

ANI DÖNME MERKEZİ

Öğretim Üyesi: Yrd. Doç. Dr. Nurdan Bilgin

Ders Kitabı: Mekanizma Tekniđi, Prof. Dr. Eres Söylemez

http://www.makted.org.tr/ders_notlari.html

Sunum Prof. Dr. Eres Söylemez'in izniyle yukarıda linki verilen notlardan derlenmiştir. Daha geniş bilgi ve animasyonlar için ilgili sayfayı ziyaret etmeniz önerilmektedir.

Giriş

- Önceki bölümlerde, analitik yöntemle hız ve ivme analizlerini yapmayı öğrendik.
- Şimdi, sadece hız analizi için geçerli olan bir başka yöntemi ani dönme merkezi ile hız analizi konusunu tartışacağız.
 - *Öncelikle bu konunun teorik-geometrik arka planını*
 - *Ani dönme merkezlerinin bulunmasını*
 - *Ani dönme merkezi ile hız analizi*
- Mekanik Avantaj Kavramı
- Eşdeğer Mekanizmalar Kavramı

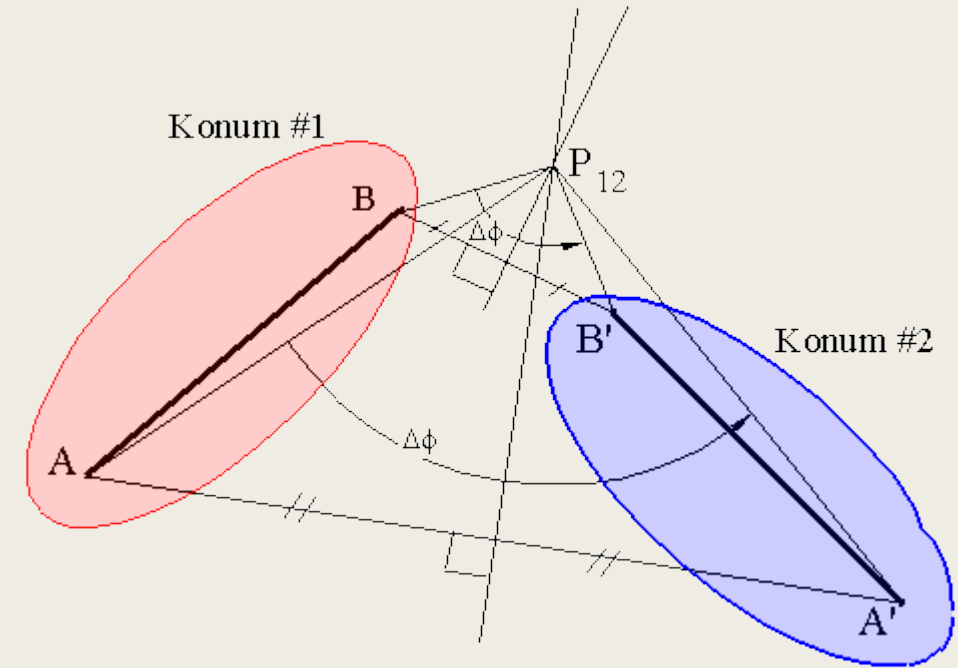
TEORİK GEOMETRİK ARKA PLAN

Chasles Teoremi (Şal teoremi olarak okunur)



Saf dönme ve saf ötelenmenin dışında, sınırlı büyüklükler için genel düzlemsel hareket bir dönme merkezi etrafında dönme olarak tanımlanabilmektedir.

Chasles Teoremi: Düzlemsel harekette bir cismin bir konumdan diğer sonlu uzaklıkta bir konuma hareketi en basit bir şekilde P_{12} dönme polü etrafında bir dönme hareketi ile gerçekleştirilebilir. Dönme polü, P_{12} , cisim üzerinde alınan iki noktanın iki konumda buldukları konumların orta dikmelerinin kesiştiği noktadır.



ANI DÖNME MERKEZLERİNİN BULUNMASI

Aranhold-Kennedy Teoremi



Ani Dönme Merkezi

- Her düzlemsel hareket için, incelenildiği anda geçerli olmak üzere, bir ani dönme merkezi bulunur. Bu nokta hareketli düzlemde o an için sıfır hıza sahip tek noktadır.
- Cisim üzerinde bulunan her hangi bir noktanın hızının şiddeti o noktanın ani dönme merkezinden uzaklığının cismin açısal hızı ile çarpımıdır. Noktanın hızı noktayı ani dönme polüne bağlayan doğruya dik olup açısal hıza göredir.

$$v = r \times \omega$$

- Hız analizi açısından her türlü düzlemsel hareket anlık olarak ani dönme merkezi etrafında dönme olarak düşünülebilir.

Mekanizmalarda Ani Dönme Merkezi

- Bir rijit cisim sabit bir eksen etrafında dönüyor ise **sürekli dönme merkezi** olarak adlandırılır.
- Cisim öteleme yapıyor ise, ani dönme merkezi öteleme eksenine **dik yönde sonsuzdadır.**
- Düzlemsel hareket yapan iki farklı cisim üzerinde bulunan birbirlerine göre bağıl hızları sıfır olan anlık çakışan iki nokta **ani dönme merkezidir.**

Mekanizmalarda Ani Dönme Merkezi Sayısı

- L uzuv sayısını göstermek üzere, her iki uzuv arasında bir dönme merkezi olacağına göre ani dönme merkezi sayısı şu şekilde hesaplanır.

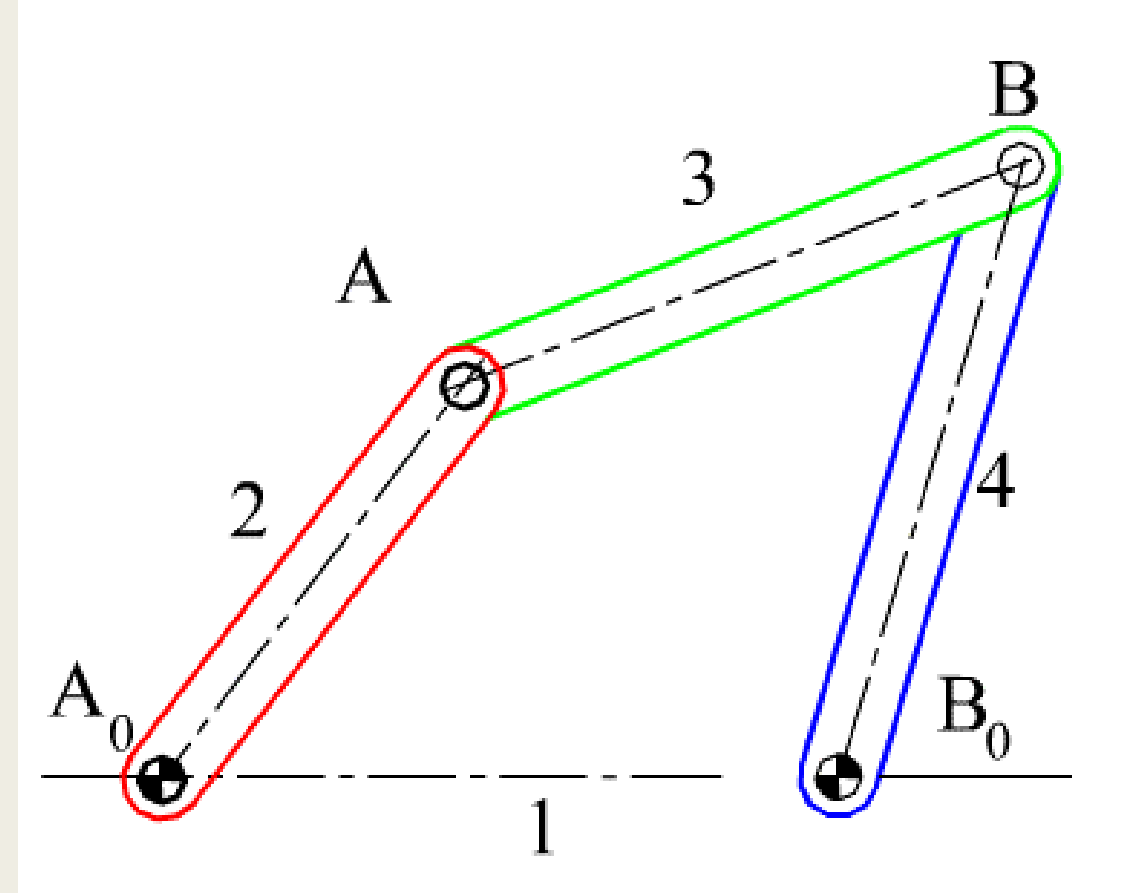
$$N = \frac{l(l - 1)}{2}$$

- Mekanizmalarda ani dönme merkezi i ve j numaralı iki uzuv arasında olduğundan ani dönme merkezi I_{ij} biçiminde gösterilir.

Örnek: Şekilde gösterilen dört çubuk mekanizmasının ani dönme merkezlerini bulalım.

