MÜHENDİSLİKTE SAYISAL YÖNTEMLER

Fourier Yaklaştırması (Fourier Approximation)

Dr. Öğr. Üyesi Nurdan Bilgin

Giriş

- Bu bölümde daha önce incelediğimiz fonksiyonlardan farklı olarak, mühendislikte salınım ve titreşim yapan sistemlerin genel karakteristiğini ifade etmek için kullanılan, sinüzoidal fonksiyonları inceleyeceğiz.
- Sinüzoidal fonksiyonlar, $1, cosx, \cos 2x, \dots, cosnx, sinx, \sin 2x, \dots, sinnx$ şeklinde ifade edilebilen fonksiyonların genel adıdır.
- Fourier, yaşadığı dönemde (1768-1830) çalıştığı bir ısı problemini çözmek için fourier serilerini geliştirmiştir. Böylece herhangi bir periyodik fonksiyonun sinüsoidal fonksiyonların toplamı olarak elde edilebileceğini göstermiştir.
- Fourier analizi, hem zaman hem frekans tanım kümesi ile ilgili bilgi vermesi açısından oldukça yararlı bir araçtır. Ancak lisans eğitiminde yer almadığı için genellikle mühendislik öğrencileri konuya yabancıdır.
- Bu açıdan hem kavramın matematiksel temelleri ile hem de mühendislikteki uygulamaları ile ilgileneceğiz.
- Bu konuyu öğrenmedeki amaçlarımız şu şekildedir.

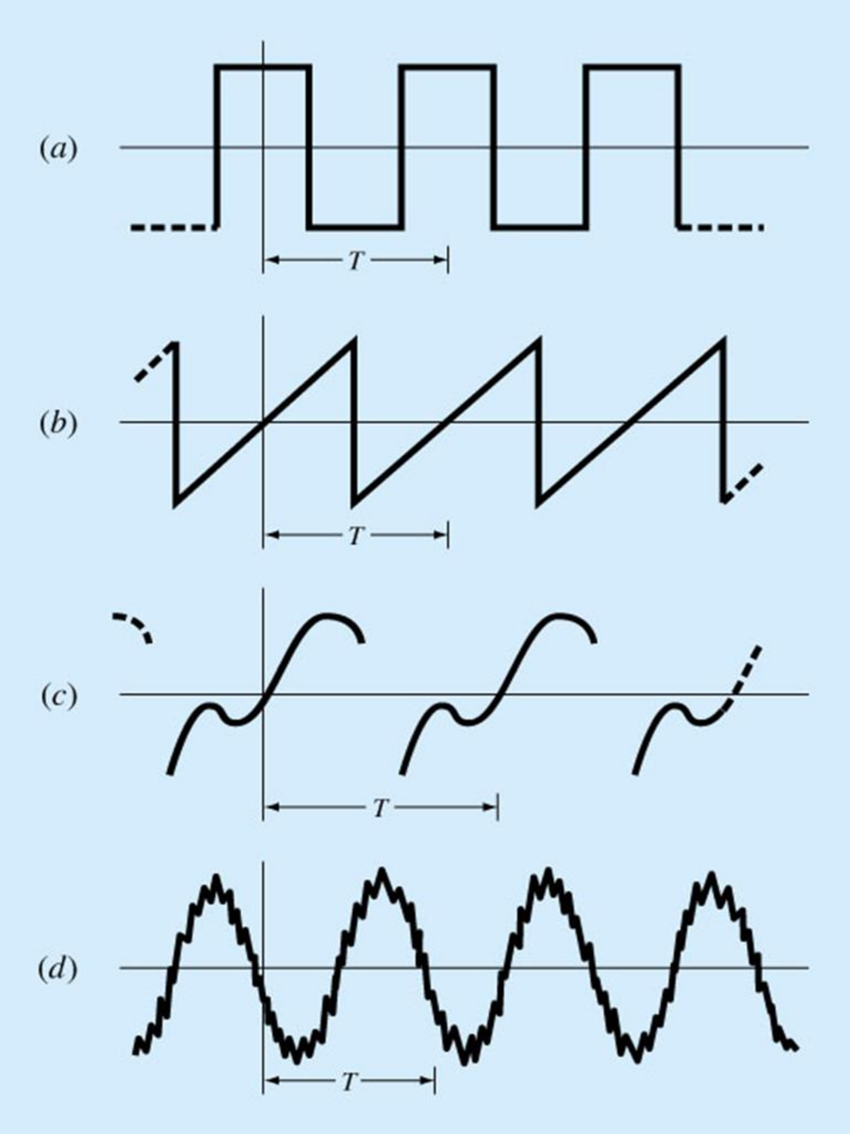
Bu bölümde öğrenmeyi hedeflediğimiz konular

- Sinüzoidal fonksiyonları tanımak ve bu fonksiyonların eğri uydurma için nasıl kullanılabileceğini anlamak.
- Verilere, sinüsoidal bir fonksiyon geçirmek için en küçük kareler regresyonunu kullanmak.
- Periyodik bir fonksiyona Fourier serisinin nasıl uyduğunu bilmek.
- Euler formülüne dayanan sinüsoidal fonk. ve karmaşık üstel fonksiyonlara arasındaki ilişkiyi anlamak.
- Frekans tanım kümesinde matematiksel fonksiyonları veya sinyalleri analiz etmenin yararlarının (yani, frekansın bir fonksiyonu olarak) farkına varmak.
- Fourier integralini ve dönüşümünün, Fourier analizini periyodik olmayan fonksiyonlara nasıl genişletebildiğini anlamak.

Öğreneceğimiz Uygulamalar

- Ayrık Fourier dönüşümü (DFT-Discrete Fourier Transform) Fourier analizini ayrık sinyallere nasıl genişlettiğini anlamak.
- Ayrık örneklemenin, DFT'nin frekansları ayırt etme yeteneğini nasıl etkilediğini fark etmek.
- Nyquist frekansının nasıl hesaplanacağını ve yorumlanacağını öğrenmek.
- Hızlı Fourier dönüşümünün (FFT-Fast Fourier Transformation), veri uzunluğunun ikinin katları olduğu durumlarda, DFT'yi hesaplamak için oldukça etkili bir araç sağladığını fark etmek.
- DFT ve FFT'yi hesaplamak ve sonuçları nasıl yorumlayacağını anlamak için MATLAB fonksiyonunun nasıl kullanılacağını bilmek .
- Güç spektrumunun (Power Spectrum) nasıl hesaplanacağını ve yorumlanacağını bilmek.

