

LINEER MEKANİK SİSTEMLER: DİŞLİLER

Öğretim Üyesi: Yrd. Doç. Dr. Nurdan Bilgin

Ders Kitabı: Mekanizma Tekniği, Prof. Dr. Eres Söylemez

http://www.makted.org.tr/ders_notlari.html

Sunum Prof. Dr. Eres Söylemez'in izniyle yukarıda linki verilen notlardan derlenmiştir. Daha geniş bilgi ve animasyonlar için ilgili sayfayı ziyaret etmeniz önerilmektedir.

Giriş

- **Dişli**, çevresine diş açılmış ve diğer bir dişli cisim ile bir dişli çifti oluşturabilen bir rijit cisimdir.
- **Dişliler**, sabit hız oranı ile bir milden diğer mile moment ve hareket iletmek için kullanılırlar.
- İki uzuv arasında **sabit** bir **hız oranı** sağlamaları ve **kaymaya müsaade etmemeleri** nedeniyle kayış kasnak, sürtünmeli merdane gibi sistemlere göre avantaj sağlar
- Dişli çift temas noktası her iki uzuv için bir daire çemberi üzerindedir ve bu iki **dairenin merkezleri** arasında **uzaklık sabittir**.
- Bu şekilde iki serbestlik dereceli **şekil kapalı** bir dişli çift oluşur.
- Dişlilerden oluşan dişli zincirlerinin giriş ve çıkış millerinin açısal konumları lineer bir denklemle ilişkili olduğundan bu sistemlere aynı zamanda "**lineer mekanik sistem**" denmektedir.
- Genel olarak **saatin tersi yön pozitif**, saat yönü negatif alınır.

Giriş

- Basit Dişli Sistemleri
- Planet Dişli Sistemleri
- Konik Dişli Kullanan Dişli Kutuları

BASİT DİŞLİ SİSTEMLERİ

Basit dişli zincirlerde, dişli çift sabit uzva bağlıdır.

Basit Dişli Zincirleri

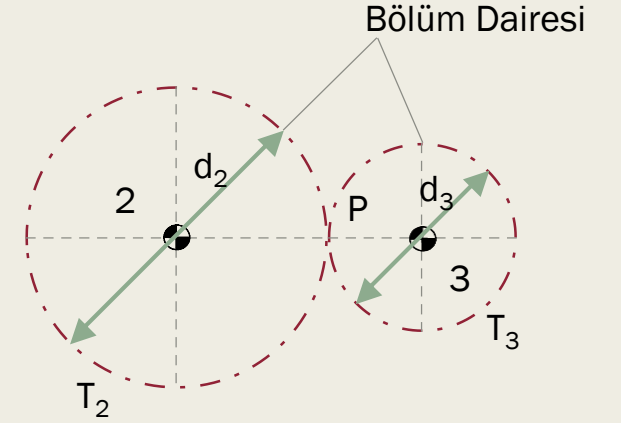
- Basit dişli zincirlerde, dişli çift sabit uzva bağlıdır.
- Tek bir dişli çifte sahip **basit dişli zincir** şekilde görülmektedir.
- İki uzuv arasında anlık çakışan P temas noktasında, iki uzuv arasında kayma olmayıp sadece yuvarlanma olduğundan, bağlı hız sıfırdır.
- Bu durumda P_2 ve P_3 noktalarının hızları aynı olacaktır. **Hız oranı** olarak N_{23} 'ü ele alalım.

$$N_{23} = \frac{\omega_{13}}{\omega_{12}} = \frac{n_{13}}{n_{12}}$$

- Burada n_{1j} devir/dakika cinsinden j uzvunun hızıdır. P noktasının hızı: $v_{P_3} = v_{P_2} = \omega_{13}r_3 = \omega_{12}r_2$ bu durumda,

$$N_{23} = \frac{\omega_{13}}{\omega_{12}} = \frac{n_{13}}{n_{12}} = \frac{r_2}{r_3} = \frac{d_2}{d_3}$$

- bu denklemden d_i ve r_i i uzvunda dişli bölüm dairesi çapı ve yarı çapıdır.



Basit Dişli Zincirleri

Hatırlatma

- Dişli teorisine göre, dişli çifti oluşturan kinematik elemanların birbirleri ile uyumlu olabilmeleri için, her bir dişin bölüm dairesi üzerinde kapsadığı yay uzunluğu aynı olmalıdır. Eğer çevredeki diş sayısı T_i ise bu yay uzunluğu

$$\frac{\pi d_i}{T_i} = m = \text{sabit}$$

veya

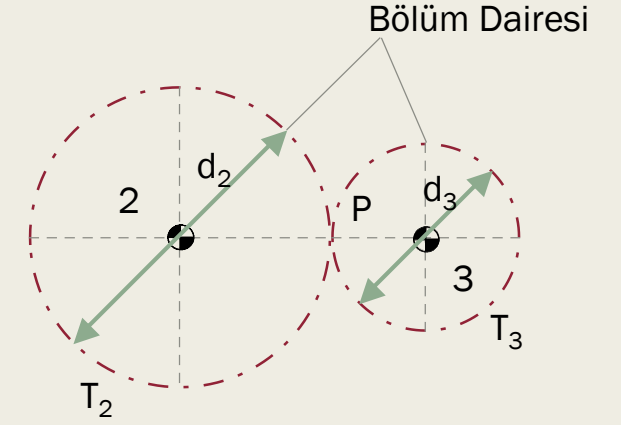
$$\frac{T_i}{d_i} = \frac{\pi}{C} = P_D$$

olması gerekir.

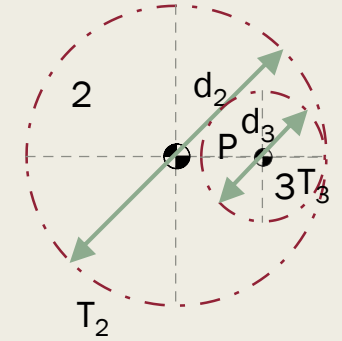
- Bunun sağlanması için dişli çift oluşturacak dişlilerin belirli m veya P_D değerleri ile üretilmesi gerekir.
- Avrupada genellikle dişliler değişik m - modül (birimi mm dir) değerlerinde,
- İngilizce konuşulan ülkelerde ise genellikle dişliler değişik P_D (birimi 1/inch dir) değerlerinde üretilir ve bu değerlerin standartları bulunmaktadır.

Basit Dişli Zincirleri

- 1. şekilde görüldüğü gibi P temas noktası döner mafsal eksenleri arasında ise buna **dış dişli çift** denir. Uzuvar ters yönde dönerler.



- 2. şekilde görüldüğü gibi P temas noktası döner mafsal eksenleri dışında ise buna **iç dişli çift** denir. Uzuvar aynı yönde dönerler.