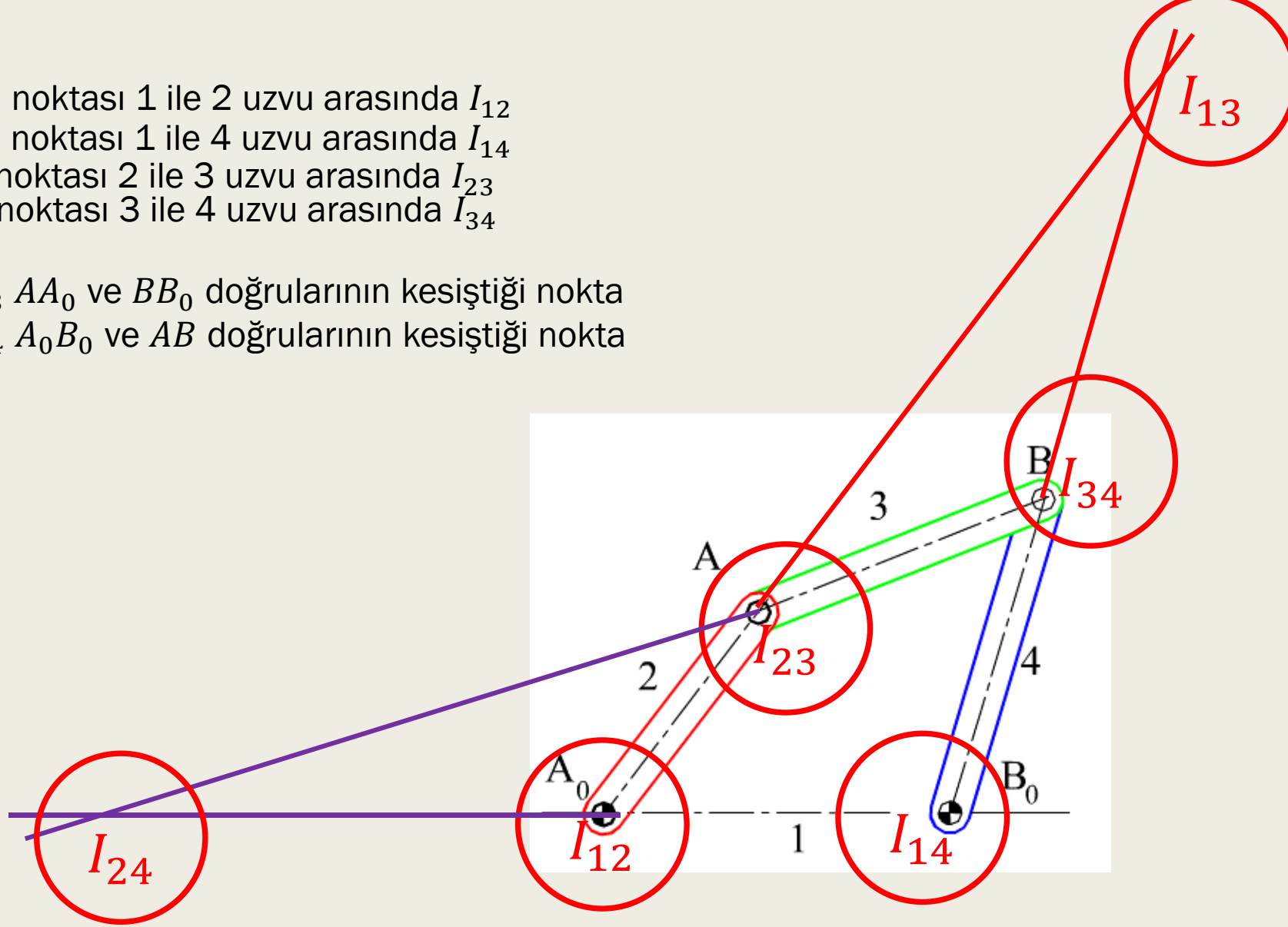
Ani dönme merkezi sayısı:

$$N = \frac{l(l-1)}{2} = \frac{4(4-1)}{2} = 6$$



A_0 noktası 1 ile 2 uzvu arasında I_{12}
 B_0 noktası 1 ile 4 uzvu arasında I_{14}
 A noktası 2 ile 3 uzvu arasında I_{23}
 B noktası 3 ile 4 uzvu arasında I_{34}

I_{13} AA_0 ve BB_0 doğrularının kesiştiği nokta
 I_{24} A_0B_0 ve AB doğrularının kesiştiği nokta



Aranhold-Kennedy Teoremi: Düzlemsel hareket halinde üç cismin birbirine göre dönme merkezleri bir doğru üzerindedir.

Dikkat:

$I_{12}I_{23}I_{13}$ (Kırmızı çizgi),

$I_{14}I_{34}I_{13}$ (Yeşil çizgi),

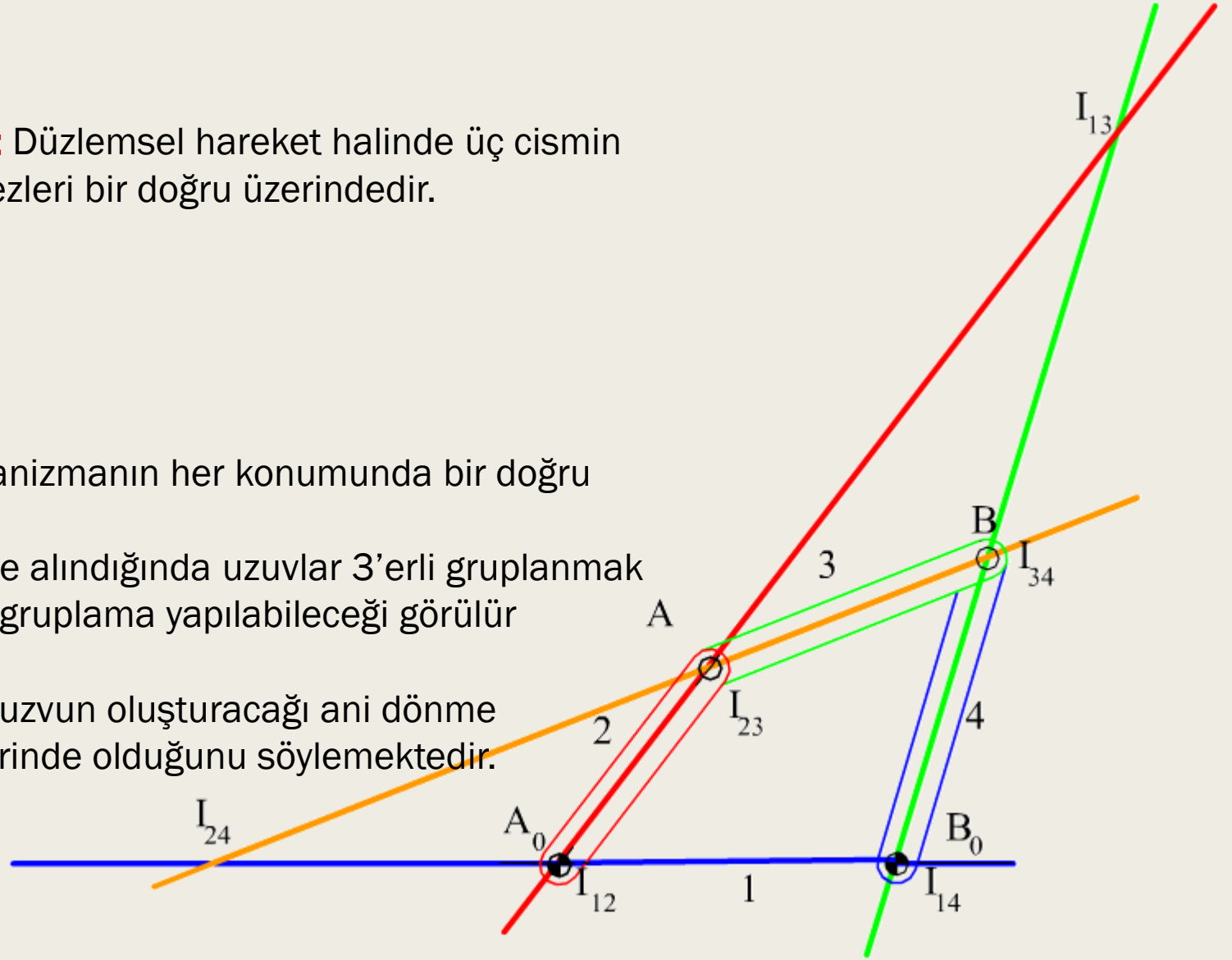
$I_{24}I_{12}I_{14}$ (Mavi çizgi),

$I_{24}I_{23}I_{34}$ (Sarı çizgi)

Ani dönme merkezleri mekanizmanın her konumunda bir doğru üzerindedir.

Dört çubuk mekanizması ele alındığında uzuvlar 3'erli gruplanmak istendiğinde 4 değişik üçlü gruplama yapılabileceği görülür (1-2-3; 1-2-4; 1-3-4; 2-3-4).

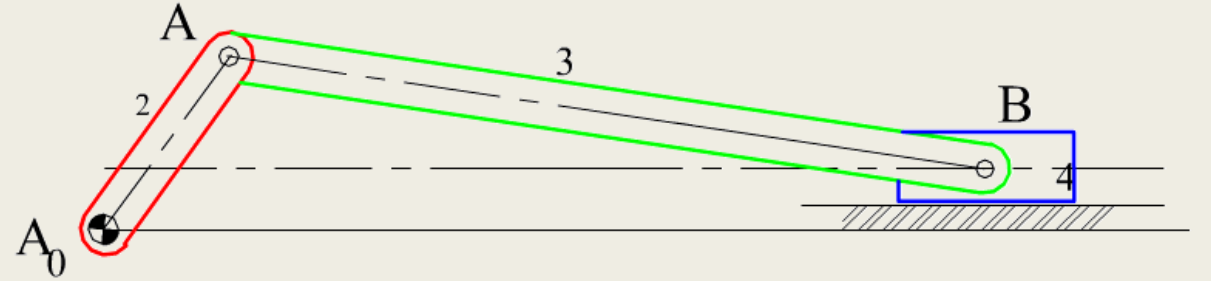
Teorem her bir grup için üç uzvun oluşturacağı ani dönme merkezlerinin bir doğru üzerinde olduğunu söylemektedir.



Örnek: Şekilde gösterilen krank-biyel mekanizmasının ani dönme merkezlerini bulalım.

