ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
MAK313 MEKANİZMA TEKNİĞİ
KISA SINAV -2
26/10/2018
Dr. Öğr. Üyesi Nurdan Bilgin

Öğrenci No :

İsim Soyisim :

Formüller:

$$F = \lambda(l - j - 1) + \sum_{i=1}^{j} f_i$$

$$e^{i\theta} = cos\theta + isin\theta$$

$$A\cos\theta + Bsin\theta = C$$

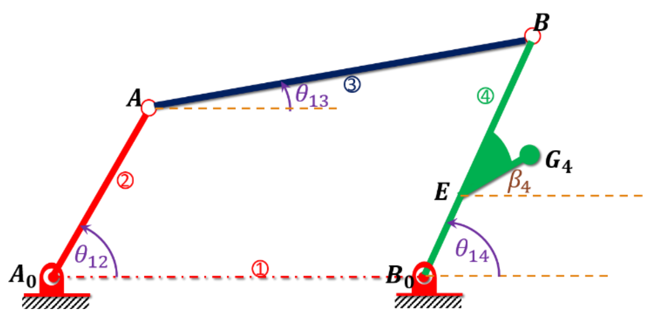
$$D = \sqrt{A^2 + B^2}\ ve\ \phi = atan2(A, B)$$

$$\theta_{14} = \phi \pm acos(C/D)$$

SORU

Aşağıdaki şekilde G_4 noktasının konumunu bulunuz.

Uzuv Boyutları		
A_0A	a_2	0,6 m
AB	a_3	1,2 m
B_0B	a_4	0,8 m
A_0B_0	a_1	1,2 m
$B_0E=EG_4$	e_4; g_4	0,2 m
θ_{12}		40 der.
β		30 der.



CEVAP

Konum (mafsal) Değişkenlerinin Bulunması:

G_4'noktasının konumunu bulmak için θ_{14}'ün bulunması gerekmektedir; çünkü konum vektörü

$$\vec{r}_{G_4} = \overrightarrow{A_0B_0} + \overrightarrow{B_0E} + \overrightarrow{EG_4}$$

Yani

$$\vec{r}_{G_4} = a_1 + e_4 e^{i\theta_{14}} + g_4 e^{i\beta}$$

Şeklindedir ve bilinmeyen θ_{14} açısını içermektedir.

Vektör kapalılık denkleminin yazılması ve $\boldsymbol{\theta_{14}}$'ün bulunması

$$\overrightarrow{A_0B_0} + \overrightarrow{B_0B} = \overrightarrow{A_0A} + \overrightarrow{AB}$$

$$a_2\, e^{i\theta_{12}} + a_3\, e^{i\theta_{13}} = a_1 + a_4 e^{i\theta_{14}} \quad (1)$$

Yukarıda bulunan (1) denkleminin sanal ve gerçel parçaları ayrı ayrı yazılarak

$$a_2 cos\,\theta_{12} + a_3\, cos\,\theta_{13} = a_1 + a_4\, cos\,\theta_{14}$$

$$a_2 sin\,\theta_{12} + a_3\, sin\,\theta_{13} = a_4 sin\,\theta_{14}$$

denklemleri elde edilir. Bu denklemler $\theta_{13}\ ve\ \theta_{14}$ olmak üzere iki bilinmeyen içermektedir. Önce bilinmeyenlerden biri (θ_{13} açısı) yok edilmek üzere sol da yalnız bırakılır

$$a_3\, cos\,\theta_{13} = a_1 - a_2\, cos\,\theta_{12} + a_4\, cos\,\theta_{14} \quad (2)$$

$$a_3\, sin\,\theta_{13} = a_4\, sin\,\theta_{14} - a_2\, sin\,\theta_{12} \quad (3)$$

Yukarıda bulunan (2) ve (3) denklemlerinin kareleri alınıp taraf tarafa toplanır.