Basit Dişli Zincirlerde Hız Oranı

$$N_{23} = \frac{\omega_{13}}{\omega_{12}} = \frac{n_{13}}{n_{12}} = \pm \frac{r_2}{r_3} = \pm \frac{d_2}{d_3} = \pm \frac{T_2}{T_3} = R_{23} = \text{Dişli Oranı}$$

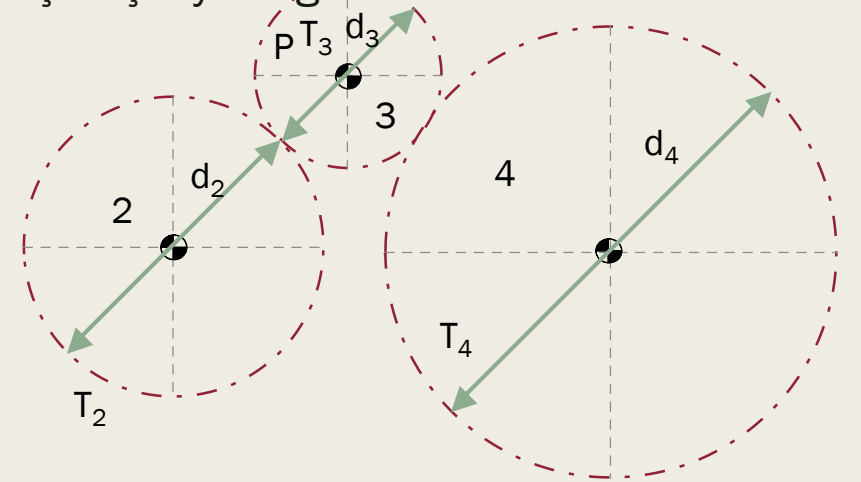
Bu denklemde işaret dişli çift **iç dişli çift** ise artı (+), **dış dişli çift** ise eksi (-) dir. Görüldüğü gibi, **basit dişli zincirler için hız oranı (N_{ij}) ile dişli oranı (R_{ij}) birbirlerine eşittir.**

Aşağıdaki şekilde görülen basit dişli zinciri ele alalım. 2 uzvu 3 uzvu ile ve 3 uzvu aynı kinematik elemanı kullanarak 4 uzvu ile dişli çift oluşturmuştur. Dişli oranını her bir dişli çift için yazdığımızda:

$$R_{23} = \frac{n_{13}}{n_{12}} = -\frac{T_2}{T_3}$$
$$R_{34} = \frac{n_{14}}{n_{13}} = -\frac{T_3}{T_4}$$

ve

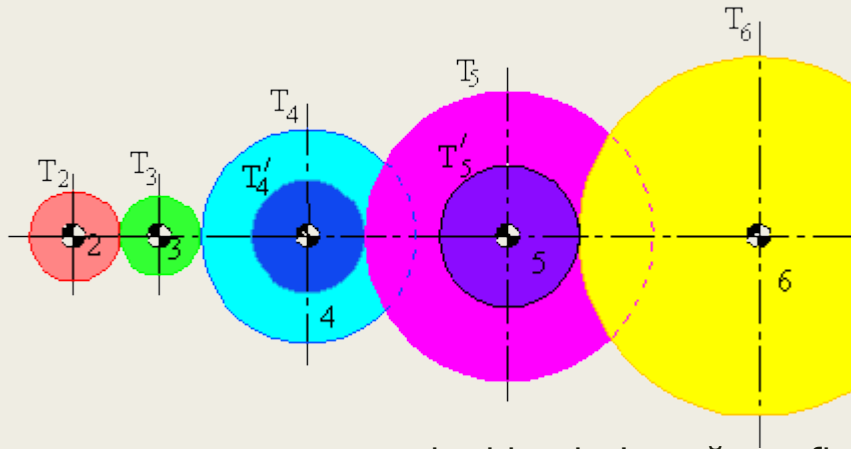
$$R_{24} = R_{23}R_{34} = \frac{n_{13}n_{14}}{n_{12}n_{13}} = \frac{n_{14}}{n_{12}} = \left(-\frac{T_2}{T_3}\right)\left(-\frac{T_3}{T_4}\right) = \frac{T_2}{T_4} \text{ olacaktır.}$$



Denklemden görüldüğü gibi, 3 uzvu üzerinde bulunan diş sayısı hız oranı şiddetini etkilememekte, ancak iki dış dişli olduğundan oran artı olmaktadır. Bu ara dişliler genellikle "**avara dişli**" olarak adlandırılırlar. Öncelikle hız yönünü istenilen yöne değiştirmek için veya aralarında büyük mesafe bulunan iki milin belirli bir hız oranı ile birbirine bağlanması gerektiğinde dişli çapını küçük değerlerde tutmak için kullanılır.

Basit Birleşik Dişli Zincirlerde Hız Oranı

Tüm zincirin hız oranını belirlemek için her bir dişli çift **teker teker** ele alalım



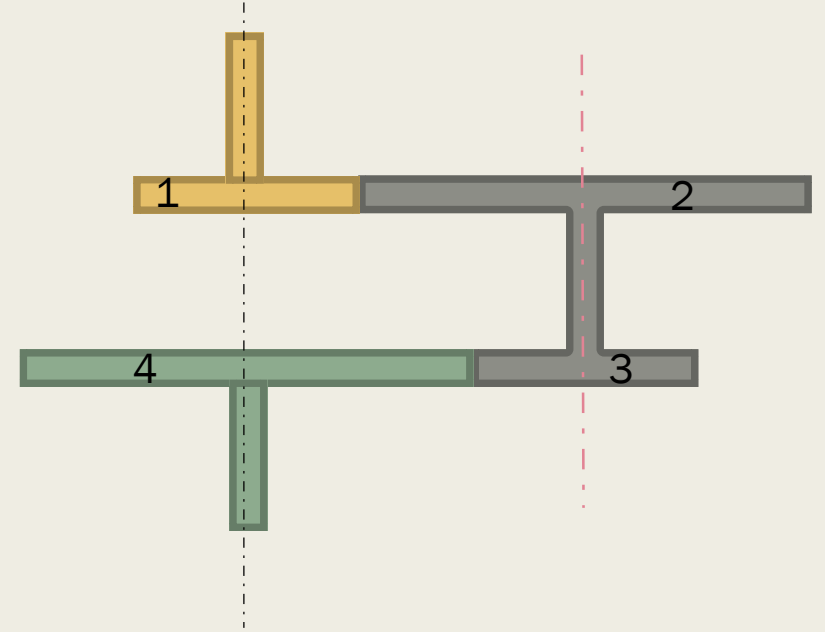
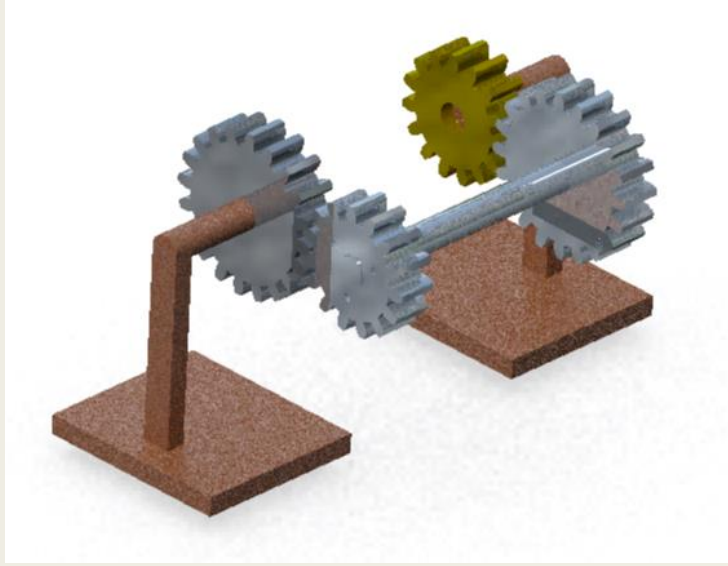
$$R_{23} = \frac{n_{13}}{n_{12}} = -\frac{T_2}{T_3}$$
$$R_{34} = \frac{n_{14}}{n_{13}} = -\frac{T_3}{T_4}$$
$$R_{45} = \frac{n_{15}}{n_{14}} = -\frac{T_4}{T_5}$$
$$R_{56} = \frac{n_{16}}{n_{15}} = -\frac{T_5}{T_6}$$

denklemlerin sağ taraflarını birbirleriyle ve sol taraflarını yine birbirleriyle çarparsak R_{26} 'ya yani giriş dişlisi ile çıkış dişlisi arasındaki dişli oranına ulaşırız.