Ani dönme merkezi sayısı:

$$N = \frac{l(l-1)}{2} = \frac{4(4-1)}{2} = 6$$



A_0 noktası 1 ile 2 uzvu arasında I_{12}

A noktası 2 ile 3 uzvu arasında I_{23}

B noktası 3 ile 4 uzvu arasında I_{34}

4 uzvu öteleme yaptığı için I_{14} öteleme eksenine dik ve sonsuzdur.

I_{13} 'ü bulmak için 1, 2 ve 3 uzuvlarını ele alıp, I_{12} , I_{23} ve I_{13} 'ün aynı doğru üzerinde olacağı bilgisini kullanalım.

Aynı zamanda 1, 4 ve 3 uzuvlarını ele alıp, I_{34} , I_{14} ve I_{13} 'ün aynı doğru üzerinde olacağını hesap edelim.

I_{13} bu iki doğrunun kesişim noktasındadır.

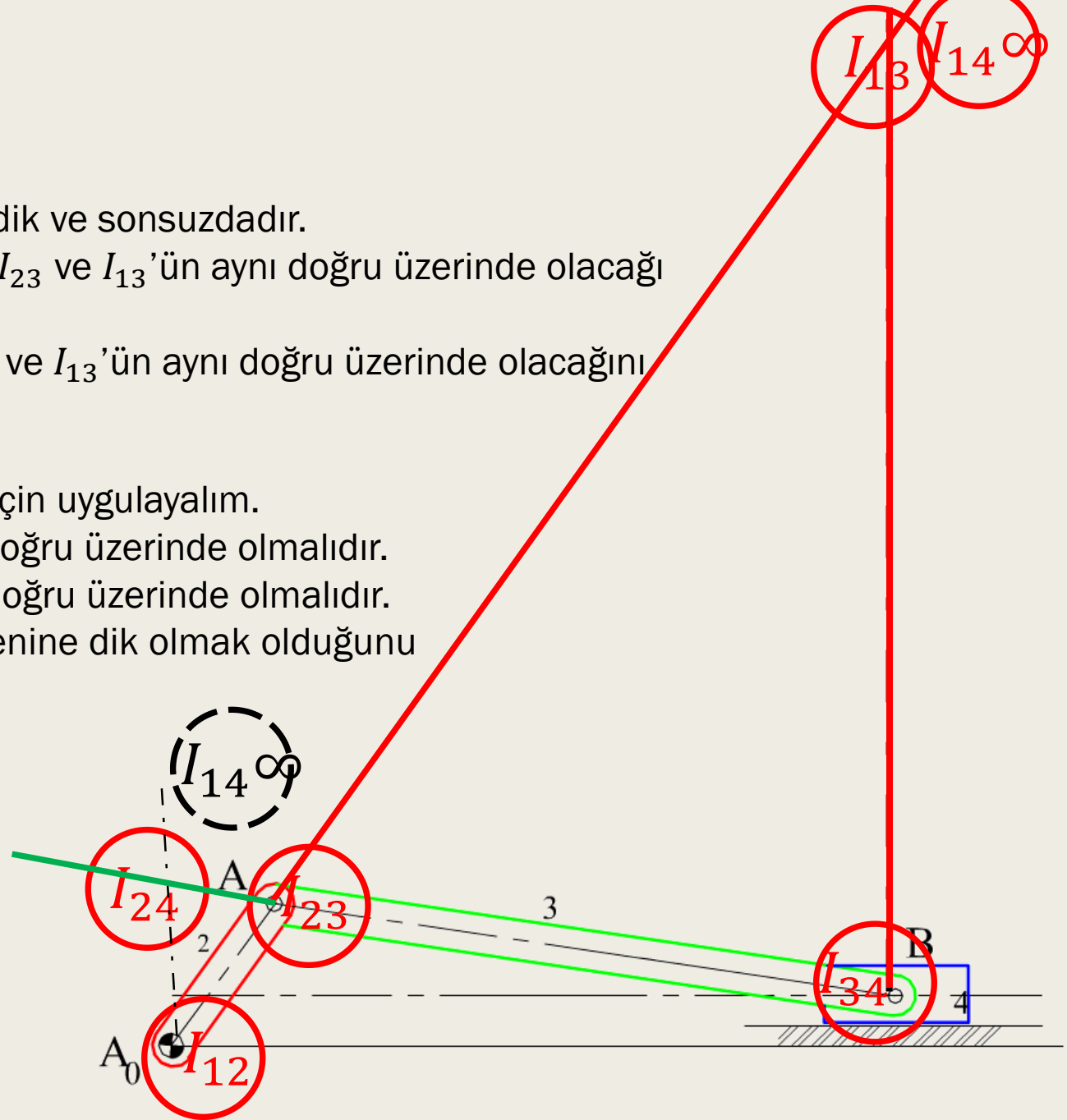
Aynı prosedürü I_{24} ani dönme merkezini bulmak için uygulayalım.

1-2-4 uzuvları ele alındığında I_{12} , I_{24} ve I_{14} aynı doğru üzerinde olmalıdır.

2-3-4 uzuvları ele alındığında I_{23} , I_{24} ve I_{34} aynı doğru üzerinde olmalıdır.

I_{14} sonsuzda olduğu ve tek koşulun öteleme eksenine dik olduğunu hatırlayalım.

Böylelikle I_{24} 'de bulunmuş olur.



Bir farklı örnek olarak da şekildeki kam mekanizmasını ele alalım.

I_{12} ve I_{13} ani dönme merkezleri döner mafsall merkezlerindedir.

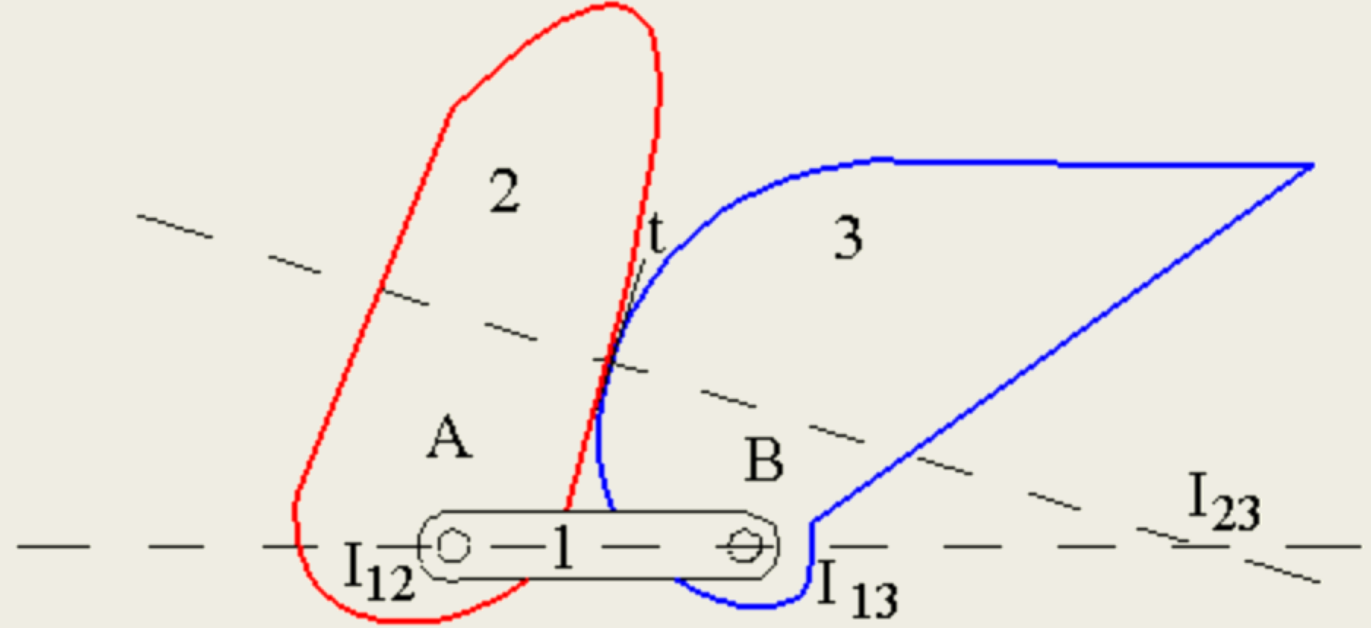
I_{23} ani dönme merkezi Aranhold-Kennedy teoremine göre I_{12} I_{13} doğrusunun üzerinde olması gereklidir.

Bir başka doğru ise 3 uzvunun 2 uzvuna göre hareketi incelendiğinde bu bağıl hareketin dönme merkezi mutlaka temas noktasında temas eden eğrilerin ortak teğetine dik olması şartından elde edilecektir.

Öyle ise **I_{23} ani dönme merkezi**

I_{12} I_{13} doğrusu ile temas

yüzeyine dik doğrunun kesim noktasıdır.