Sinüzoidal Fonksiyonlar

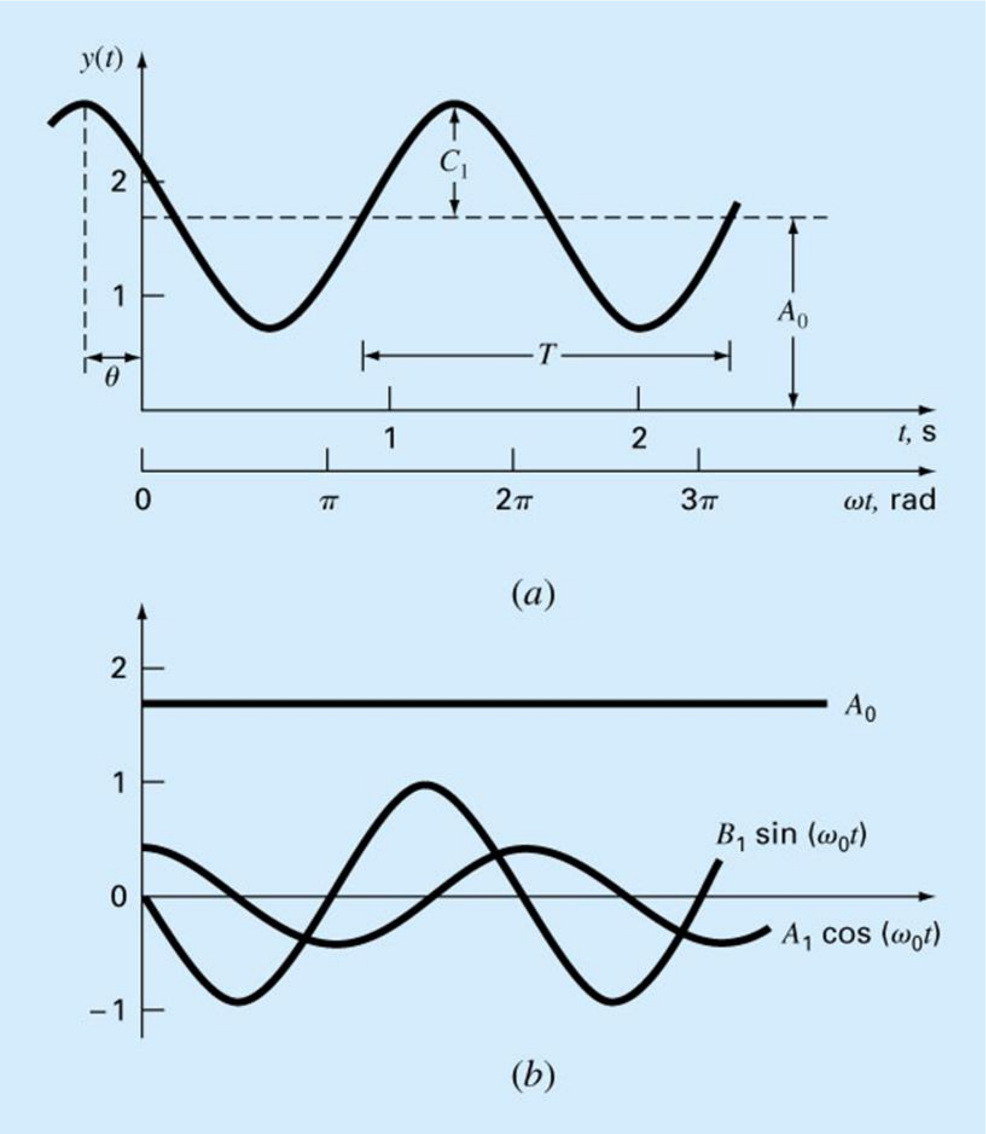


- Sinüsler ve kosinüsler gibi trigonometrik fonksiyonların yanı sıra, periyodik fonksiyonlar,
  a) Kare dalga
  b) Testere dişi
  c) İdeal formların dışında resimde görüldüğü gibi ideal olmayan bir periyodik fonksiyon
  d) Gürültü içeren bir periyodik fonksiyon
- Yukarıda sayılan fonksiyonların tamamını ve daha bir çoğunu trigonometrik fonksiyonlar kullanarak ifade edebilir ve analiz edebiliriz.
- Bir fonksiyon $f(t)$ aşağıdaki gibi ifade edilebiliyorsa periyodiktir.

$$f(t) = f(t + T)$$

Burada T fonsiyonun değerini en küçük tutan bir sabittir ve periyot olarak isimlendirilir.

Sinüsoidal Fonksiyonlar



- Sinüs ve kosinüslerden oluşan herhangi bir dalga formu sinüzoidal olarak isimlendirilir:

$$f(t) = A_0 + C_1 \cos(\omega_0 t + \theta)$$

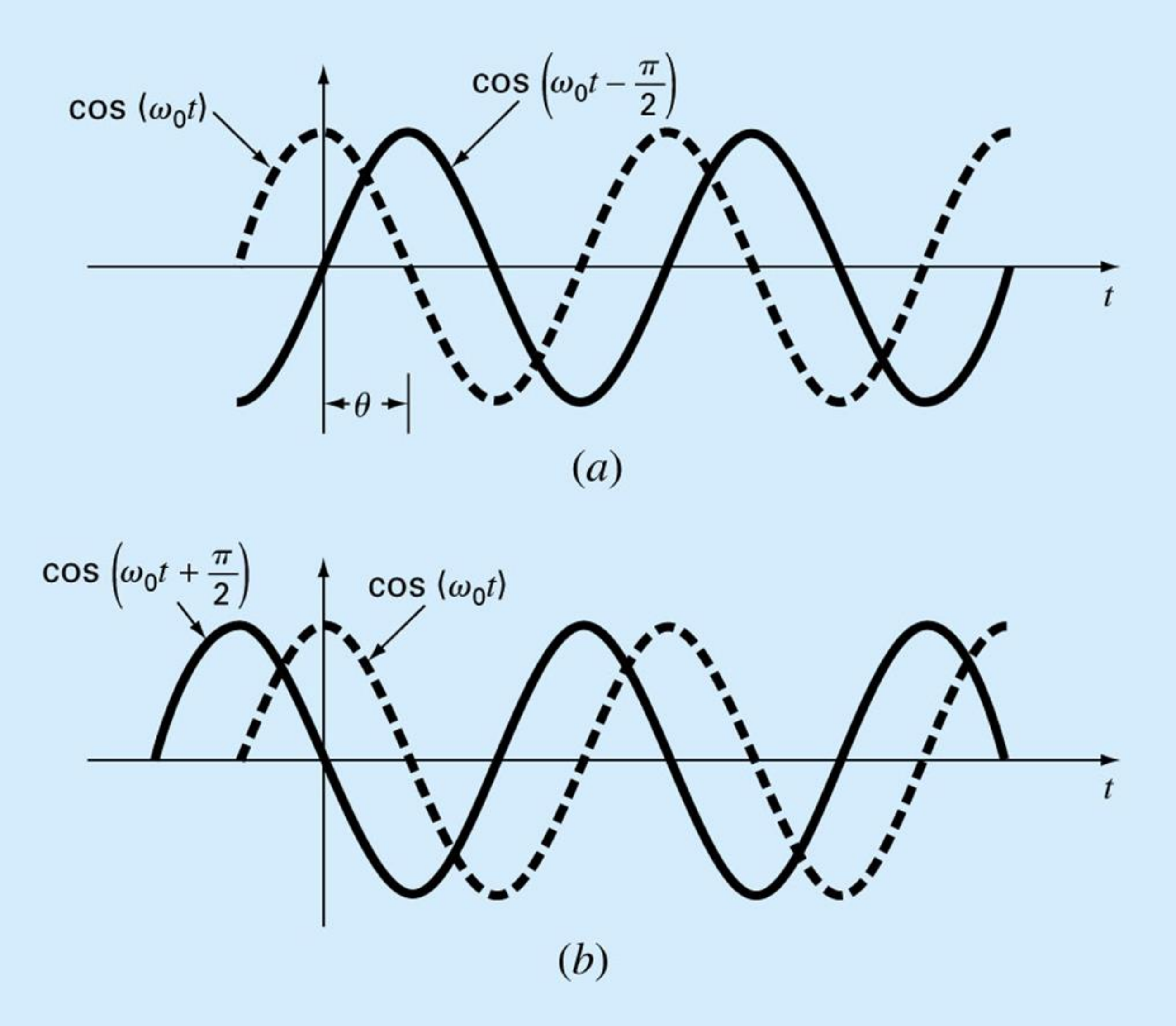
- Bir sinüzoidali karakterize eden dört parametre vardır.
- *Ortalama Değer* A_0 apsisten ölçülen ortalama yükseklik değeri.
- *Genlik* C_1 dalganın yüksekliğini tanımlar.
- *Açısal Frekans* ω_0 döngünün ne kadar sıklıkla tekrar edeceğini karakterize eder.
- Faz açısı, yada *faz kayması* θ, sinüzoidin yatayda ne kadar kaydığını gösterir.
- Açısal frekans ω_0 (rad/zaman) ile frekans (çevrim/zaman) arasında aşağıdaki bağlantı vardır.

$$\omega_0 = 2\pi f$$

- Frekans ile periyot T (sn.) ile ilişkilidir.

$$f = 1/T$$

Sinüzoidal Fonksiyonlar



- Faz farkı kavramını grafiksel gösterimi

a) gecikme faz açısı ve
b) İlerleme faz açısı

- (a)'daki gecikme alternatif olarak $\cos\left(\omega_0 t + \frac{3\pi}{2}\right)$ ile de gösterilebilir yani,

$$\cos\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\omega_0 t + \frac{3\pi}{2}\right)$$

- Diğer bir deyişle, eğer bir eğri α'nın gibi bir açısı ile gecikiyorsa, aynı zamanda $2\pi - \alpha$ ile ilerleme faz açısı olarakta temsil edilebilir.