$$R_{26} = R_{23}R_{34}R_{45}R_{56} = \frac{n_{13}}{n_{12}} \frac{n_{14}}{n_{13}} \frac{n_{15}}{n_{14}} \frac{n_{16}}{n_{15}} = \frac{n_{16}}{n_{12}} = \left(-\frac{T_2}{T_3}\right) \left(-\frac{T_3}{T_4}\right) \left(-\frac{T_4}{T_5}\right) \left(-\frac{T_5}{T_6}\right)$$
$$R_{26} = \frac{n_{16}}{n_{12}} = \frac{T_2 T_4 T_5}{T_3 T_5 T_6}$$

Dikkat «pay» da bulunan bütün dişli sayıları tahrik eden dişlilerdir; «payda» da bulunan dişli sayıları ise tahrik edilen dişlilere aittir. Örnekte olduğu gibi çift sayıda dış dişli çift olursa girişle çıkış aynı yönde olur. Elde ettiğimiz sonuç genelleştirilirse:

$$R_{ij} = \frac{n_{1j}}{n_{1i}} = (-1)^k \frac{\text{Tahrik Eden Dişlilerin Diş Sayıları Çarpımı}}{\text{Tahrik Edilen Dişlilerin Diş Sayıları Çarpımı}}$$



Birleşik dişli, küçük alanlarda hareketi aktarmak üzere kullanılır, sıklıkla otomotiv alanında görürüz. Giriş ve çıkış hız yönü aynı tarafadır.

Hız oranları:

$$\omega_1 r_1 = \omega_c r_2$$

$$\omega_4 r_4 = \omega_c r_3$$

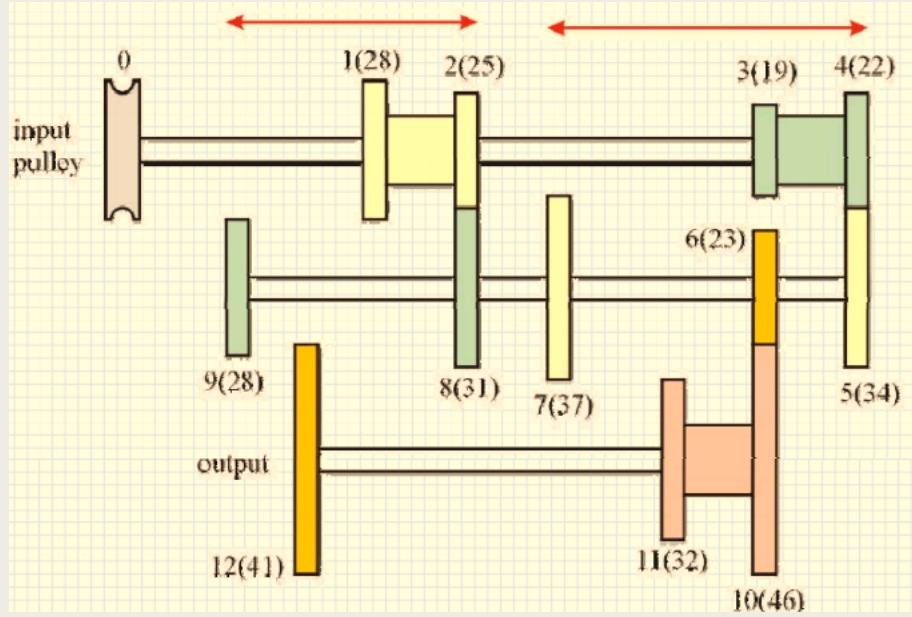
Bu iki hız ifadesini taraf tarafa bölersek;

$$\frac{\omega_1 r_1}{\omega_4 r_4} = \frac{r_2}{r_3} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_4} = \frac{r_2 r_4}{r_1 r_3}$$

Benzer şekilde

$$\frac{\omega_1}{\omega_4} = \frac{T_2 T_4}{T_1 T_3}$$

Örnek: Hız değıştirici dişli kutusu



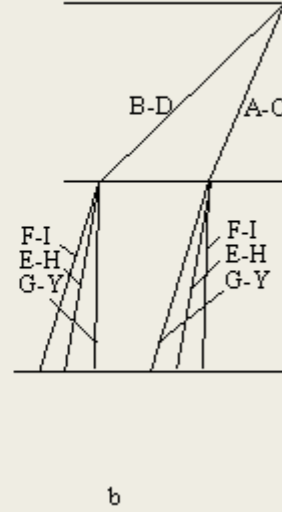
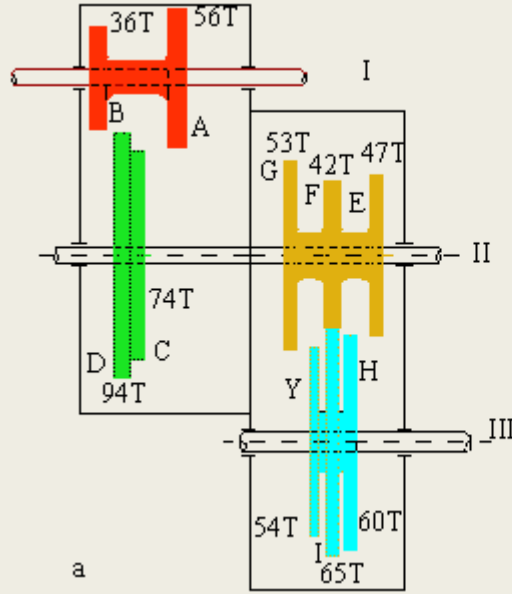
0 (giriş) açisal hızı, açisal hız tüm mil boyunca aynı, 4 ile 5 arasındaki diş sayıları oranı, açisal hızı değıştirir. 5 ile 6'nın açisal hızı, aynı mil üzerindeler aynı; 6 ile 10 arasında açisal hız, diş sayıları ile orantılı olarak değışir. 10'un açisal hızı çıkış hızıdır. 0-4-5-6-10-12

$$\begin{aligned}\omega_{giriş}T_4 &= \omega_{orta}T_5 \\ \omega_{çıkış}T_{10} &= \omega_{orta}T_6 \\ \frac{\omega_{çıkış}}{\omega_{giriş}} &= \frac{T_4T_6}{T_5T_{10}}\end{aligned}$$

Yada direkt formülden

$$\frac{\omega_{çıkış}}{\omega_{giriş}} = (-1)^2 \frac{T_4T_6}{T_5T_{10}} = \frac{22 \cdot 23}{34 \cdot 46} = \frac{11}{34}$$

Örnek: 6 vitesli takım tezgahı dişli kutusu



- I ve II milleri arasında iki değişik hız oranı elde edilir,
- II ve III milleri arasında ise üç değişik hız oranı elde edilir.
- Bu şekilde I ve III mili arasında 6 değişik hız oranı elde edilir.

Dikkat edilir ise, iki mil arasında bulunan ve dişli çifti oluşturan dişlilerin diş sayıları toplamı aynıdır.