$$a_3{}^2\ \cos^2\theta_{13} = a_1{}^2 + a_2{}^2\cos^2\theta_{12} + a_4{}^2\cos^2\theta_{14} - 2a_1\,a_2\cos\theta_{12} + 2a_1\,a_4\cos\theta_{14} - 2a_2\,a_4\cos\theta_{12}\ \cos\theta_{14}$$
$$a_3{}^2\ \sin^2\theta_{13} = a_2{}^2\ \sin^2\theta_{12} + a_4{}^2\ \sin^2\theta_{14} - 2a_2\,a_4\sin\theta_{12}\ \sin\theta_{14}$$
$$a_3{}^2 = a_1{}^2 + a_4{}^2 + a_2{}^2 + 2a_1a_4\cos\theta_{14} - 2a_1a_2\cos\theta_{12} - 2a_2a_4\cos\theta_{12}\ \cos\theta_{14} - 2a_2a_4\sin\theta_{12}\ \sin\theta_{14}$$
$$\underbrace{\left((2a_2a_4\cos\theta_{12} - 2a_1a_4)\right)}_{A}\ \cos\theta_{14} + \underbrace{(2a_2a_4\sin\theta_{12})}_{B}\ \sin\theta_{14} = \underbrace{a_1{}^2 + a_2{}^2 - a_3{}^2 + a_4{}^2 - 2a_1a_2\cos\theta_{12}}_{C}$$

böylelikle

$$A\cos\theta_{14} + B\sin\theta_{14} = C$$

Uzuv Boyutları		
A_0A	a_2	0,6 m
AB	a_3	1,2 m
B_0B	a_4	0,8 m
A_0B_0	a_1	1,2 m
$B_0E=EG_4$	e_4; g_4	0,2 m
θ_{12}		40 der.
β		30 der.

Uzuv boyutları için tablodan verilen değerler yerine yazılır sa

$$A = (2a_2a_4\cos\theta_{12} - 2a_1a_4) = -1{,}1846$$
$$B = 2a_2a_4\sin\theta_{12} = 0{,}6171$$
$$C = a_1{}^2 + a_2{}^2 - a_3{}^2 + a_4{}^2 - 2a_1a_2\cos\theta_{12} = -0{,}1031$$
$$-1{,}1846\cos\theta_{14} + 0.6171\sin\theta_{14} = -0{,}1031 \quad (*)$$

(*) Denkleminin çözümü için 1. Yol

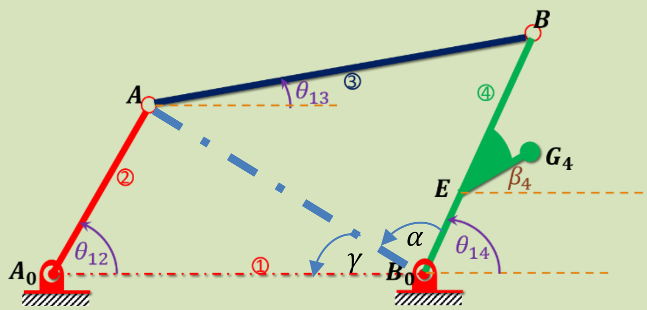
$$D = \sqrt{A^2 + B^2} = 1{,}3357$$
$$\phi = atan2(A;B) = 2{,}661\ rad = 152{,}48^0$$
$$\theta_{14} = \phi \pm \operatorname{acos}\left(\frac{C}{D}\right) =$$
$$\theta_{14} = 1.0132\ rad = \mathbf{58{,}05^0}$$
$$\theta_{14} = 4{,}3094\ rad = 246{,}91^0$$