Sinüzoidal Fonksiyonlar

$$f(t) = A_0 + C_1 \cos(\omega_0 t + \theta)$$

Yukarıda gösterdiğimiz sinüzoidallerin genel formu matematiksel olarak yeterli olsada eğri uydurma konusuna geçmeden aynı formun alternatif bir formunu elde etmemiz gerekmektedir.

$$C_1 \cos(\omega_0 t + \theta) = C_1[\cos(\omega_0 t)\cos(\theta) - \sin(\omega_0 t)\sin(\theta)]$$
$$f(t) = A_0 + A_1 \cos(\omega_0 t) + B_1 \sin(\omega_0 t)$$

Burada

$$A_1 = C_1 \cos(\theta)\,; B_1 = -C_1 \sin(\theta)\,; \theta = \arctan\left(-\frac{B_1}{A_1}\right); C_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2}$$

Sinüzoidal Fonksiyonlara En Küçük Kareler Regrasyonu ile Eğri Uydurma

- Sinüzoidal fonksiyonlara eğri uydururken doğrusal fonksiyonlara eğri uydurma yaklaşımımızı kullanabiliriz.

$$y = A_0 + A_1 \cos(\omega_0 t) + B_1 \sin(\omega_0 t) + e$$

$$y = a_0 z_0 + a_1 z_1 + a_2 z_2 + \cdots + a_m z_m + e$$

- Yukarıdaki iki denklem arasında paralellik kurarsak;

$$z_0 = 1; z_1 = \cos(\omega_0 t)\,;\ z_2 = \sin(\omega_0 t)$$

- Bizim amacımız doğrusal eğri uydurmada olduğu gibi aşağıdaki fonksiyonu minimize ederek burada da katsayıları $(A_0, A_1\ ve\ B_1)$ belirlemek.

$$S_2 = \sum_{i=1}^{N} \{y_i - [A_0 + A_1 \cos(\omega_0 t) + B_1 \sin(\omega_0 t)]\}^2$$

Sinüzoidal Fonksiyonlara En Küçük Kareler Regrasyonu ile Eğri Uydurma

$$S_2=\sum_{i=1}^{N}\{y_i-[A_0+A_1\cos(\omega_0 t)+B_1\sin(\omega_0 t)]\}^2$$

Miniminasyonu sağlayan denklemleri matris formunda yazarsak;

$$\begin{bmatrix} N & \sum cos(\omega_0 t) & \sum sin(\omega_0 t) \\ \sum cos(\omega_0 t) & \sum\cos^2(\omega_0 t) & \sum cos(\omega_0 t)sin(\omega_0 t) \\ \sum sin(\omega_0 t) & \sum cos(\omega_0 t)sin(\omega_0 t) & \sum\sin^2(\omega_0 t) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ B_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum y \\ \sum ycos(\omega_0 t) \\ \sum ysin(\omega_0 t) \end{Bmatrix}$$

Bu denklem çözülebileceği gibi, bunun yerine Δt eşit aralıklarında toplam $T=(N-1)\Delta \mathrm{t}$ zamanı boyunca N adet verinin olduğu özel durumu inceleyebiliriz.

$$\frac{\sum sin(\omega_0 t)}{N}=0;\frac{\sum cos(\omega_0 t)}{N}=0;$$

$$\frac{\sum\sin^2(\omega_0 t)}{N}=\frac{1}{2};\frac{\sum\cos^2(\omega_0 t)}{N}=\frac{1}{2}\ ve$$

$$\frac{\sum cos(\omega_0 t)sin(\omega_0 t)}{N}=0$$

Sinüzoidal Fonksiyonlara En Küçük Kareler Regrasyonu ile Eğri Uydurma

Bu durumda miniminasyonu sağlayan denklemlerin matris formu aşağıdaki gibi olur;

$$\begin{bmatrix} N & 0 & 0 \\ 0 & N/2 & 0 \\ 0 & 0 & N/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ B_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum y \\ \sum y\cos(\omega_0 t) \\ \sum y\sin(\omega_0 t) \end{Bmatrix}$$

Bu denklemlerin çözümü ile

$$A_0 = \frac{\sum y}{N}; A_1 = \frac{2\sum y\cos(\omega_0 t)}{N}; B_1 = \frac{2\sum y\sin(\omega_0 t)}{N}$$

Olarak bulunur.

Örnek

- Hem aynı denklemin farklı biçimlerde tanımlanabileceğini hem de eğri uydurma algoritmasının pratiğini görmek açısından gerçekte bildiğimiz aşağıdaki fonksiyonu kullanarak veriler üretelim ve bu verilere eğri uyduralım.

$$y = 1{,}7 + \cos(4{,}189t + 1{,}0472)$$

t	y	ycos(ω_0t)	ysin(ω_0t)
0	2,2000	2,2000	0,0000
0,15	1,5954	1,2907	0,9378
0,3	1,0308	0,3185	0,9804
0,45	0,7218	-0,2231	0,6865
0,6	0,7865	-0,6364	0,4622
0,75	1,2001	-1,2001	-0,0002
0,9	1,8047	-1,4598	-1,0611
1,05	2,3693	-0,7317	-2,2535
1,2	2,6782	0,8283	-2,5469
1,35	2,6134	2,1147	-1,5355
∑=	17,0004	2,5011	-4,3303

$$A_0 = \frac{\sum y}{N}; A_1 = \frac{2\sum y cos(\omega_0 t)}{N}; B_1 = \frac{2\sum y sin(\omega_0 t)}{N}$$

$$A_0 = \frac{17{,}0004}{10} = 1{,}7; A_1 = \frac{2 * 2{,}5011}{10} = 0{,}5;$$

$$B_1 = \frac{2 * (-4{,}3303)}{10} = -0{,}866$$

$$y = 1{,}7 + 0{,}5\cos(4.189t) - 0{,}866\sin(4.189t)$$

Buradan orijinal denkleme dönmek istersek;

$$\theta = \arctan\left(-\frac{-0{,}866}{0{,}5}\right) = 1.0472$$

$$C_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2} = 1$$

Sürekli Fourier Serileri

- Daha önce bahsettiğimiz gibi Fourier, üzerinde çalıştığı ısı akışı problemlerini incelerken, herhangi bir periyodik fonksiyonun, harmonik olarak ilişkili frekansların sonsuz bir dizi sinüzoidi ile temsil edilebileceğini göstermişti. Bunu matematiksel olarak ifade etmek istersek;
- T periyodu ile bir fonksiyon için sürekli bir Fourier serisi şu şekilde yazılabilir:
  $$f(t) = a_0 + a_1 \cos(\omega_0 t) + b_1 \sin(\omega_0 t) + a_2 \cos(2\omega_0 t) + b_2 \sin(2\omega_0 t) + \cdots$$
- Kapalı formda daha okunur şekilde yazacak olursak

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \sin(k\omega_0 t)$$

Sürekli Fourier Serileri

- Aşağıdaki denklemin katsayılarının bulunuşu için kitapta kutu 19.1 (box.19.1)' e bakılabilir.