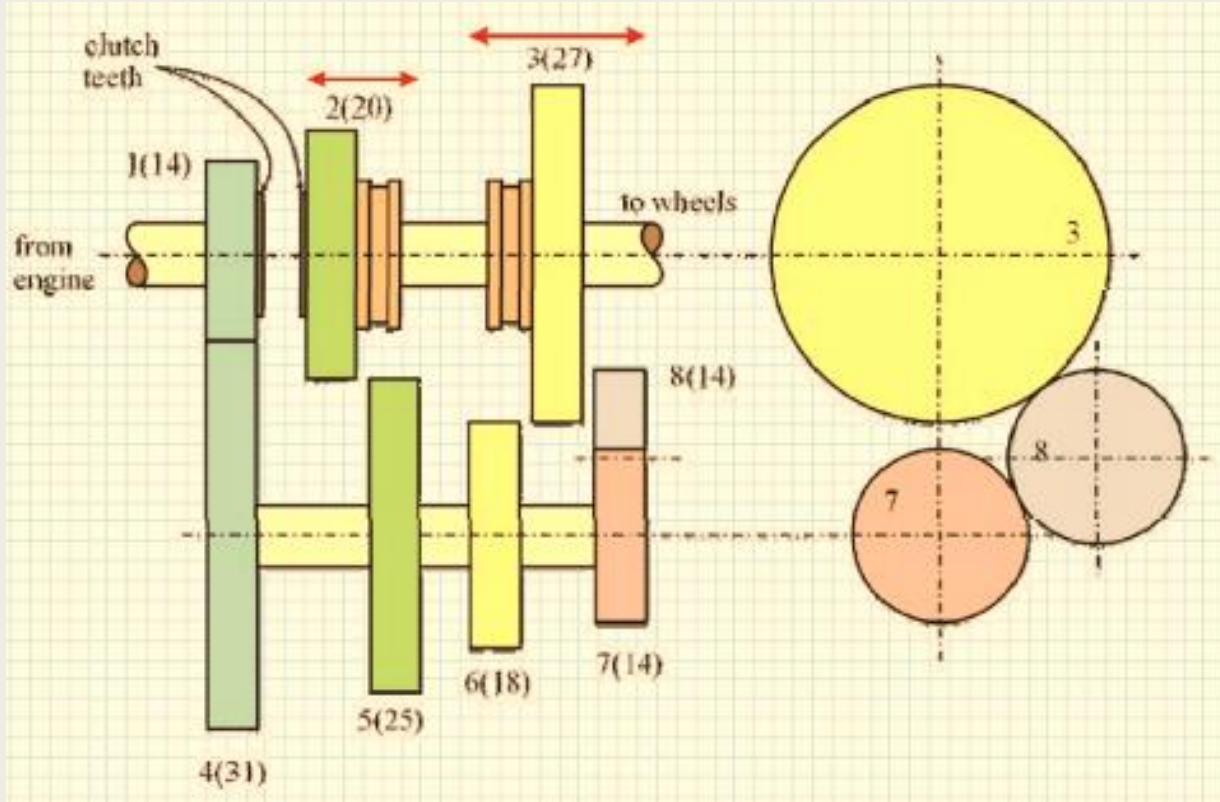
Bu özellik tasarımda önemli sınırlamalar getirir.

Zincirler

A-C-F-I, A-C-E-H, A-C-G-Y, B-D-F-I, B-D-E-H ve B-D-G-Y dir.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	Y
Diş Sayıları	56	36	74	94	47	42	53	60	65	54
İlk Mil	A-C		B-D							
	0,757		0,383							
İkinci Mil					E-H		F-I		G-Y	
					0,783		0,646		0,981	
Dişlilerin Hız Oranları										
A-C-E-H					0,593					
A-C-F-I							0,489			
A-C-G-Y									0,743	
B-D-E-H					0,300					
B-D-F-I							0,247			
B-D-G-Y									0,376	

Örnek: Basit bir otomobil vites kutusu



Birinci Vites; 1-4-6-3 dişlilerini kullanır. Hız oranı;

$$\frac{\omega_{\text{çıkış}}}{\omega_{\text{giriş}}} = (-1)^2 \frac{T_1 T_6}{T_4 T_3} = \frac{14 \cdot 18}{31 \cdot 27} = 0.301$$

İkinci Vites; 1-4-5-2 dişlilerini kullanır. Hız oranı;

$$\frac{\omega_{\text{çıkış}}}{\omega_{\text{giriş}}} = (-1)^2 \frac{T_1 T_5}{T_4 T_2} = \frac{14 \cdot 25}{31 \cdot 20} = 0.564$$

Yüksek hız vitesi; 1-kavrama-2 dişlilerini kullanır. Hız oranı direkt aktarılır;

$$\frac{\omega_{\text{çıkış}}}{\omega_{\text{giriş}}} = 1$$

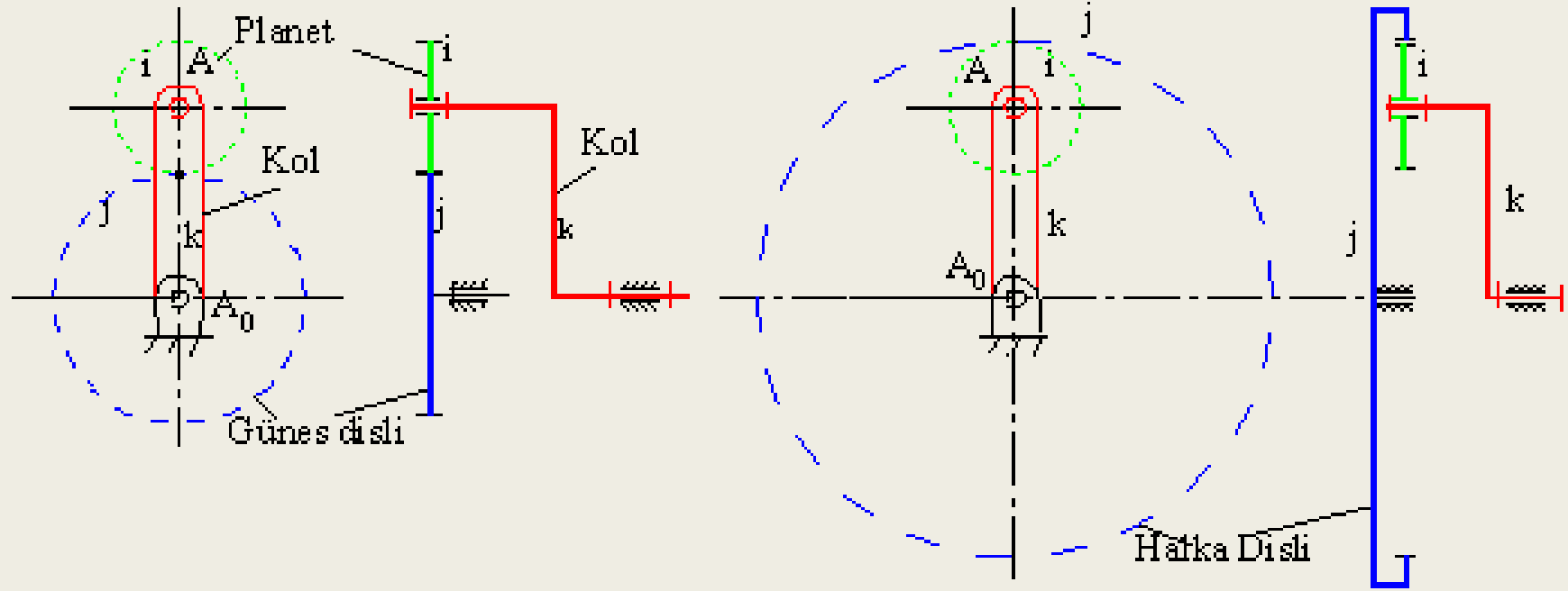
Geri vites: 1-4-7-8-3 dişlilerini kullanır. Hareket yön değiştirir.

$$\frac{\omega_{\text{çıkış}}}{\omega_{\text{giriş}}} = - \frac{14 \cdot 14}{31 \cdot 27} = 0.234$$

PLANET DİŞLİ SİSTEMLERİ

Diğer kinematik elemanlar hareketli bir uzuv ile döner mafsall oluşturuyor ise, elde edilen zincire **planet dişli sistem** denir.