ANI DÖNME MERKEZLERİ İLE MEKANİZMALARDA HIZ ANALİZİ

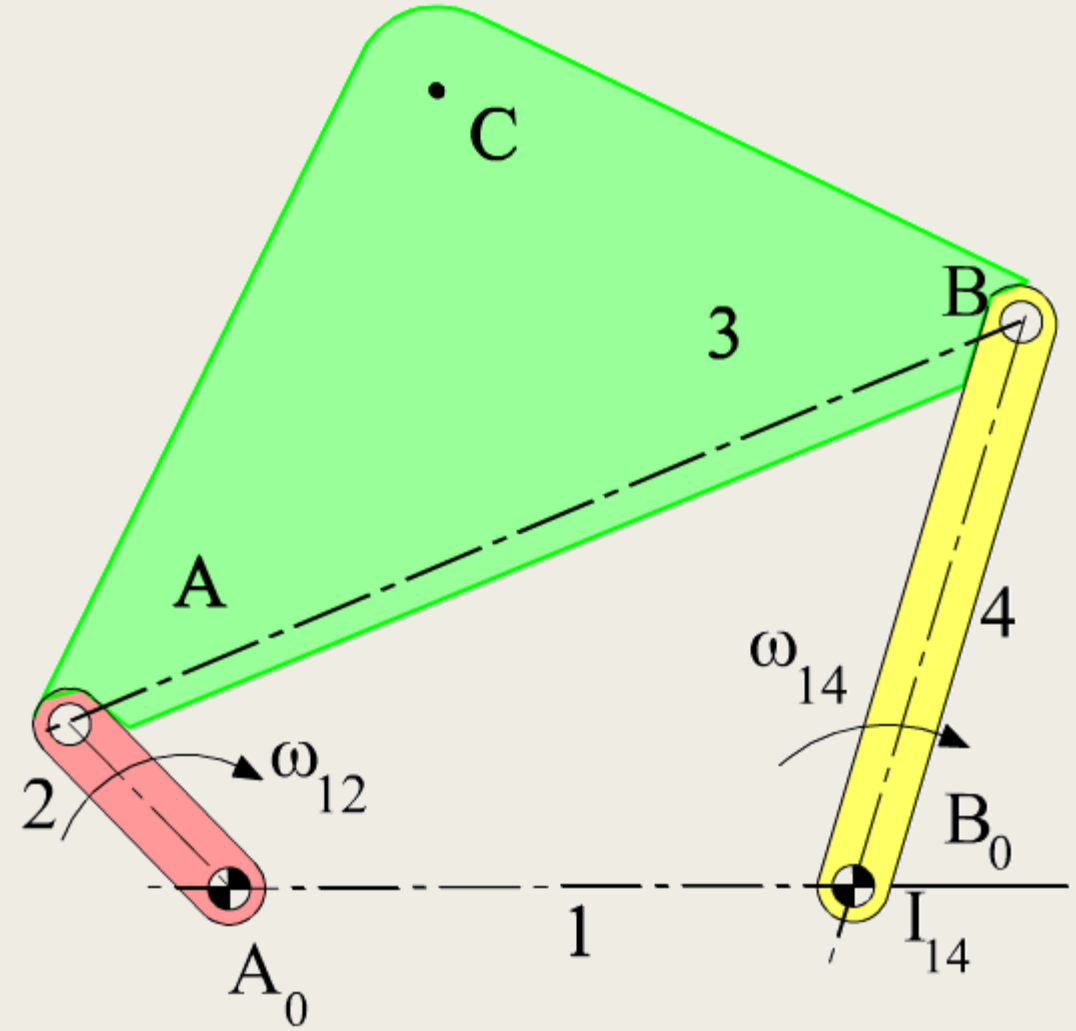


Giriş

- Mekanizmalarda ani dönme merkezlerinin bulunmasını öğrendik
- Ayrıca düzlemsel hareket yapan cisimlerde I_{ij} ani dönme merkezinin i ve j uzuvlarında anlık çakışan iki nokta oldukları ve bu iki çakışan nokta arasında o an için bağıl hızın sıfır olacağını belirledik.
- Burada bu kavramlar kullanılarak **mekanizmalarda hız analizi** yapılacaktır.

Şekilde gösterilen dört çubuk mekanizmasının hız analizini ani dönme merkezlerini kullanarak yapalım.

ω_{12} açısai hızı verildiğinde, ω_{14} açısai hızını bulalım.

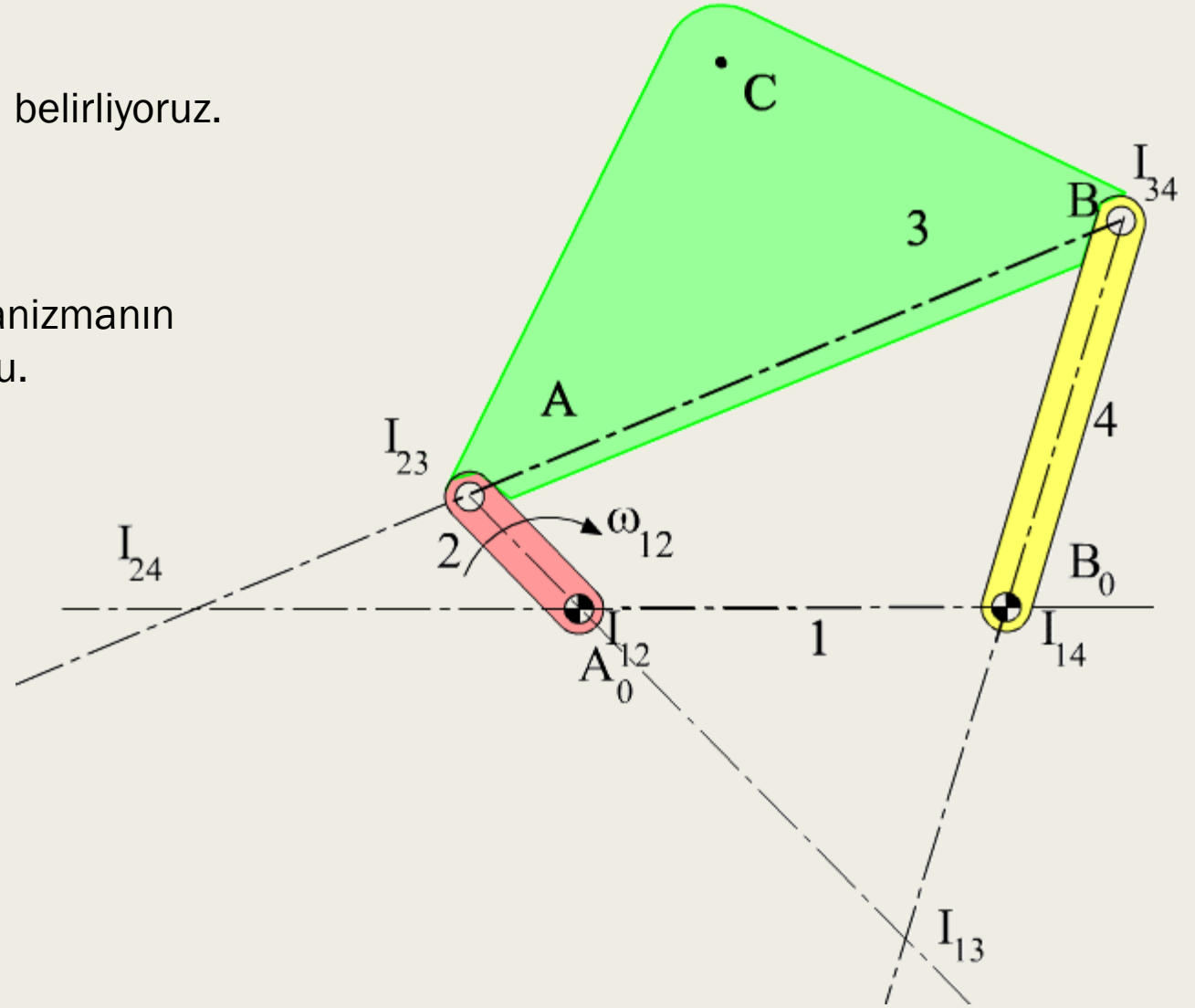


Önce mekanizmanın ani dönme merkezlerini belirliyoruz.

Ani dönme merkezi sayısı:

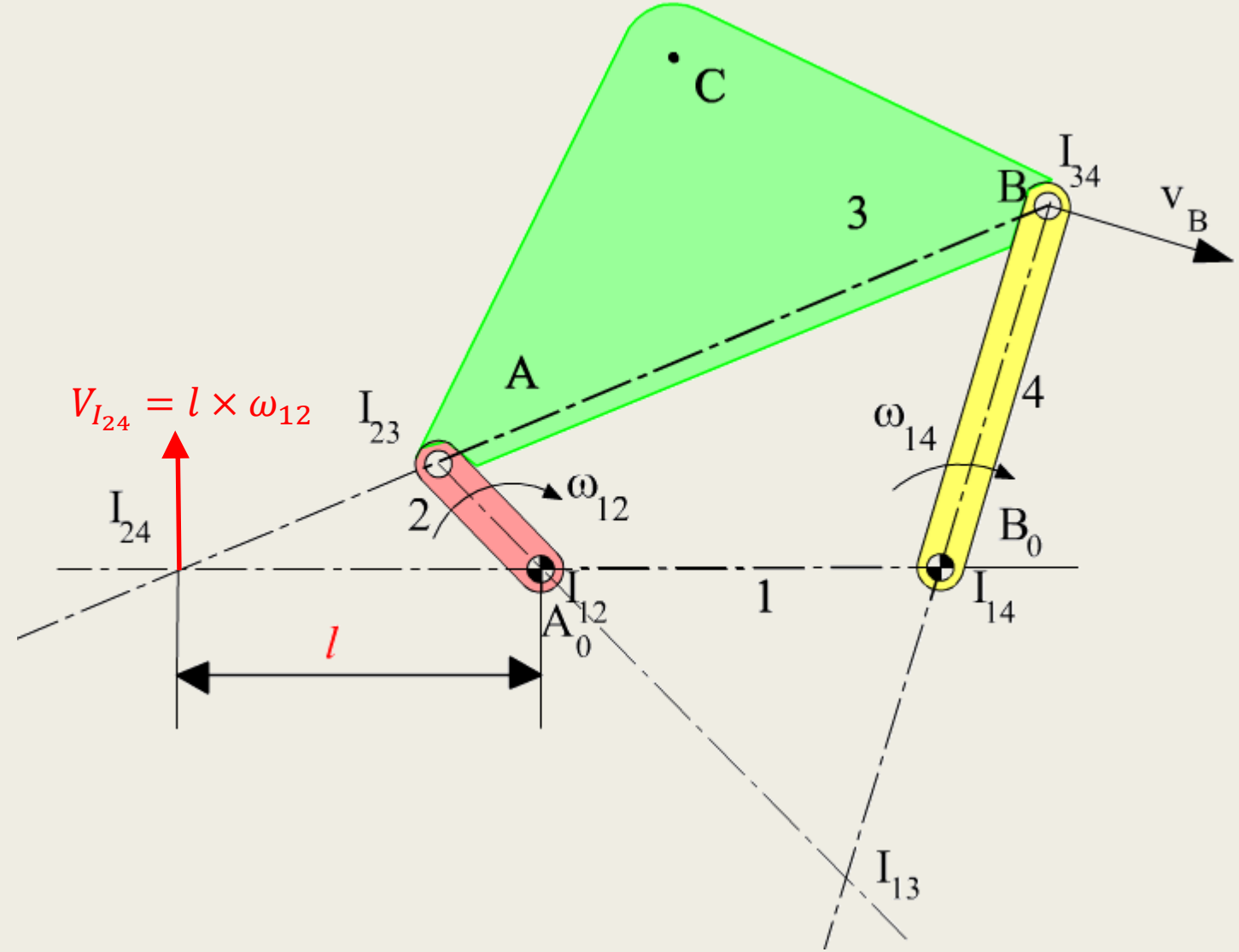
$$N = \frac{l(l-1)}{2} = \frac{4(4-1)}{2} = 6$$