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \sin(k\omega_0 t)$$

Biz burada ispatını vermeksizin;

$$a_0 = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)dt\,;\, a_k = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos(k\omega_0 t)\,dt\,;\, b_k = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin(k\omega_0 t)\,dt$$

Şeklinde olduğunu bilmenizi istiyoruz. Burada *$\omega_0=2\pi/T$ temel frekans (fundamental frequency)* ve onun sabitlerle çarpımı *$2\omega_0$, $3\omega_0$*, vs., *harmonikler (harmonics)* olarak adlandırılmaktadır.

Örnek

- Aşağıdaki kare formdaki dalga fonksiyonuna yaklaşmak için Fourier serilerini kullanınız.

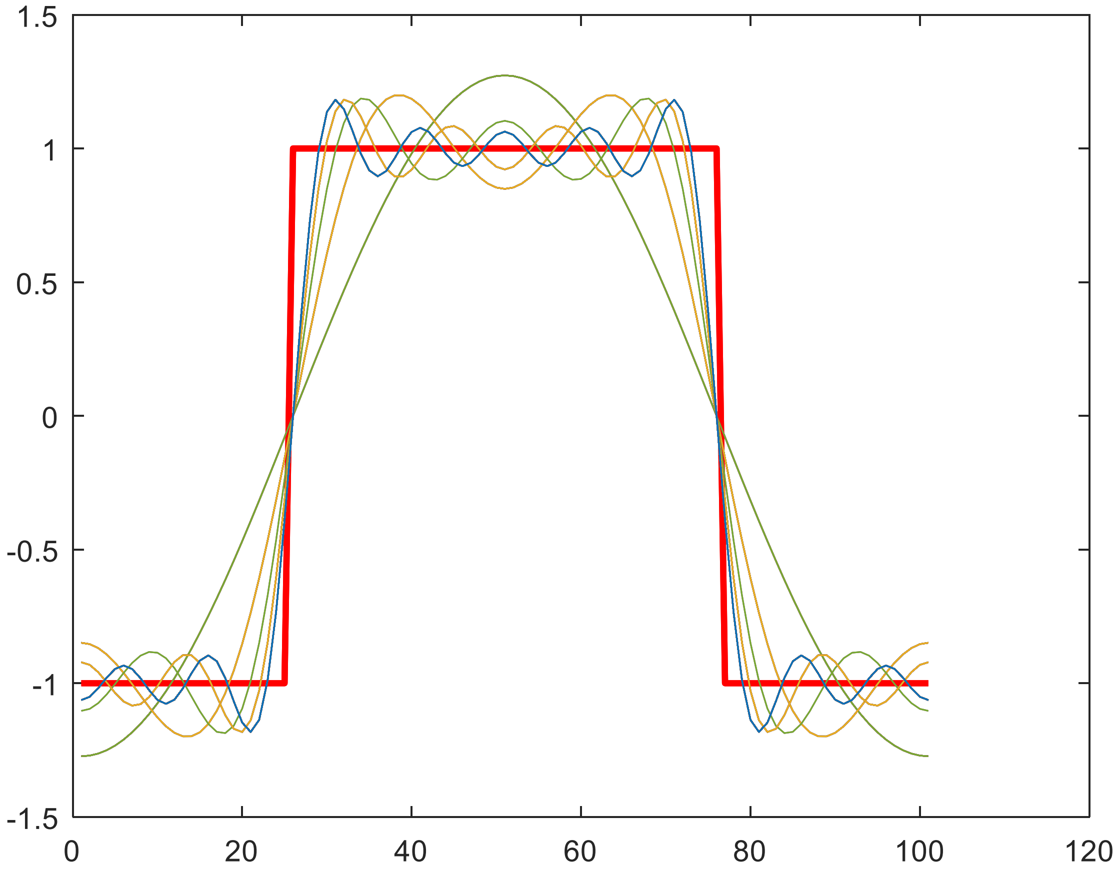
$$f(t) = \begin{cases} -1 & -\frac{T}{2} < t < -\frac{T}{4} \\ 1 & -\frac{T}{4} < t < \frac{T}{4} \\ -1 & \frac{T}{4} < t < \frac{T}{2} \end{cases}$$

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t)dt = 0;\ b_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin(k\omega_0 t)\, dt = 0$$

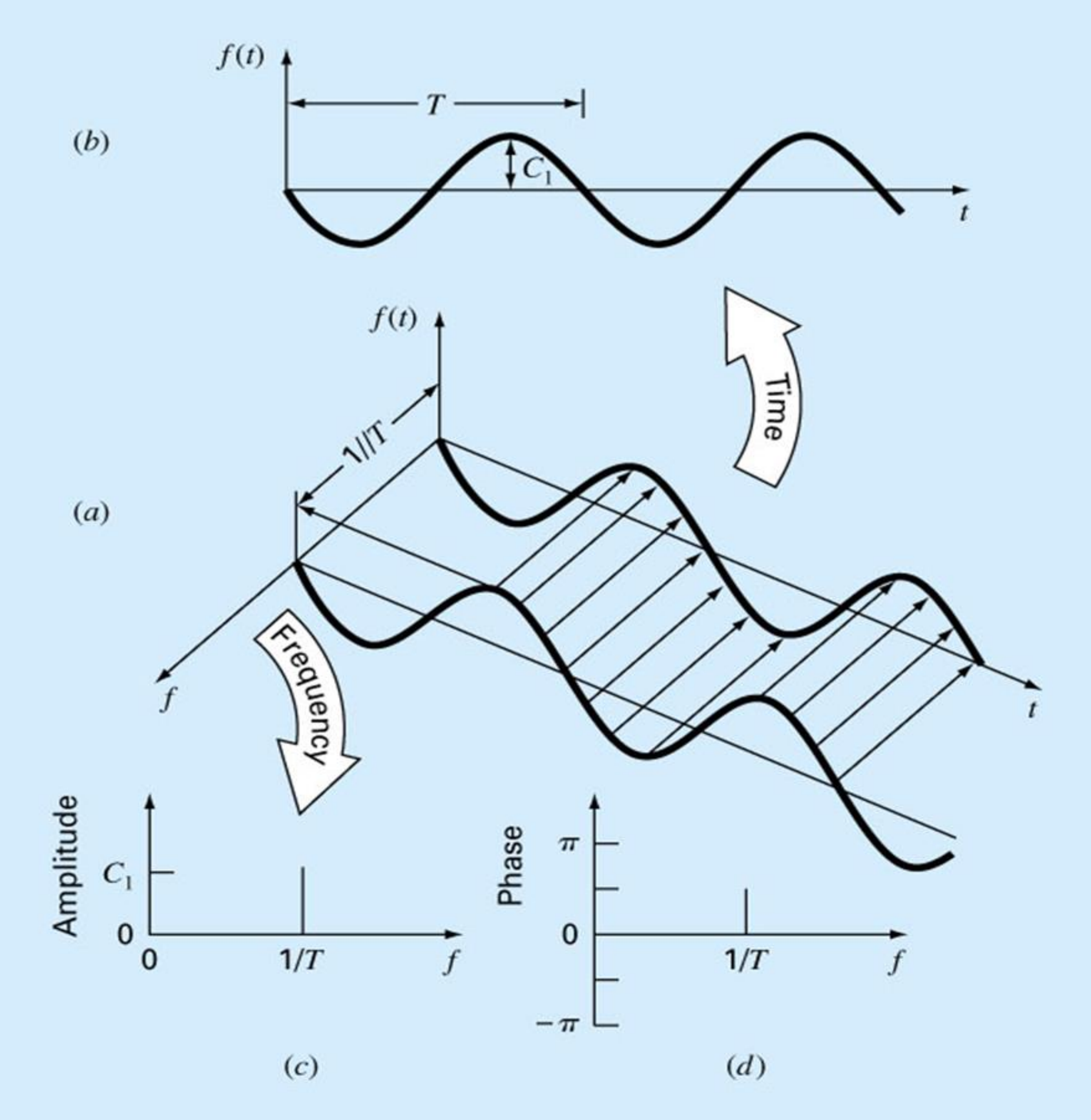
$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos(k\omega_0 t)\, dt \Longrightarrow a_k = \begin{cases} \frac{4}{k\pi} & k = 1,5,9, \dots, (4n+1), \dots \\ -\frac{4}{k\pi} & k = 3,7,11, \dots, (4n+3), \dots \\ 0 & k = çift\ sayılar \end{cases}$$