Planet Dişli Sistemleri

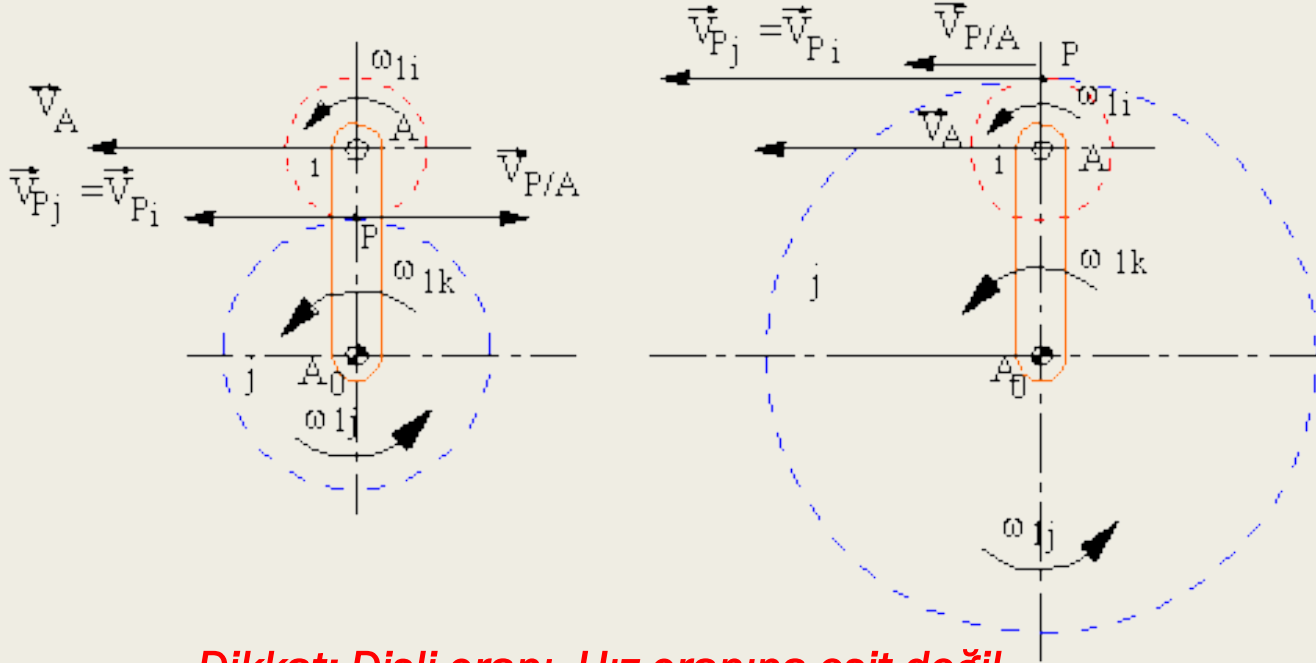


Planet dişli sistemlerinin tek bir dişli çiftten oluşan en basit şekilleri resimlerde gösterilmektedir.

Kol (k uzvu) A_0 dan geçen bir eksen etrafında dönebilmektedir. j uzvu bir döner mafsal ile sabit uzva A_0 noktasından bağlanmıştır. **Planet dişli** olarak adlandırılan i uzvu ise, j uzvu ile dişli çift oluştururken, kola A noktasından bir döner mafsal ile bağlıdır. Sistem bu şekli ile iki serbestlik derecelidir.

j uzvu, i ile dıştan dişli oluşturuyorsa **güneş dişli** adını alır, içten dişli oluşturuyor ise **halka dişli** olarak adlandırılır.

Planet Dişli Sistemlerinde Hız Oranı



Dikkat; Dişli oranı, Hız oranına eşit değil

$$V_{Pi} = V_{Pj} = V_A + V_{P/A}$$

$$V_{Pi} = V_{Pj} = \omega_{1j}r_j$$

$$V_A = \omega_{1k}(r_j \mp r_i)$$

$$V_{P/A} = \pm \omega_{1i}r_i \text{ (dıştan ise (-) ; içten ise (+))}$$

$$V_{Pi} = V_{Pj} = V_A + V_{P/A}$$

$$\omega_{1j}r_j = \omega_{1k}(r_j \mp r_i) \pm \omega_{1i}r_i$$

$$\pm \frac{r_i}{r_j} = \frac{(\omega_{1j} - \omega_{1k})}{(\omega_{1i} - \omega_{1k})}$$

$$\pm \frac{r_i}{r_j} = \pm \frac{d_i}{d_j} = \pm \frac{T_i}{T_j} = R_{ij} \text{ **Dişli Oranı**}$$

Planet dişli sistemlerin hareket analizi için bağıl hareket kavramını hatırlamalıyız.

Planetin hareketi iki hareketin toplamı olarak düşünülebilir.

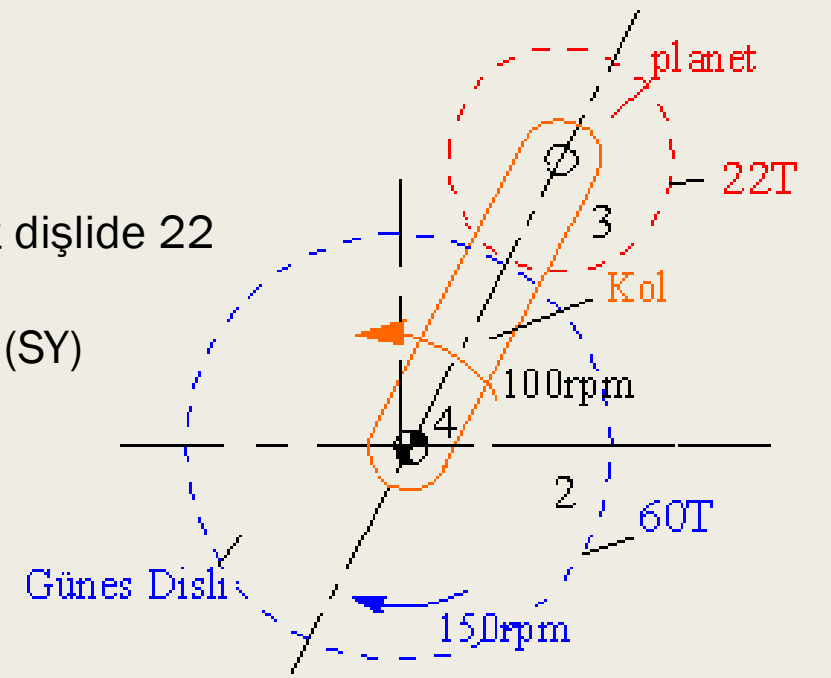
1. planet dişlinin A merkezli dönme hareketi
2. planet dişli üzerinde bulunan A noktasının kol üzerinde hareketidir (A noktası sabit olmadığı için).