Dördü döner mafsal eksenlerinde, ikisi mekanizmanın dışında toplam 6 ani dönme merkezi bulundu.



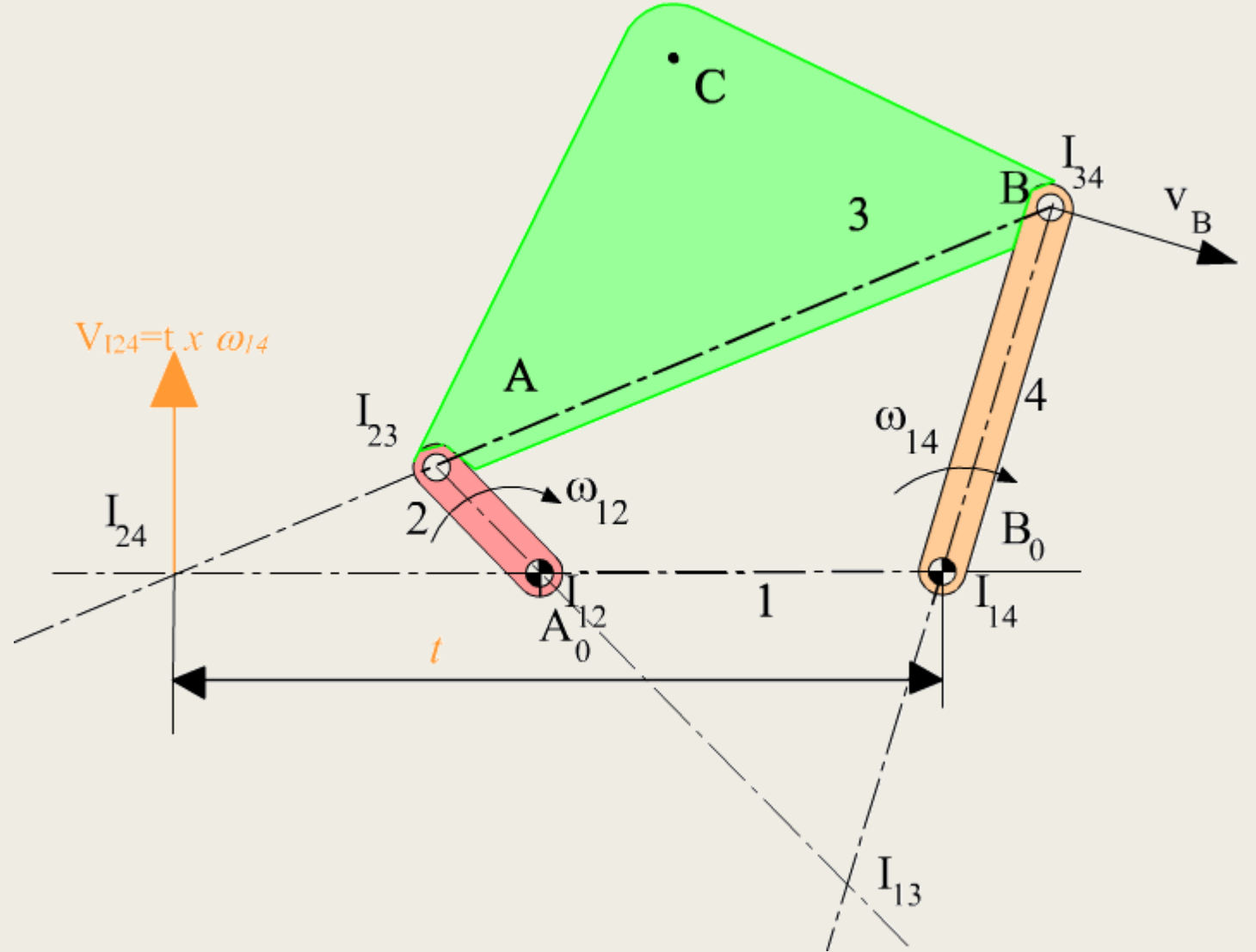
2 uzvu üzerinde I_{24} noktasını ele alalım.
Bu noktanın hızı:

$$V_{I_{24}} = \omega_{12} * |I_{12}I_{24}|$$



4 uzvu üzerinde I_{24} noktasını ele alalım.
Bu noktanın hızı:

$$V_{I_{24}} = \omega_{14} * |I_{14}I_{24}|$$



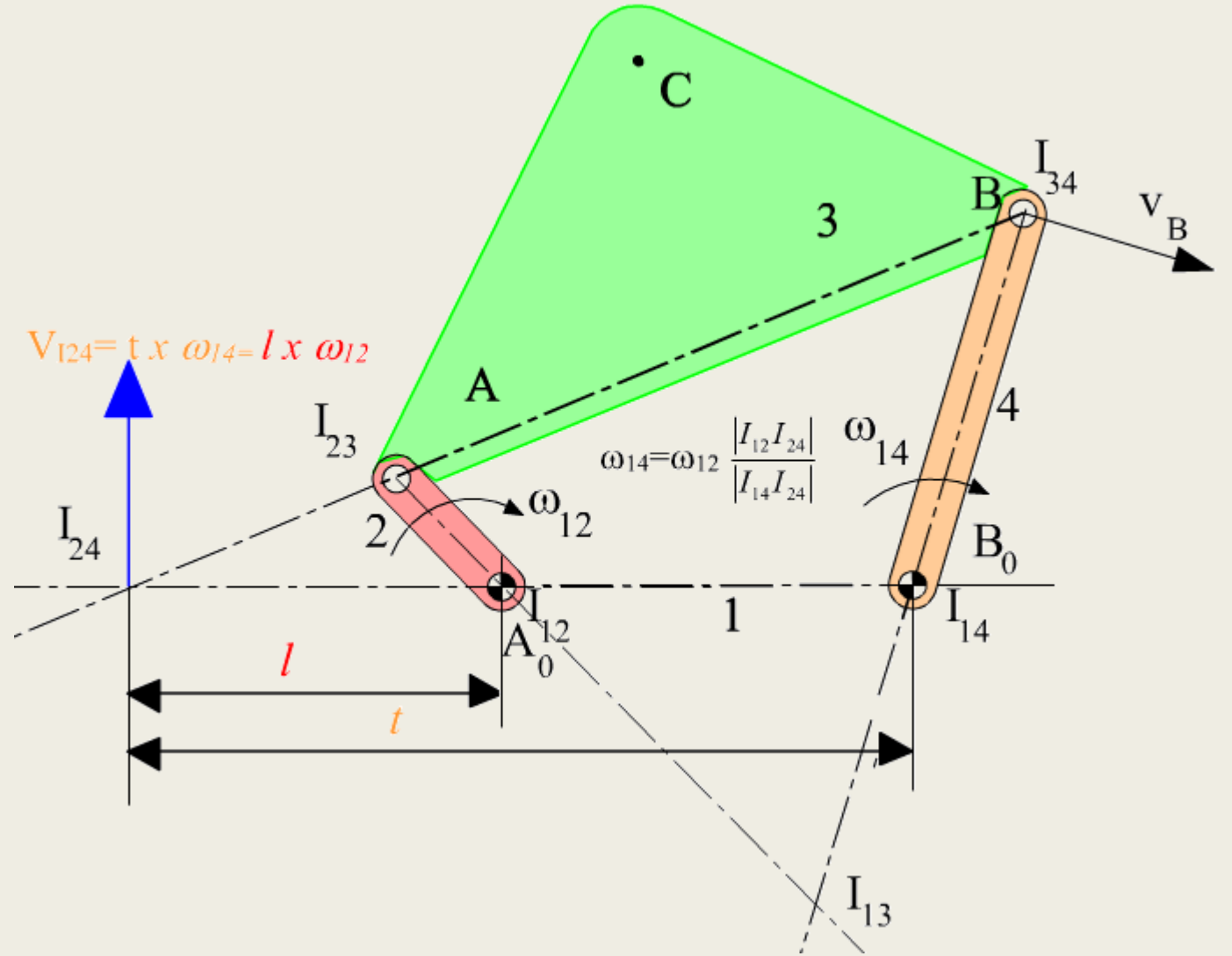
2 uzvu ve 4 uzvu üzerinde I_{24} noktasının hızı tek olacağı için;

Bu noktanın hızı:

$$V_{I_{24}} = \omega_{14} * |I_{14}I_{24}| = \omega_{12} * |I_{12}I_{24}|$$

Olacaktır. Buradan ω_{14} bulunur.

