksen üzerinde).

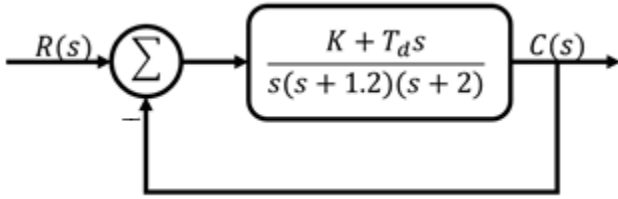
Sistemin sol yarı düzlemde iki, imajiner eksen üzerinde 4 ve sağ yarı düzlemde 1 kutubu vardır.

Soru 2 (20 puan): Aşağıdaki sistemin girişi $r(t) = 80t^2h(t)$ olarak verilmektedir. Sistemin durgun durum hatasını belirleyiniz.



$$N = 2, K_{OL} = \frac{60 * 3 * 4 * 8}{6 * 17} = \frac{10 * 3 * 4 * 8}{17} \therefore e_{ss} = \frac{r_2}{K_{OL}} = \frac{80}{\frac{10 * 3 * 4 * 8}{17}} = \frac{17}{12}$$

Soru 3: Sistemi kararlı kılmak üzere oransal türevsel kontrol PD ve birim geri bildirim kullanan tasarımcı aynı zamanda rampa giriş $r(t) = 0.1th(t)$ girişi için durgun durum hatasının %1 olmasını istemektedir.



(15 puan)

- Açık çevrim sistemin tip (N) numarasını ve K_{OL} değerini belirleyiniz (10 puan).
- Verilen giriş ve istenen maksimum durgun durum hatası ele alınırsa K değeri en küçük ne olabilir (15 puan).
- Seçilen K değerine göre sistemin kararlılığını koruyabilmesi için türevsel zaman sabiti T_d ne olarak seçilmelidir

Çözüm:

a.) Açık çevrim sistemin tip numarasını ($N=1$) ve $K_{OL} = \frac{K}{2.4}$ dür.

b.) Tablodan tip 1 sistem için

$$e_{ss} = \frac{r_1}{K_{OL}} \Rightarrow 0.01 = \frac{0.1}{\frac{K}{2.4}} \Rightarrow K = 24$$

c.) Kararlılığı sağlayacak T_d değerinin belirlenmesi

$$D(s) = num \left(1 + \frac{K + T_d s}{s^3 + 3.2s^2 + 2.4s} \right) = s^3 + 3.2s^2 + (T_d + 2.4)s + K$$

Üçüncü dereceden sistemlerde kararlılık şartı içler çarpımının dışlar çarpımından büyük olması

$$3.2 * (T_d + 2.4) > K \Rightarrow T_d > \frac{24}{3.2} - 2.4 \Rightarrow T_d > 5.1$$

Dolayısıyla $K = 24$ seçilirse $T_d > 5.1$ seçilerek hem kararlılık hemde izin verilen maksimum durgun durum hatası kriterleri sağlanmış olur.