Örnekler:

Örnek 1:

Şekilde görülen planet dişli sisteminde güneş dişlide 60 ve planet dişlide 22 diş bulunmaktadır.

Kol 100 dev/dk. hızla (STY) dönüyor. Güneş dişli ise 150 dev/dk. (SY) dönüyor. Planet dişlinin hızını bulunuz.



$$\pm \frac{r_i}{r_j} = \frac{(\omega_{1j} - \omega_{1k})}{(\omega_{1i} - \omega_{1k})}$$
$$-\frac{60}{22} = \frac{(\omega_{13} - 100 \frac{dev}{dak})}{(-150 - 100)}$$
$$\omega_{13} = 250 \frac{60}{22} + 100 = 782 \frac{dev}{dak}$$

Örnekler:

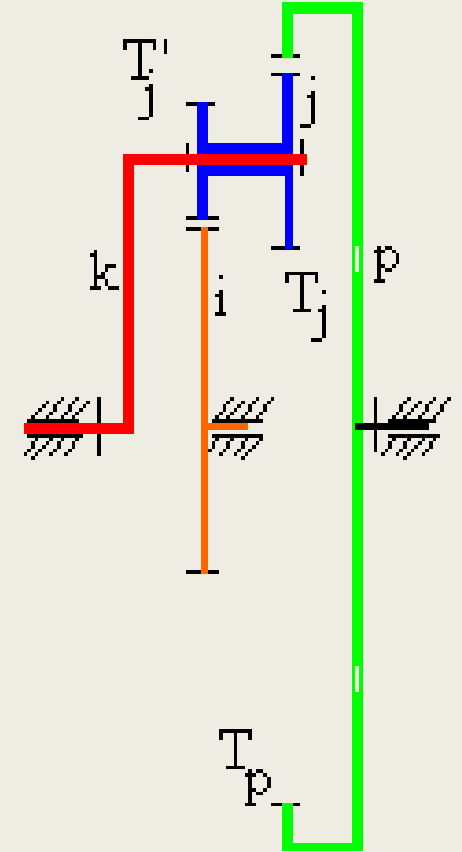
Örnek 2:

Şekilde görülen planet dişli sisteminde güneş dişli ile planet dişli arasındaki dişli oranını bulunuz.

$$R_{ij} = \frac{\omega_{kj}}{\omega_{ki}} = \frac{(\omega_{1j} - \omega_{1k})}{(\omega_{1i} - \omega_{1k})}$$

$$R_{pj} = \frac{\omega_{kj}}{\omega_{kp}} = \frac{(\omega_{1j} - \omega_{1k})}{(\omega_{1p} - \omega_{1k})}$$

$$R_{ip} = \frac{R_{ij}}{R_{pj}} = \frac{(\omega_{1p} - \omega_{1k})}{(\omega_{1i} - \omega_{1k})} = (-1)^k \frac{T_j T_i}{T_j' T_p}$$



Örnekler:

Örnek 3:

Şekilde gösterilen dişli kutusunda giriş mili 3000 dev/dk dönerken çıkış milinin açısal hızını bulunuz.

3 uzvu, sabit bir eksen etrafında dönmediğinden planet dişlidir. 2 uzvuna döner mafsallı ile bağlı olduğundan 2 uzvu koldur. Kolun sabit olduğu varsayılır ise, 5 ile 4 uzvu arasında dişli oranı:

$$R_{45} = (-1)^2 \frac{T_4 T_3}{T_3' T_5} = \frac{(\omega_{15} - \omega_{12})}{(\omega_{14} - \omega_{12})}$$

$$R_{45} = (-1)^2 \frac{38 \cdot 42}{40 \cdot 36} = \frac{(\omega_{15} - \omega_{12})}{(\omega_{14} - \omega_{12})}$$

$$\omega_{15} - \omega_{12} = \frac{133}{120} (\omega_{14} - \omega_{12}) \quad (1)$$

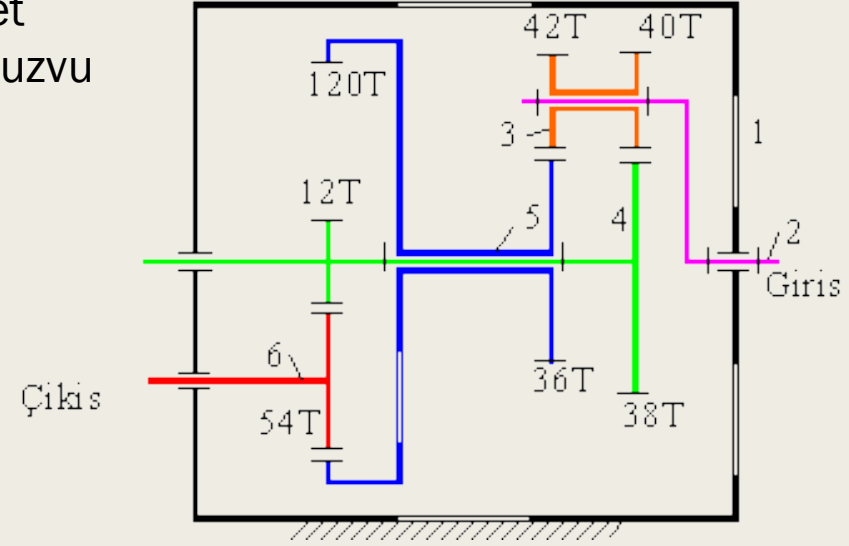
olacaktır. Bu denklemde ω_{12} bilinmekte, ω_{14} ve ω_{15} bilinmemektedir. Dişli kutusunun kalan kısmında bulunan 5,4 ve 6 uzuvları sabit eksen etrafında döndüğünden basit dişli sistemlerini oluşturur. Bu durumda:

$$R_{46} = N_{46} = \frac{\omega_{16}}{\omega_{14}} = -\frac{T_4'}{T_6} \Rightarrow \omega_{14} = -\frac{54}{12} \omega_{16} = -\frac{9}{2} \omega_{16} \quad (2)$$

$$R_{56} = N_{56} = \frac{\omega_{16}}{\omega_{15}} = \frac{T_5'}{T_6} \Rightarrow \omega_{15} = \frac{54}{120} \omega_{16} = \frac{9}{20} \omega_{16} \quad (3)$$

(2) Ve (3), (1)'de yerine yazılır ve ω_{16} için çözüm yapılırsa $\omega_{16} = -\frac{26}{1305} \omega_{12}$ ilişkisi bulunur. $\omega_{12} = 3000 \frac{\text{dev}}{\text{dk}}$.

Verildiğine göre $\omega_{16} = -59.8 \frac{\text{dev}}{\text{dk}}$ olarak bulunur.