Örnek devam

```
clc;clear all;T=1;k=1;
for t=-T/2:0.01:T/2
if t<-T/4 || t>T/4
    f(k)=-1;
else
    f(k)=1;
end
k=k+1;
end
plot(f,'-r','Linewidth',2);hold on;
F=zeros(1,101);t=[-0.5:0.01:0.5];n=0;
for n=0:10
for j=1:10
if j==4*n+1
    ak=4/j/pi;
elseif j==4*n+3
    ak=-4/j/pi;
else
    ak=0;
end
F=F+ak*cos(j*2*pi*t);plot(F),hold on;
end
end
```



Frekans ve Zaman Bölgesi



- Çok aşina olmamamıza rağmen, *frekans tanım bölgesi (frequency domain)* salınan fonksiyonların davranışını karakterize etmek için alternatif bir perspektif sunar.
- Genlik zamana karşı çizilebildiği gibi, aynı zamanda frekansa karşı da çizilebilir.
- Böyle bir grafikte, *f(t)* eğrisinin büyüklüğü veya genliği bağımlı değişken iken zaman *t* ve frekans $f=\omega_0/2\pi$ bağımsız değişkenlerdir.
- Böylece, genlik ve zaman ekseni *zaman düzlemini (time plane)*, ve genlik ve frekans eksenleri de *frekans düzlemini (frequency plane)* oluşturmaktadır.

Fourier İntegrali ve Dönüşümü

- Fourier serileri periyodik bir fonksiyonun spektrumunu araştırmak için yararlı bir araç olmasına rağmen, kendini sürekli tekrar etmeyen dalga formları için geçerli değildir.
- Örneğin şimşek çakması sonucu oluşan sinyal ya kendini tkrar etmez yada belirsiz aralıklarla tekrarlar ancak oluşturduğu sinyalin sürekli bir frekans spektrumu vardır ve etkilerinin bilinmesi açısından hesap edilmesi gerekir.
- Fourier integrali, bu tür kendini tekrar etmeyen sinyallerin, sürekli frekans spektrumunu hesaplamak için önemli bir araçtır.

Fourier İntegrali ve Dönüşümü

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \tilde{c}_k \, e^{ik\omega_0 t}$$

$$\tilde{c}_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{ik\omega_0 t} dt$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \quad k = 0,1,2, \ldots$$

Periyodik bir fonksiyondan periyodik olmayana geçiş,periyodun sonsuza yaklaşması sağlanarak elde edilebilir. Böylece Fourier serisi aşağıdaki forma indirgenebilir.

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(i\omega_0) e^{i\omega_0 t} d\omega_0$$

Fourier İntegrali ve Dönüşümü

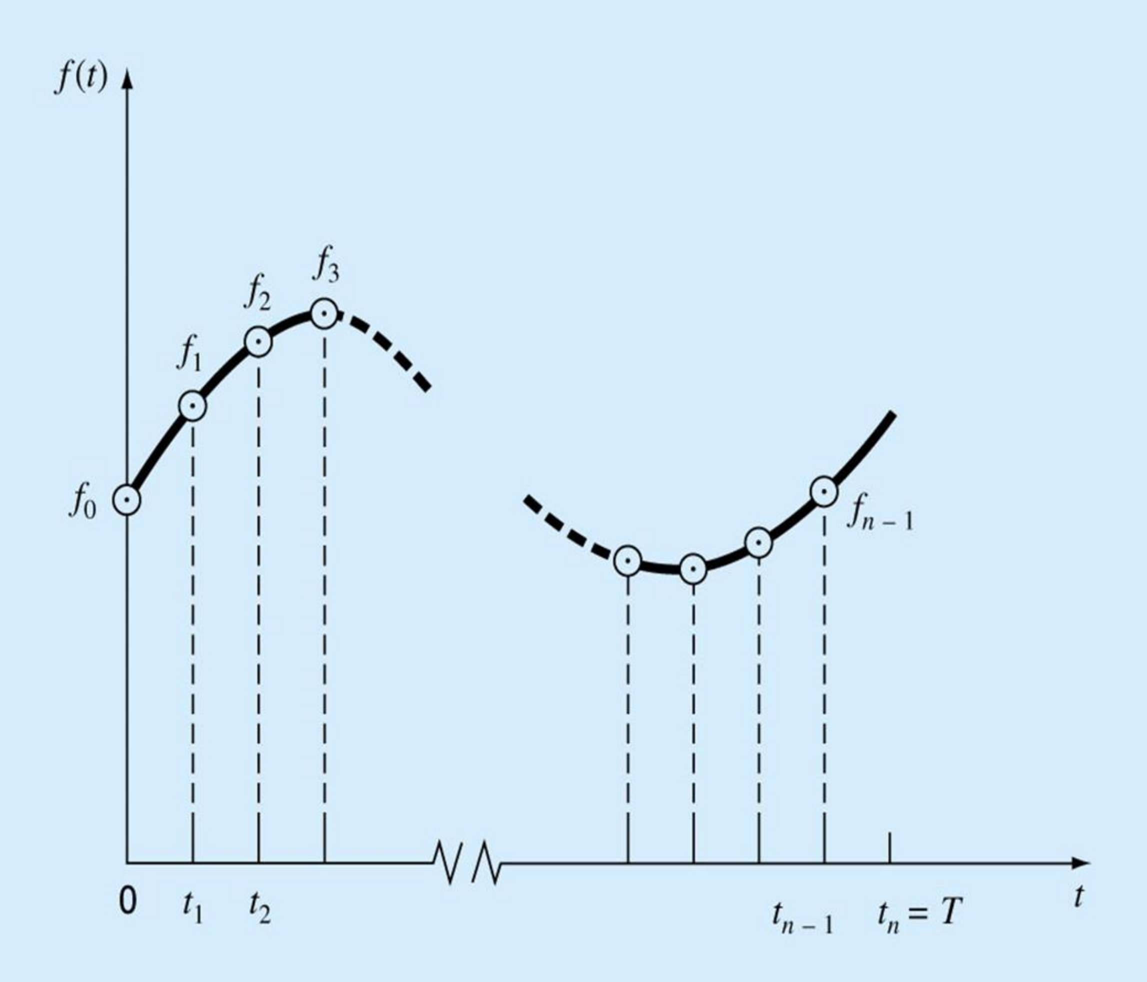
$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(i\omega_0) e^{i\omega_0 t} d\omega_0$$

Buradaki katsayılar, aşağıda yazıldığı gibi frekans değişkeninin, ω'nın sürekli bir fonksiyonudur.

$$F(i\omega_0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega_0 t} dt$$

$F(i\omega_0)$ fonksiyonu, $f(t)$'nin Fourier integrali veya Fourier dönüşümü adı verilir. Bu tanım gereği $f(t)$'ye de ters Fourier dönüşümü denilmektedir. Dolayısıyla bu iki eşitlik Fourier dönüşüm çifti olarak adlandırılır ve periyodik olmayan herhangi bir sinyal için zaman ve frekans bölgesi arasında ileri ve geri dönüşüm yapmamıza olanak verir.