I_{24} ani dönme merkezi, mekanizmanın dışında ise ω_{14} , ω_{12} ile aynı yöndedir. I_{24} , $A_0 - B_0$ noktalarının arasında ise açısal hızlar birbirine ters yönde olur.



Elde ettiğimiz sonuç doğrudan mekanizmaya bağlı değildir. Her hangi bir mekanizmada i, j ve 1 uzuvları arasında bulunan 3 ani dönme merkezi (I_{1i}, I_{1j}, I_{ij}) bulunduğunda

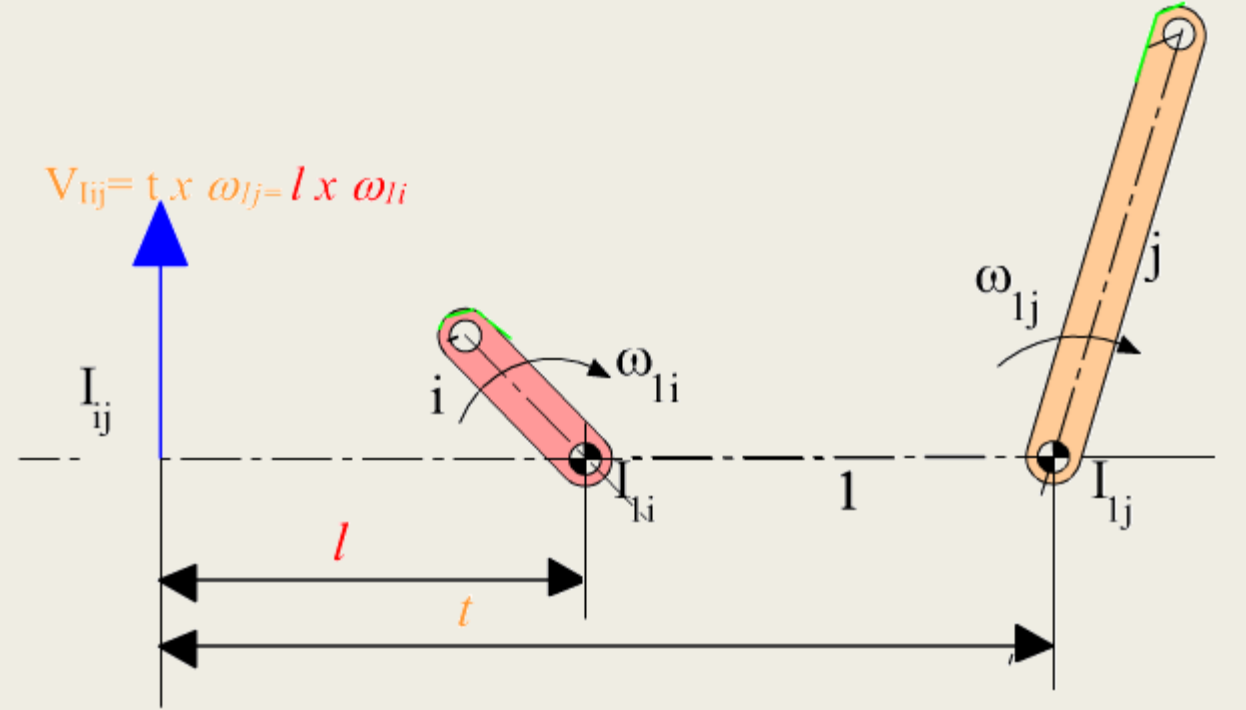
$$V_{I_{ij}} = \omega_{1i} * |I_{1i}I_{ij}| = \omega_{1j} * |I_{1j}I_{ij}|$$

olacaktır. ω_{1i} verilmiş ise, ω_{1j} açısal hızı bulunabilir.

$$\omega_{1j} = \omega_{1i} * \frac{|I_{1i}I_{ij}|}{|I_{1j}I_{ij}|}$$

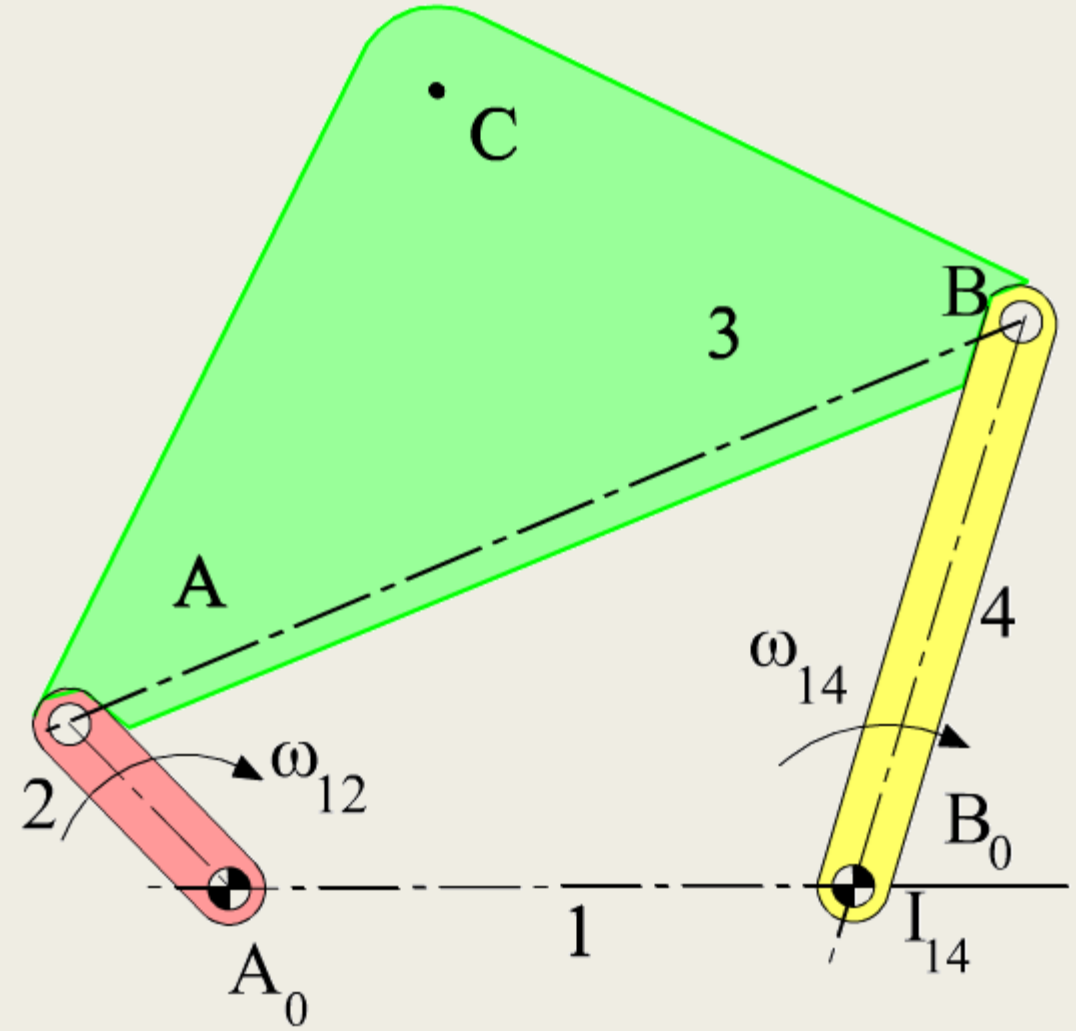
I_{ij} ani dönme merkezi, I_{1i}, I_{1j} doğrusunun dışında ise ω_{1j}, ω_{1i} ile aynı yöndedir.

I_{ij} ani dönme merkezi, I_{1i}, I_{1j} doğrusunun üzerinde ise ω_{1j} ve ω_{1i} birbirine ters yöndedirler.



Şekilde gösterilen dört çubuk mekanizmasının hız analizini ani dönme merkezlerini kullanarak yapalım.