Örnekler:

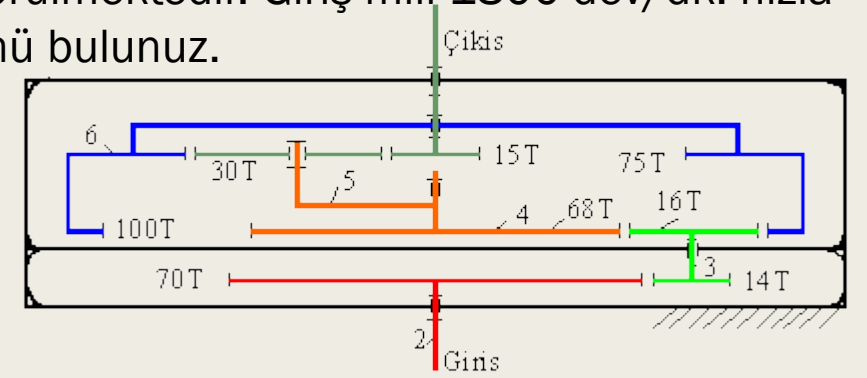
Örnek 4:

Yüksek hız elde etmek için tasarlanmış bir dişli kutusu Şekilde görülmektedir. Giriş mili 1800 dev/dk. hızla dönmektedir. Çıkış milinin hızını ve giriş miline göre dönme yönünü bulunuz.

Dişli kutusunun ilk kısmında (2, 3, 4 ve 6 uzuvları) dişlilerin sabit eksenleri bulunmaktadır. Öyle ise:

$$R_{24} = (-1)^2 \frac{T_2 T'_3}{T_3 T_4} = \frac{70 \cdot 16}{14 \cdot 68} = \frac{\omega_{14}}{\omega_{12}} \Rightarrow \omega_{14} = \frac{20}{17} \omega_{12}$$

$$R_{26} = (-1)^1 \frac{T_2 T'_3}{T_3 T_6} = \frac{70 \cdot 16}{14 \cdot 100} = \frac{\omega_{16}}{\omega_{12}} \Rightarrow \omega_{16} = -\frac{4}{5} \omega_{12}$$



Dişli kutusunun üst kısmında 5 uzvunun sabit bir akseni olmadığına göre bu uzuv bir planet dişlidir. 4 uzvu planet dişliye döner mafsallarla bağlı olduğuna göre koldur. Bu durumda:

$$R_{67} = (-1)^1 \frac{T'_6}{T_7} = -\frac{75}{15} = -5 = \frac{(\omega_{17} - \omega_{14})}{(\omega_{16} - \omega_{14})}$$

yazılabilir. ω_{17} için çözüm yapıldığında:

$$-5\omega_{16} + 5\omega_{14} = \omega_{17} - \omega_{14}$$

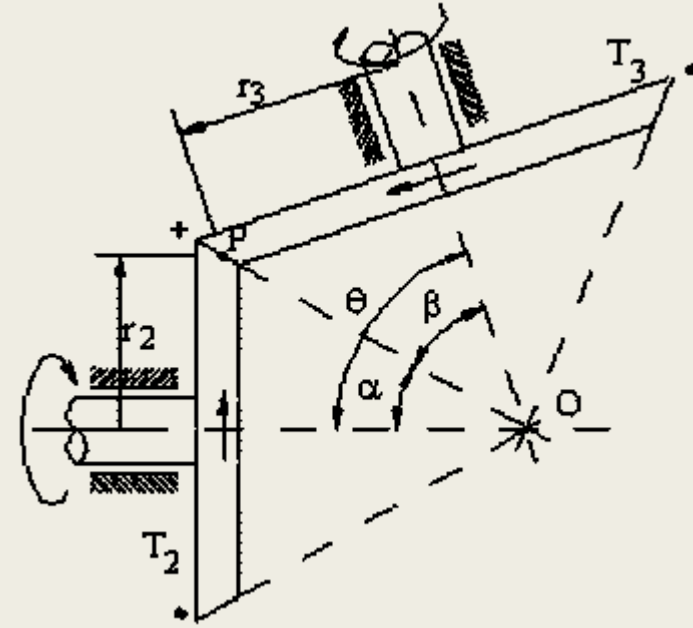
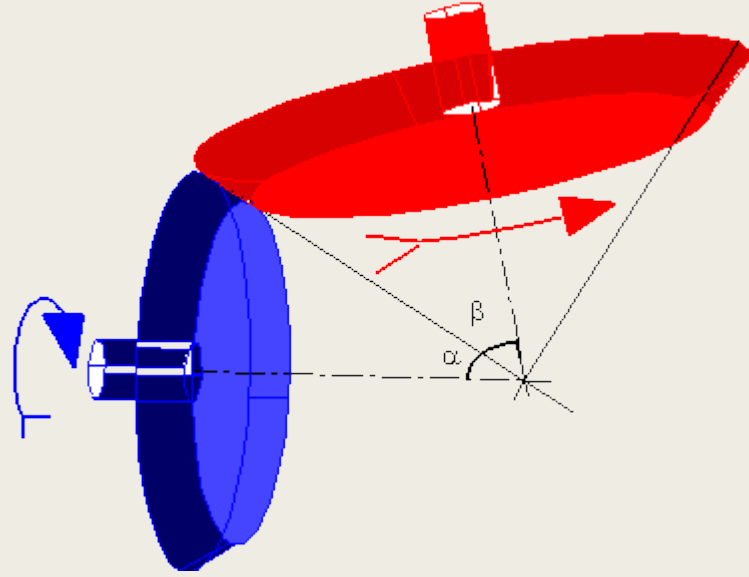
$$6\omega_{14} - 5\omega_{16} = \omega_{17}$$

$$\left(\frac{120}{17} + 4\right) \omega_{12} = \omega_{17} = 19906 \frac{dev}{dak} \cdot 6 \frac{20}{17} \omega_{12} - 5 \left(-\frac{4}{5} \omega_{12}\right) = \omega_{17}$$

KONIK DIŐLI KULLANAN DIŐLI KUTULARI

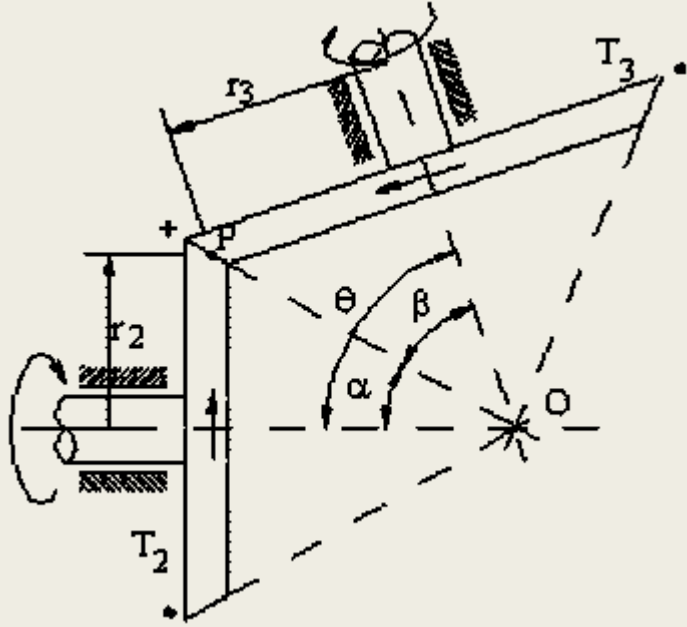
Hareket iletimi paralel olmayan miller arasında yapılıyorsa, genellikle konik dişliler kullanılır.

Konik Dişli Kullanan Dişli Kutuları



- Kinematik açıdan konik dişliler birbiri üzerinde yuvarlanan iki koniğe eşdeğerdir.
- Konik dişliler basit veya planet dişli sistemlerde kullanılabilirler.
- Kinematik analizleri, iki fark dışında düz dişliler ile oluşturulan dişli sistemlerle aynıdır.
 1. Ekseni sabit olmayan planet dişlilerin açısal hızları bu dersin kapsamı dışındadır.
 2. Düz dişlilerde kullanılan açısal yön belirleme yöntemi konik dişliler için uygulanamaz.