Ayrık Fourier Dönüşümü

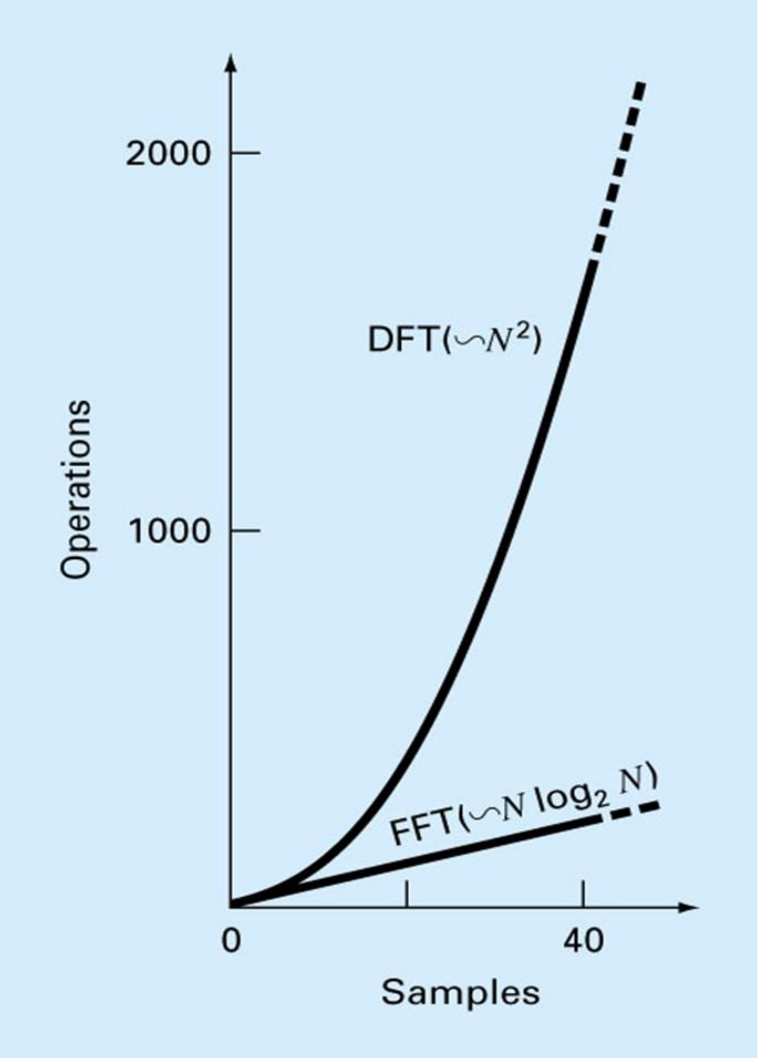


- Mühendislikte, fonksiyonlar çoğu zaman sonlu ayrık değerler kümeleriyle temsil edilir ve genellikle bu tür bir ayrık formatta toplanır veya dönüştürülür.
- 0 ila t arasındaki bir aralık, $\Delta t = T / N$ genişliklerine sahip N adet eşdeğer alt-aralıklara bölünebilir.
- Dikkat ederseniz, veri noktaları $n = 0,1,2, \dots, N-1$ şeklinde tanımlanmıştır. Bu veriler arasında $n = N$ yoktur.

$$F_k = \sum_{n=0}^{N-1} f_n e^{-i\omega_0 n} \quad k = 0'dan\ N-1'e$$

$$f_k = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F_k e^{i\omega_0 n} \quad n = 0'dan\ N-1'e$$

Hızlı Fourier Dönüşümü



- FFT, işlem sayısını azaltmak için önceki hesaplamaların sonuçlarını kullanarak, DFT'yi son derece ekonomik (hızlı) bir şekilde hesaplamak için geliştirilmiş bir algoritmadır.
- FFT, yaklaşık $N \log 2N$ işlem ile dönüşümü hesaplamak için trigonometrik fonksiyonların periyodikliğini ve simetrisini kullanır. Böylece N = 50 numune için, FFT standart DFT'den 10 kat daha hızlıdır. N = 1000 için, yaklaşık 100 kat daha hızlıdır.
  - Sande-Tukey Algoritması
  - Cooley-Tukey Algoritması

Güç Spektrumu

- Adından da anlaşılacağı gibi güç spectrumu sinyalin gücünün analizinde kullanılır. Matematiksel olarak zaman tanım kümesinde bir sinyalin gücü aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$P = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f^2(t)dt$$

- Bu bilgiye ulaşmanın başka bir yolu ise her bir frekans bileşeni yardımıyla gücü hesaplayarak frekans tanım bölgesinde ifade etmektir.

$$P = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f^2(t)dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |F_k|^2$$

- Daha sonra bu bilgiler bir güç-frekans eğrisi çizilerek *güç-spektrumu* olarak gösterilebilir.