(*) Denkleminin çözümü için 2. Yol

$$\tan\left(\frac{\theta_{14}}{2}\right) = t \Rightarrow \sin(\theta_{14}) = \frac{2t}{1+t^2};\cos(\theta_{14}) = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$
$$-1{,}1846\left(\frac{1-t^2}{1+t^2}\right) + 0.6171\left(\frac{2t}{1+t^2}\right) = -0{,}1031$$
$$-1{,}1846(1-t^2) + 0.6171(2t) = -0{,}1031(1+t^2)$$
$$1{,}2877t^2 + 1{,}2342t - 1.0815 = 0$$
$$t_{1,2} = \frac{-1{,}2342 \pm \sqrt{1{,}2342^2 - 4*1{,}2877*(-1.0815)}}{2*1{,}2877}$$

$$t_1 = \frac{-1{,}2342 + 2{,}6634}{2*1{,}2877} = 0{,}5549 \Rightarrow t_1 = \tan\left(\frac{\theta_{14}}{2}\right) = 0{,}5549 \Rightarrow \boldsymbol{\theta_{14} = 58{,}05^0}$$
$$t_2 = \frac{-1{,}2342 - 2{,}6634}{2*1{,}2877} = -1{,}5133 \Rightarrow t_2 = \tan\left(\frac{\theta_{14}}{2}\right) = -1{,}5133 \Rightarrow \theta_{14} = -113{,}08^0 = 246.92^0$$

Alternatif 3. Yol
Konum denklemlerini yazmadan direkt cosinüs teoremini iki kere kullanarak çözüme ulaşabilirsiniz.



A_0AB_0 üçgeninde $AB_0 = x$ olsun. Kosinüs teoremini yazalım.

$$x^2 = a_1^2 + a_2^2 - 2 * a_1 a_2 \cos(\theta_{12}) = 0{,}6969$$
$$x = 0{,}8348$$
$$\frac{sin\gamma}{a_2} = \frac{\sin(\theta_{12})}{x} \Longrightarrow \gamma = \sin^{-1}\left(a_2 \frac{\sin(\theta_{12})}{x}\right) = 27{,}5157$$

ABB_0 üçgeninde $k$osinüs teoremini yazalım.

$$a_3^2 = x^2 + a_4^2 - 2 * x a_4 * \cos(\alpha) \Longrightarrow \cos(\alpha) = \frac{x^2 + a_4^2 - a_3^2}{2 * x * a_4} \Longrightarrow \alpha = 94{,}4271$$
$$\theta_{14} = 180 - \gamma - \alpha = 180 - 27{,}5157 - 94{,}4271 = \mathbf{58{,}05^0}$$

Sonuç;
θ_{14} bulunduğuna göre G_4'noktasının konumunu vektörünü bulabiliriz.

$$\vec{r}_{G_4} = a_1 + e_4 e^{i\theta_{14}} + g_4 e^{i\beta}$$
$$\vec{r}_{G_4} = 1{,}2 + 0{,}2e^{i58{,}05} + 0{,}2e^{i30}$$
$$\boldsymbol{r_{G_{4x}} = 1{,}2 + 0{,}2 * (cos58{,}05 + cos30) = 1{,}4790\ m}$$
$$\boldsymbol{r_{G_{4y}} = 0{,}2 * (sin58{,}05 + sin30) = 0{,}2697\ m}$$

Sorulmamış ve dolayısıyla bulunmasına gerek yok ancak tam bir konum değişkenleri çözümü elde etmek için

$$a_3 \cos\theta_{13} = a_1 - a_2 \cos\theta_{12} + a_4 \cos\theta_{14} \Longrightarrow \cos(\theta_{13}) = 0{,}9697$$
$$a_3 \sin\theta_{13} = a_4 \sin\theta_{14} - a_2 \sin\theta_{12} \Longrightarrow sin\theta_{13} = 0{,}2443$$

Excel ve atan2 fonksiyonu olan hesap makineleri için
$\theta_{13} = atan2(0{,}9697; 0{,}2443)$
Yada

$$tan\theta_{13} = \frac{sin\theta_{13}}{cos\theta_{13}} = \frac{0{,}2443}{0{,}9697} \Longrightarrow \theta_{13} = 14{,}1384^0$$