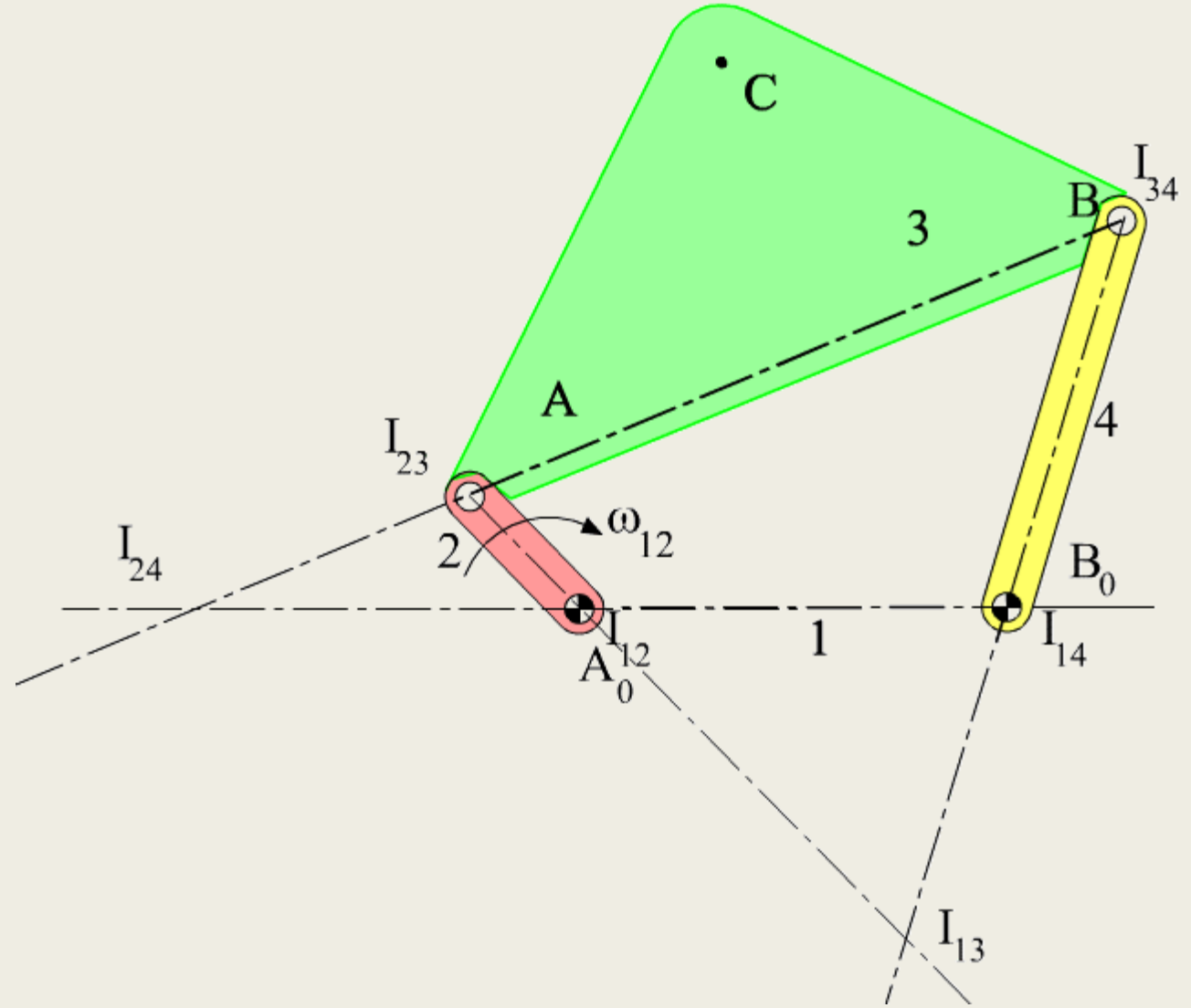
ω_{12} açısai hızı verildiğinde, C biyel noktasının çizgisel hızını bulalım.



Ani dönme merkezi sayısı:

$$N = \frac{l(l-1)}{2} = \frac{4(4-1)}{2} = 6$$

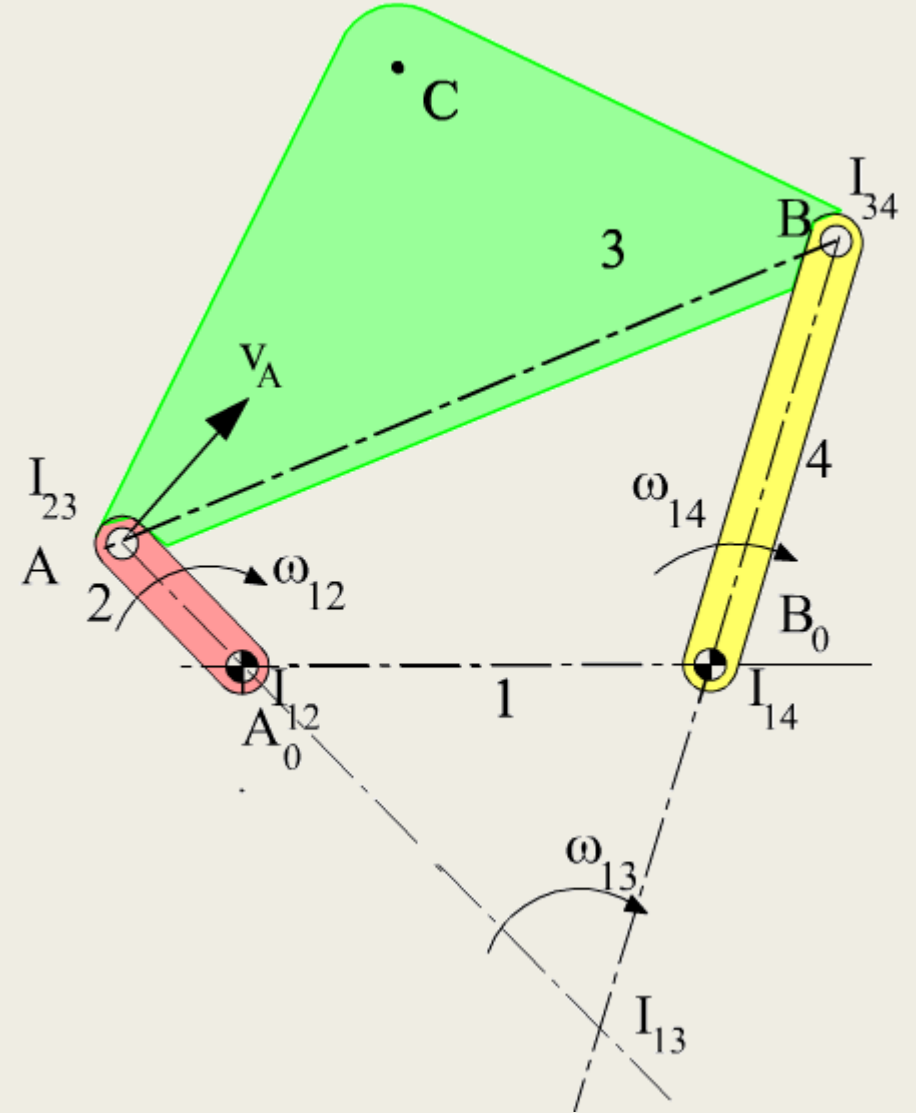
olarak bulunmuştur.



2 uzvu üzerinde I_{23} noktasını (A noktasını) ele alalım.
Bu noktanın hızı:

$$V_A = \omega_{12} * |I_{12}I_{23}| = \omega_{12} * |A_0A|$$

olur



A noktası 2 ve 3 uzuvları üzerinde daimi çakışan bir nokta olduğu için hem 2 hem de 3 uzvunda hızı aynıdır.

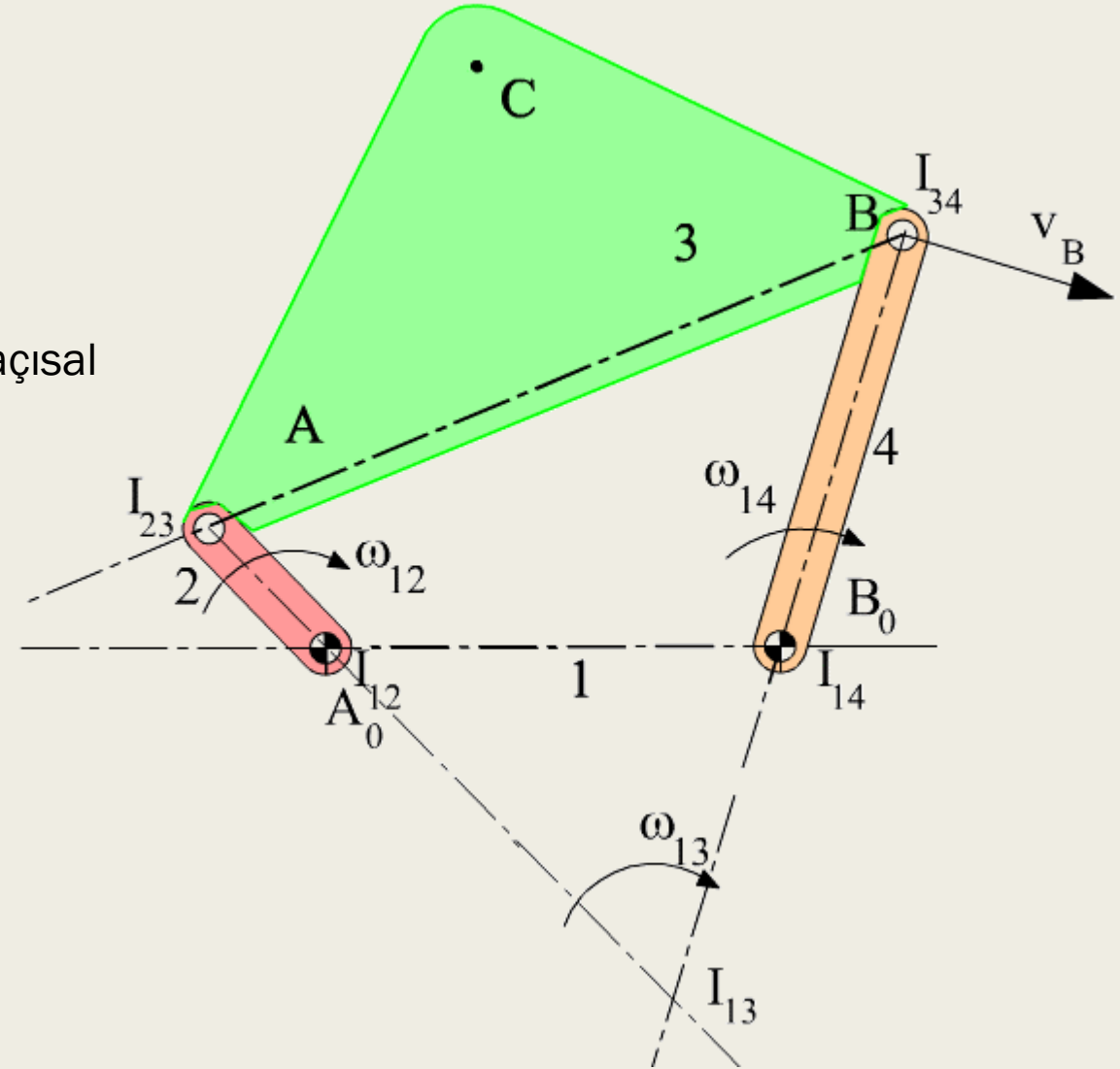
Dolayısıyla bu noktanın hızı:

$$V_A = \omega_{12} * |A_0A| = \omega_{13} * |I_{13}A|$$

dır.