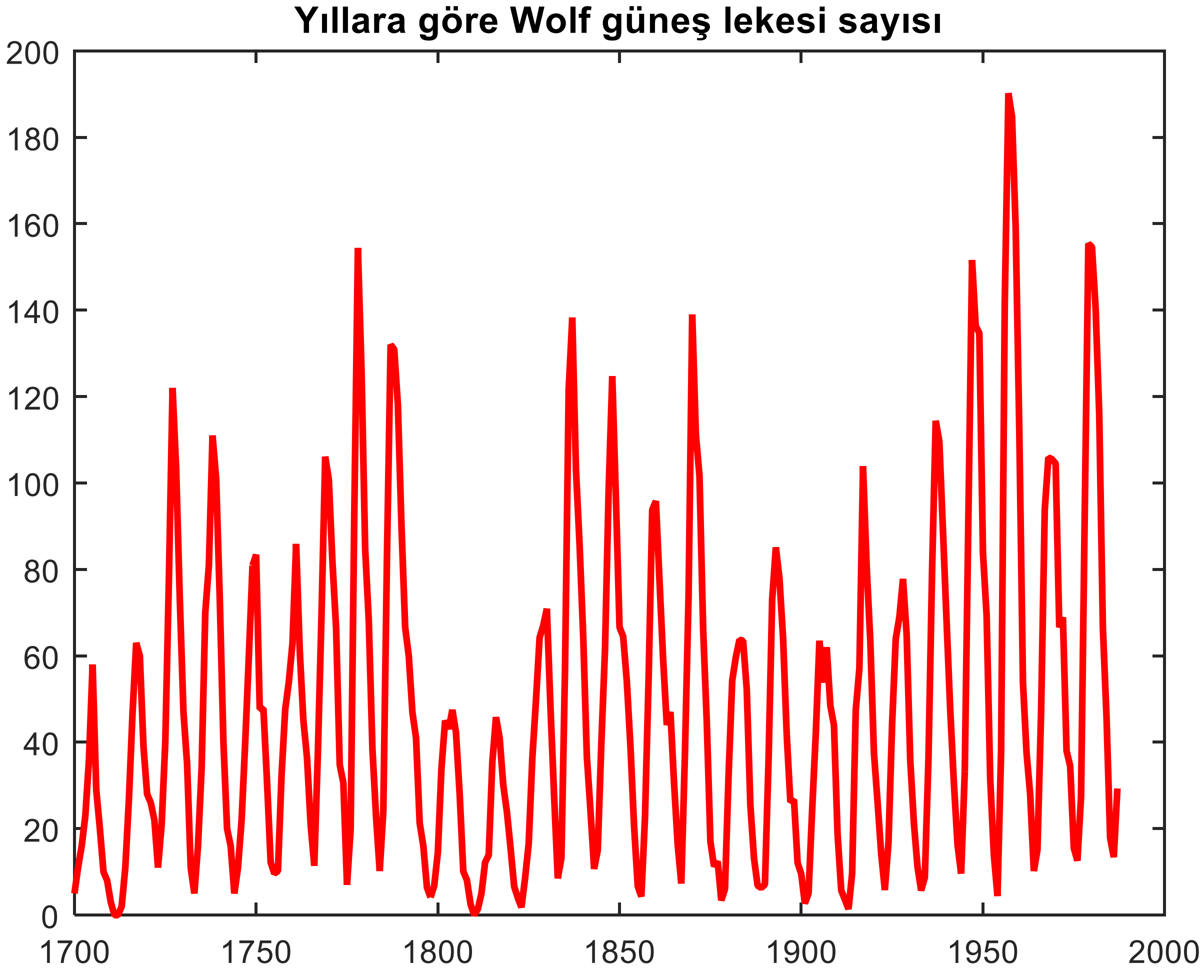
Örnek

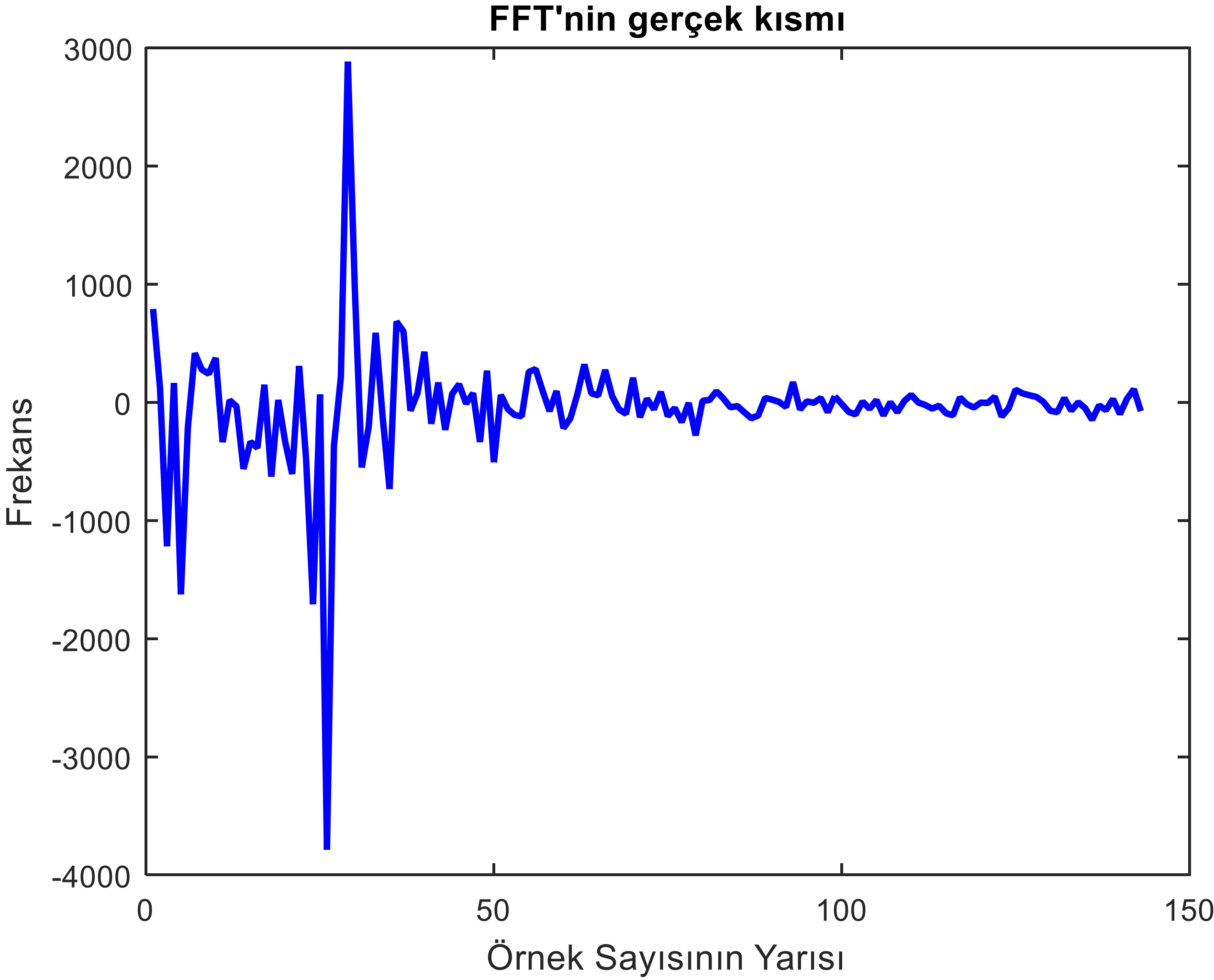
- Temel Bilgi. Fourier analizi mühendisliğin birçok alanında kullanılır. Ancak örneğin sinyal işleme gibi elektrik mühendisliği uygulamalarında yoğun olarak kullanılmaktadır.
  Johann Rudolph Wolf güneş yüzeyindeki her bir lekeyi ve leke grubunu saymak suretiyle güneş aktivitesini (etkinliğini) değerlendirmek için 1843'de bir yöntem geliştirmiştir. Yönteminde; grupların sayısının 10 katı ile tek tek lekelerin toplam sayısını toplamak yoluyla elde edilen ve Wolf güneş lekesi sayısı diye bilinen bir sayı hesaplamıştır. Bu sayıyla ilgili kayıtlar 1700 yılına kadar gitmektedir. Daha Önceki yıllara kayıtlara dayanarak Wolf, çevrimin uzunluğunun 11.1 yıl olduğunu hesaplamıştır.
  - Verileri zamana bağlı çizin
  - Bu verilere hızlı Fourier transformu uygulayın (FFT)
  - Periyoda karşı güç grafiği geliştirerek periyodu belirleyin.