Konik Dişli Kullanan Dişli Kutularında Hız Belirleme



Şekilde birbirleri ile dişli çift oluşturan iki konik dişli görülmektedir. Eksenler arasında açı θ dır. P noktasında sadece yuvarlanma olduğundan, iki uzuv üzerinde hızlar eşit olacaktır:

$$\theta = \alpha + \beta$$

ve

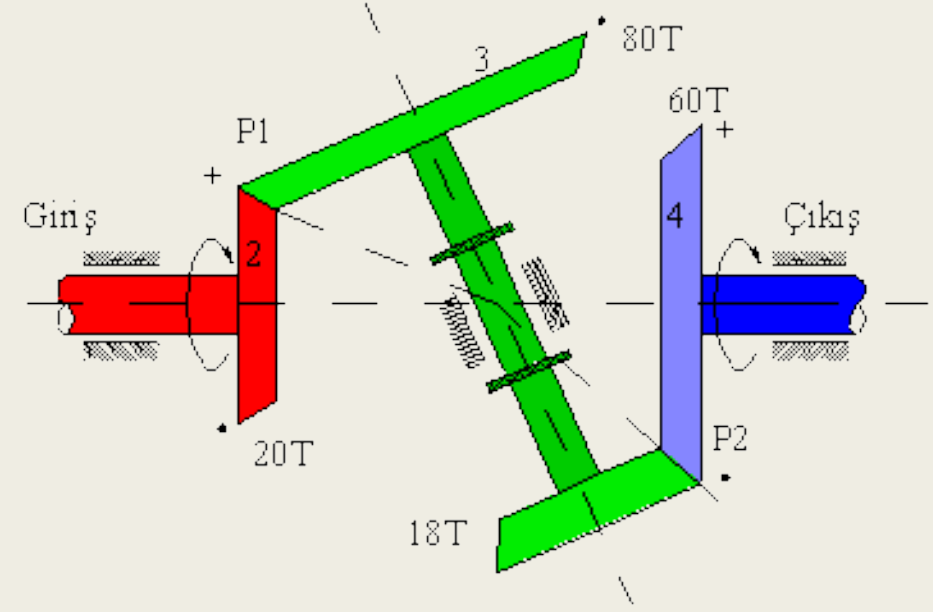
$$\frac{\omega_{13}}{\omega_{12}} = \frac{r_2}{r_3} = \frac{T_2}{T_3} = \frac{(r_2/OP)}{(r_3/OP)} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = R_{23}$$

Örnekler:

Örnek 1:

Şekilde gösterilen birleşik basit dişli zincirinde 4 uzvunun 2 uzvuna göre açısal hız oranını ($R_{24} = N_{24}$) bulunuz.

$$R_{24} = \frac{T_2 T'_3}{T_3 T_4} = \frac{20 \cdot 18}{80 \cdot 60} = \frac{\omega_{14}}{\omega_{12}} = \frac{3}{20}$$



Örnekler:

Örnek 2:

Şekilde gösterilen dişli sisteminde 2 ve 4 uzuvları arasında açısal hız oranlarını bulunuz.

$$R_{12} = -\frac{T_1 T_3}{T_3 T_2} = \frac{76 \cdot 56}{56 \cdot 20} = -\frac{19}{5} = \frac{\omega_{12} - \omega_{15}}{\omega_{11} - \omega_{15}}$$

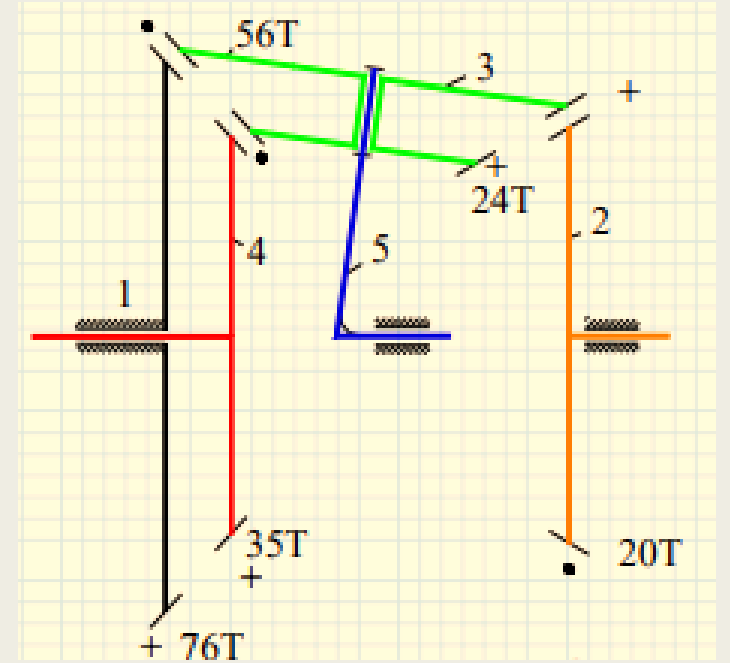
$\omega_{11} = 0$ olduğundan ω_{15} için:

$$\omega_{12} = \left(1 + \frac{19}{5}\right) \omega_{15} \rightarrow \omega_{15} = \frac{5}{24} \omega_{12}$$

olur.

$$R_{14} = \frac{T_1 T'_3}{T_3 T_4} = \frac{76 \cdot 24}{56 \cdot 35} = \frac{228}{245} = \frac{\omega_{14} - \omega_{15}}{\omega_{11} - \omega_{15}}$$
$$\left(1 - \frac{228}{245}\right) \omega_{15} = \omega_{14}$$

$$\left(\frac{17}{245}\right) \frac{5}{24} \omega_{12} = \omega_{14} \Rightarrow \frac{\omega_{14}}{\omega_{12}} = 0.0145 = N_{24}$$



Örnekler:

Örnek 3:

Şekilde gösterilen dişli sistemde çıkıştaki açısal hızı bulunuz.

2 ile 3 ve 2 ile 4 arasındaki hareket basit dişli sistemdir (sabit eksen nedeniyle)

$$\omega_{14} = \frac{50}{20} \omega_{12}; \quad \omega_{13} = \frac{50}{20} \omega_{12}$$

3 ve 4 uzvu farklı yönlerde dönerler

$$\omega_{13} = -\omega_{14} = 2.5\omega_{12}$$

3, 4, 5 ve 6 uzvları düşünüldüğünde 6 planet dişli ve 5 ise koldur (çıkış).

$$\frac{\omega_{13} - \omega_{15}}{\omega_{14} - \omega_{15}} = \frac{T_4 T_6'}{T_6 T_3} = \frac{90 \cdot 28}{30 \cdot 92}$$

$$\frac{2.5\omega_{12} - \omega_{15}}{-2.5\omega_{12} - \omega_{15}} = \frac{90 \cdot 28}{30 \cdot 92}$$

$$\frac{-2.5\omega_{12} - \omega_{15}}{2.5\omega_{12} - \omega_{15}} = \frac{21}{23}$$

$$\frac{-2.5\omega_{12} - \omega_{15}}{2.5\omega_{12} - \omega_{15}} = \frac{21}{23}$$

$$2.5\omega_{12} \left(1 + \frac{21}{23}\right) = \left(1 - \frac{21}{23}\right) \omega_{15}$$

$$2.5\omega_{12} \left(\frac{44}{23}\right) = \left(\frac{2}{23}\right) \omega_{15} \Rightarrow \omega_{15} = 55\omega_{12}$$