$$\omega_{13} = \frac{\omega_{12} * |A_0A|}{|I_{13}A|}$$

I_{13} ani dönme merkezi, I_{23} , I_{12} doğrusunun dışında ise açısal hızlar aynı yönde, doğru üzerinde ise açısal hızlar ters yöndedir.



$$V_C = \omega_{13} * |I_{13}C|$$

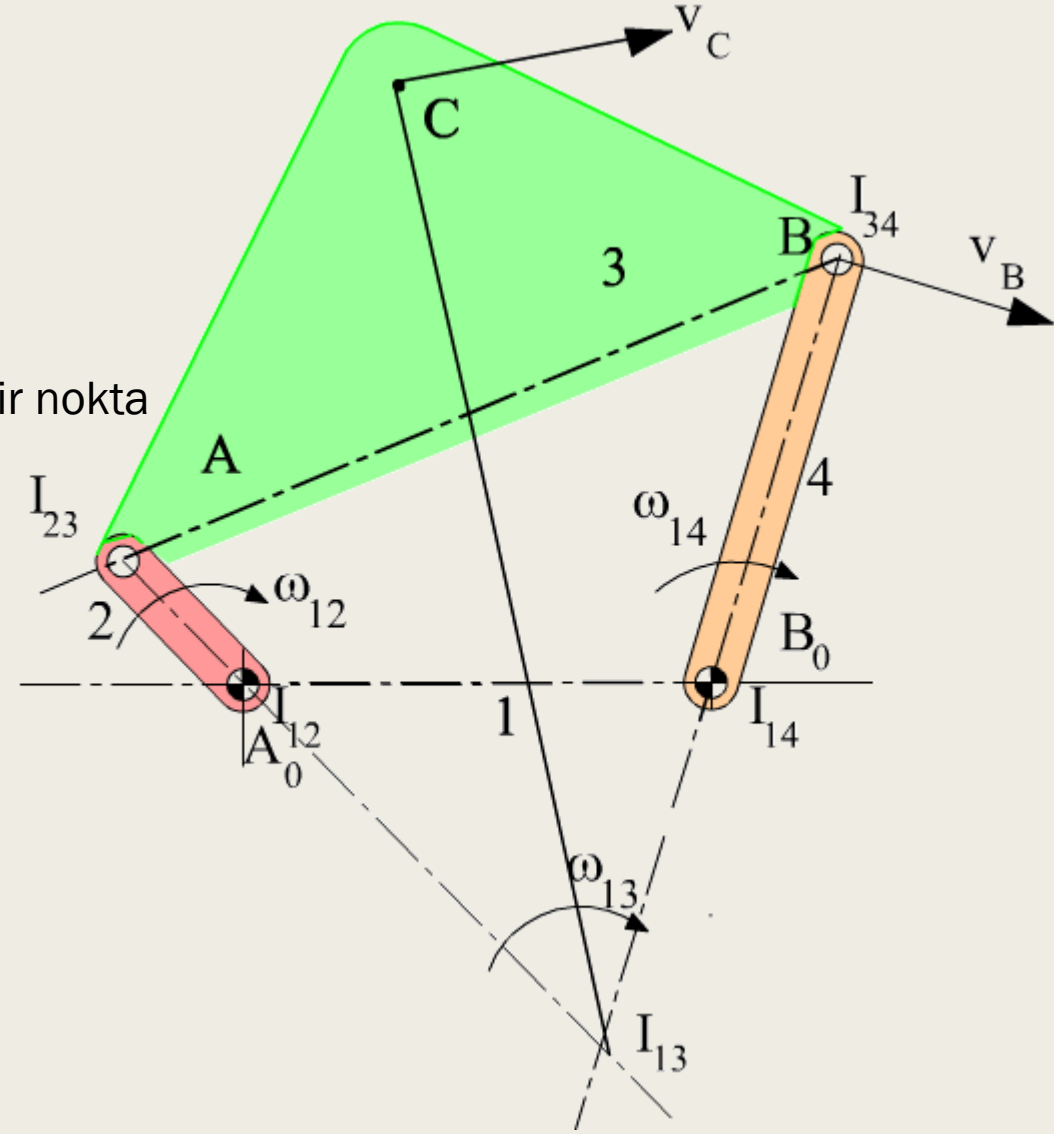
$$V_B = \omega_{13} * |I_{13}B|$$

B noktası 4 ve 3 uzuvları üzerinde daimi çakışan bir nokta olduğu için hem 4 hem de 3 uzvunda hızı aynıdır. Dolayısıyla bu noktanın hızı:

$$V_B = \omega_{13} * |I_{13}B| = \omega_{14} * |I_{14}B|$$

dır.

$$\omega_{14} = \frac{\omega_{13} * |I_{13}B|}{|I_{14}B|} = \frac{V_B}{|B_0B|}$$



MEKANIK AVANTAJ



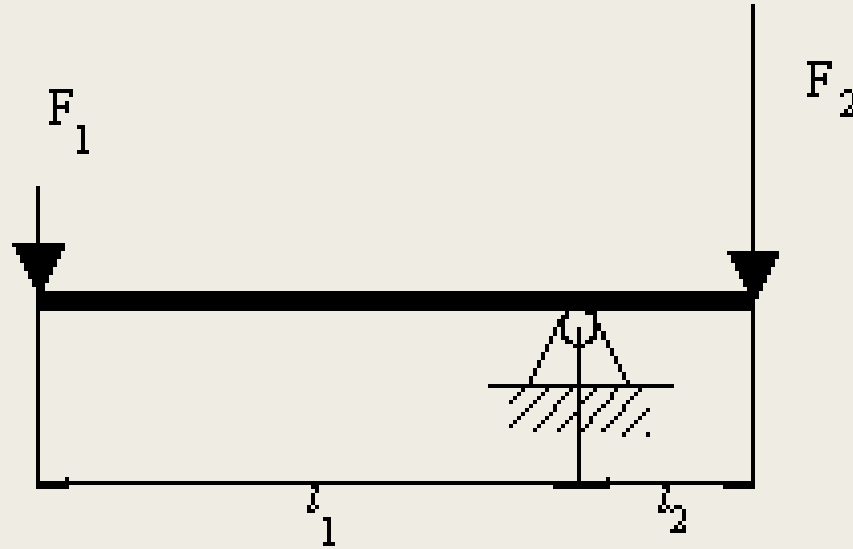
Şekilde gösterilen sistemde olduğu gibi, sistem dengede ise, dönme ekseninde moment toplamı sıfır olması gerekliliğinden:

$$F_1 l_1 = F_2 l_2$$

veya

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{l_1}{l_2} = \text{Mekanik Avantaj}$$

olarak tanımlanmaktadır. Bu yöntemle yüksek F_2 kuvvetini sınırlı bir F_1 kuvveti ile elde etmek ister isek l_1/l_2 oranını yüksek seçmemiz gerekecektir. Buna bir farklı yaklaşım ise, kaybın olmadığını kabul ederek, enerji sakınımından birim zamanda yapılan iş ile elde edilen işin eşit olması şartından: $F_1 v_1 = F_2 v_2$ olacaktır. burada v_1 ve v_2 kuvvetlerin etki ettiği noktada hızdır



Aynı kavramı mekanizmalarda uygular isek, örneğin bir dört-çubuk mekanizması için giriş momenti T_{12} ve çıkış kolu direnci T_{14} ise, enerji sakınımından dolayı (kayıplar ihmal edilerek):

$$\text{Giriş Gücü} = \text{Çıkış Gücü}$$

$$T_{12}\omega_{12} = T_{14}\omega_{14} \text{ veya Mekanik Avantaj} = m_a = \frac{T_{14}}{T_{12}} = \frac{\omega_{12}}{\omega_{14}} = \frac{|I_{14}I_{24}|}{|I_{12}I_{24}|}$$

olacaktır. Dikkat edilir ise mekanik avantaj hız oranının tersidir. Ayrıca, eğer giriş ve çıkış kollarına belirli bir kol boyunda bu kuvvetler uygulanıyor ise:

$$\text{Mekanik Avantaj} = m_a = \frac{F_{14}}{F_{12}} = \frac{T_{14}/r_{14}}{T_{12}/r_{12}} = \frac{\omega_{12}r_{12}}{\omega_{14}r_{14}} = \frac{|I_{14}I_{24}|r_{12}}{|I_{12}I_{24}|r_{14}}$$

olacaktır. $I_{14}I_{24}=B_0I_{24}$ uzunluğu sıfır olur ise mekanik avantaj sıfır olacak, $I_{12}I_{24}=A_0I_{24}$ uzunluğu sıfır ise, mekanik avantaj sonsuz olacaktır. Tabii ki sistem elastikliğinden ve boşluklardan dolayı sonuçta mekanik avantaj sonsuz olamaz. Ancak mekanik avantaj çok yüksek değerlere ulaşacaktır. Bu şekilde basit levyelerle elde edilemeyecek kadar büyük mekanik avantaj elde edilebilecektir. Nitekim preslerde, sıkıştırma penslerinde, taş kırma gibi yüksek güç isteyen her işte yüksek mekanik avantaj sağlayan mekanizmalar kullanılmaktadır (aşağıdaki şekle bakınız).