Örnek

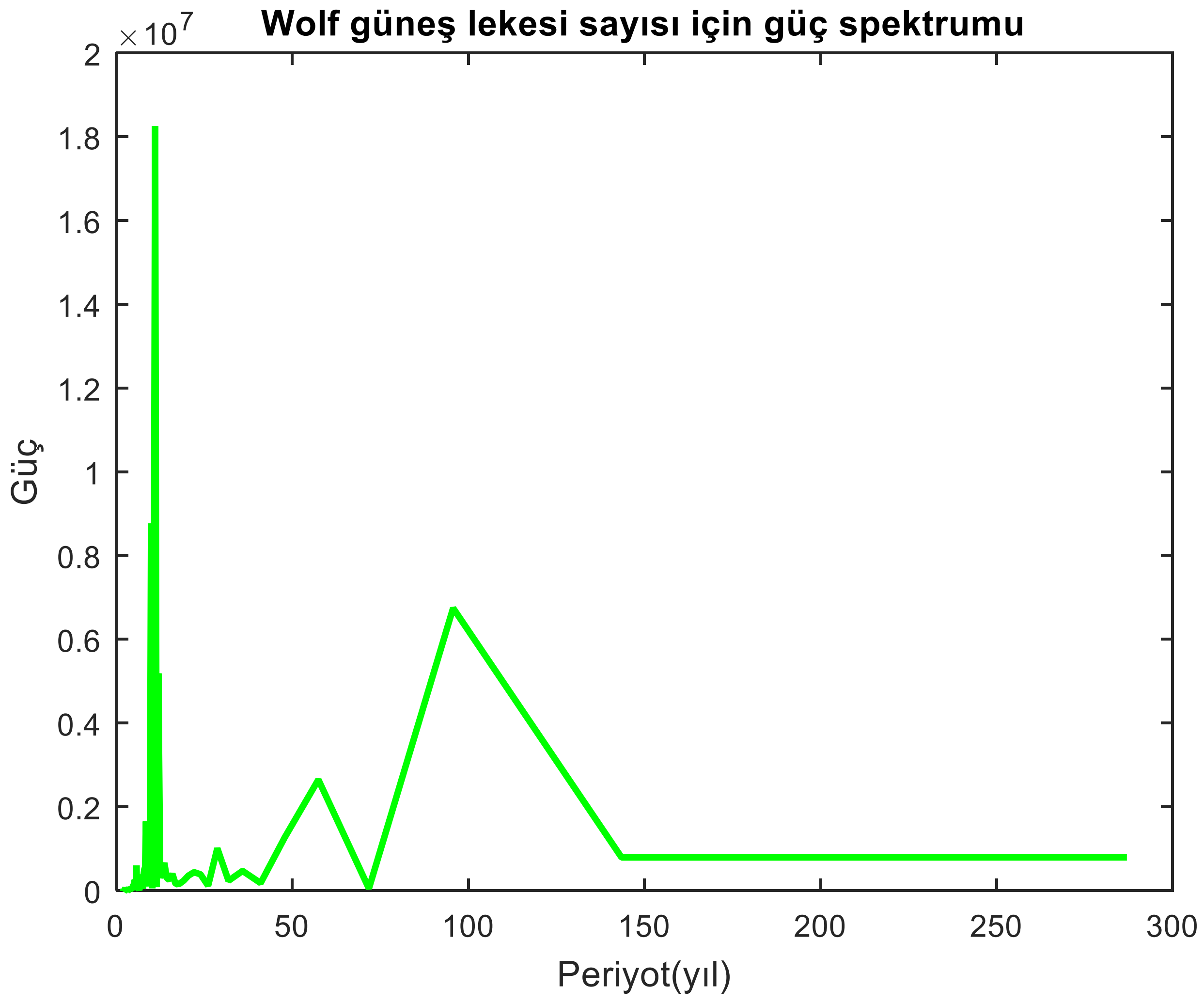
```
close all;clc;
load sunspot.dat
y=fft(sunspot(:,2));
y(1)=[ ];
n=length(y);
power=abs(y(1:floor(n/2))).^2;
nyquist=1/2;
freq=(1:floor(n/2))/((n/2))*nyquist;
period=1./freq;
index=find(power==max(power));p=period(index);
figure;plot(sunspot(:,1),sunspot(:,2),'-r','linewidth',2);
title('Yıllara göre Wolf güneş lekesi sayısı');
figure;plot(real(y(1:floor(n/2))),'-b','linewidth',2);
ylabel('Frekans');xlabel('Örnek Sayısının Yarısı');
title('FFT''nin gerçek kısmı')
figure;plot(period,power,'-g','linewidth',2);
ylabel('Güç');xlabel('Periyot(yıl)');
title('Wolf güneş lekesi sayısı için güç spektrumu')
disp('Çevrim Uzunluğu');disp(p)
```

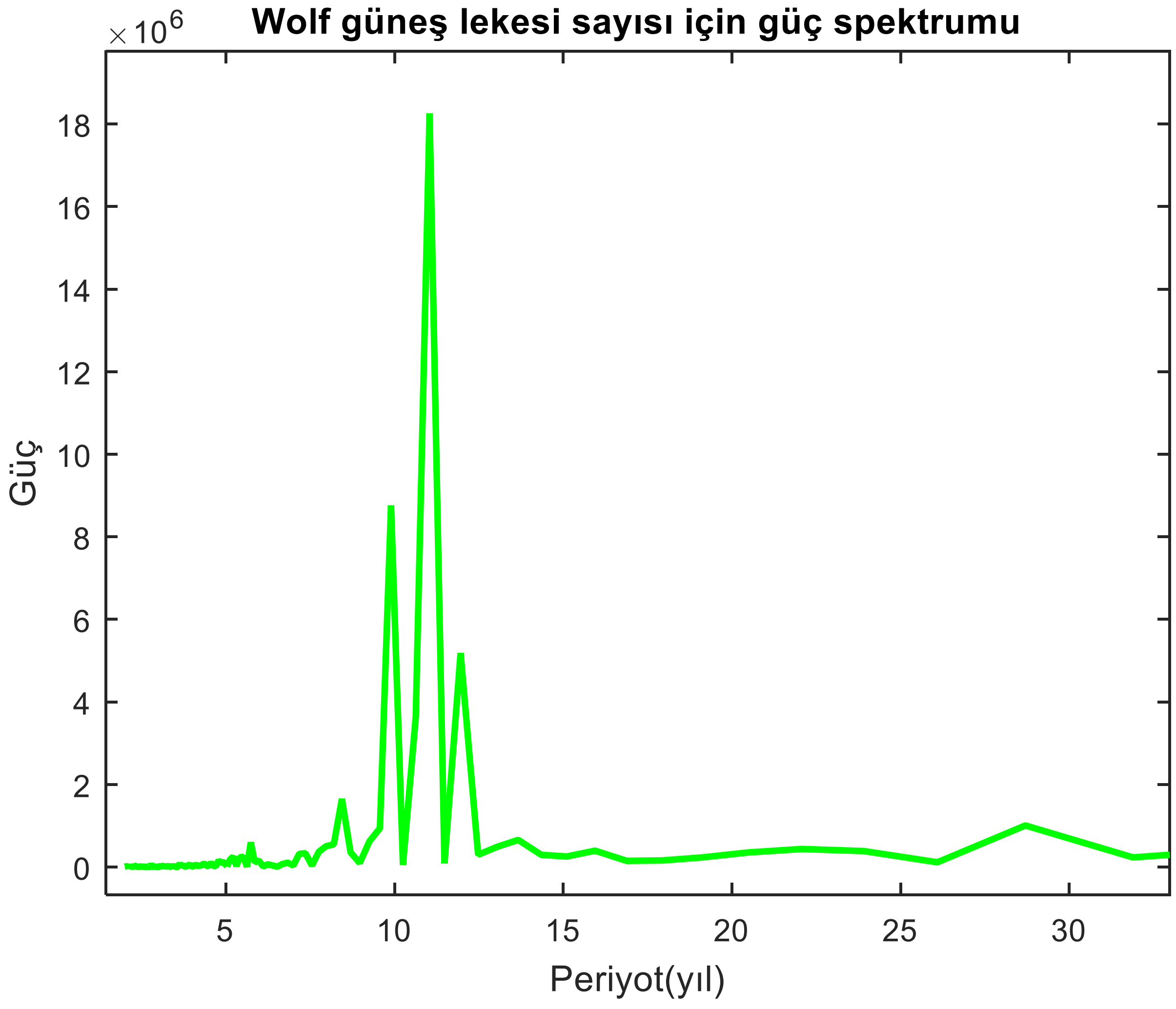
Örnek


Yıllara göre Wolf güneş lekesi sayısı
200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
1700
1750
1800
1850
1900
1950
2000


FFT'nin gerçek kısmı
3000
2000
1000
0
-1000
-2000
-3000
-4000
Frekans
0
50
100
150
Örnek Sayısının Yarısı

Örnek


Wolf güneş lekesi sayısı için güç spektrumu
×10^7
2
1.8
1.6
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
Güç
0
50
100
150
200
250
300
Periyot(yıl)


Wolf güneş lekesi sayısı için güç spektrumu
×10^6
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
Güç
5
10
15
20
25
30
Periyot(yıl)

Eğri Uydurma için Hazır Paket Programlar

TABLE 19.1 Excel built-in functions related to regression fits of data.

Function	Description
FORECAST	Returns a value along a linear trend
GROWTH	Returns values along an exponential trend
INTERCEPT	Returns the intercept of the linear regression line
LINEST	Returns the parameters of a linear trend
LOGEST	Returns the parameters of an exponential trend
SLOPE	Returns the slope of the linear regression line
TREND	Returns values along a linear trend

Eğri Uydurma için Hazır Paket Programlar

TABLE 19.2 Some of the MATLAB functions to implement interpolation, regression, splines, and the FFT.

Function	Description
polyfit	Fit polynomial to data
interp1	1-D interpolation (1-D table lookup)
interp2	2-D interpolation (2-D table lookup)
spline	Cubic spline data interpolation
fft	Discrete Fourier transform