



ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
MAK313 MEKANİZMA TEKNİĞİ
ARA SINAV
23/11/2018
Dr. Öğr. Üyesi Nurdan Bilgin

Öğrenci No :

İsim Soyisim :

Formüller:

$$F = \lambda(l - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i$$
$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta;$$

$$A \cos \theta + B \sin \theta = C ; D = \sqrt{A^2 + B^2} \text{ ve } \phi = \text{atan2}(A, B); \theta_{14} = \phi \pm \text{acos}(C/D)$$

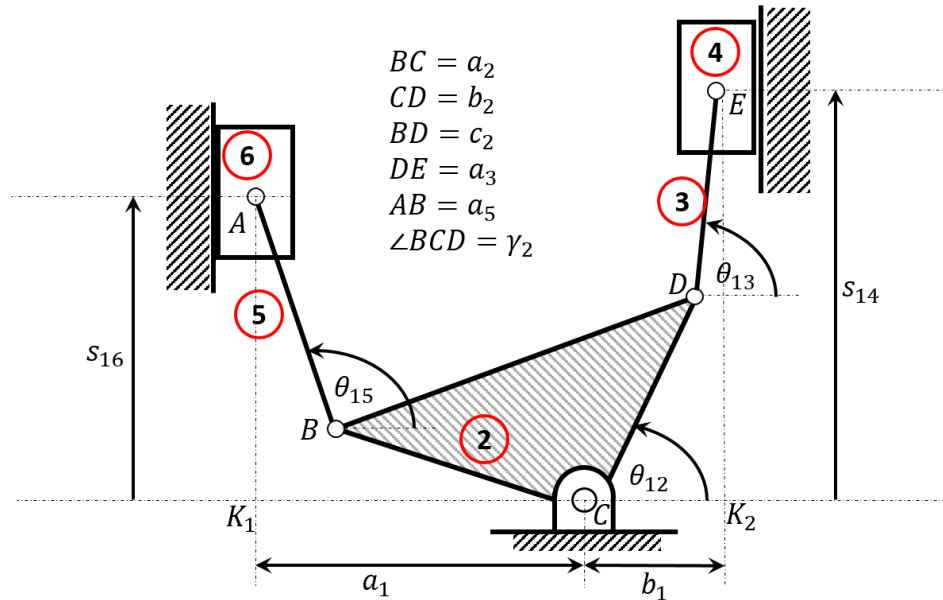
$$A \cos \theta + B \sin \theta = C ; \tan \left(\frac{\theta}{2} \right) = t \Rightarrow \sin \theta = \frac{2t}{1+t^2}; \cos \theta = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

Sorular:

Soru 1: Aşağıdaki sistemin kinematik analizinin yapılabilmesi için gerekli ön çalışmalar bulunmaktadır. Bu kapsamda

- Uzuv sayısını belirleyiniz ve numaralandırınız, mafsalsayılarını, mafsalsayı tip ve mafsalsayı serbestlik derecelerini belirleyiniz. Mekanizmanın uzaysal mı, düzlemsel mi olduğunu ifade ediniz ve son olarak mekanizmanın serbestlik derecesini bulunuz.
- Mekanizmanın konum değişkenlerini belirleyiniz ve şekil üzerinde gösteriniz. Mekanizmanın kinematik analizinin yapılabilmesi için kaç değişkenin önceden biliniyor olması gerektiğini belirtiniz.
- Yaptığımız konum değişkeni yerleştirmesine göre vektör kapalılık denklem/denklemelerini yazınız. Ardından kompleks sayılarla yazdığımız denklem/denklemeleri ifade ediniz.

Çözüm



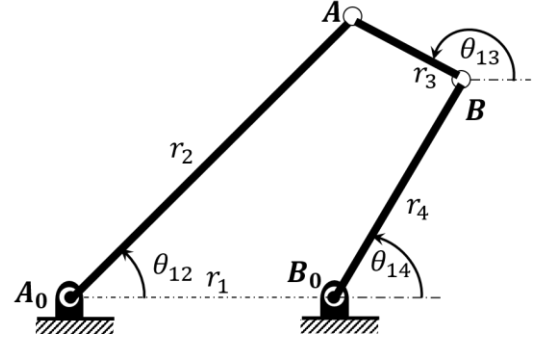
- a.) $l = 6; j = 5d + 2k; \sum f_i = 5 * 1 + 2 * 1; \lambda = 3; F = 3 * (6 - 7 - 1) + 7 = 1$
b.) Mekanizmanın konum değişkenleri, $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{15}, s_{14}$ ve s_{16} ; Mekanizmanın serbestlik derecesi kadar değişkenin bilinmesi gerekir, yani 1. Ayrıca mekanizma iki döngülüdür, her bir döngüden iki olmak üzere toplam dört skaler denklem yazılabilir. Böylece bilinmeyen dört değişken çözülebilir.
c.)

$$CK_1 + K_1A = CB + BA \Rightarrow -a_1 + s_{16}i = a_2e^{i(\theta_{12}+\gamma_2)} + a_5e^{i\theta_{15}}$$

$$CK_2 + K_2E = CD + DE \Rightarrow b_1 + s_{14}i = a_2e^{i\theta_{12}} + a_3e^{i\theta_{13}}$$

Soru 2: Mekanizmanın uzuv boyutları sırasıyla

$r_1 = 25.00 \text{ cm}, r_2 = 37.01 \text{ cm}, r_3 = 12.16 \text{ cm}$ ve $r_4 = 24.70 \text{ cm}$ olarak verilmektedir. Giriş kolunun yatayla yaptığı açı $\theta_{12} = 45^\circ$ iken mekanizmanın kinematik analizinin yapılması istenmektedir. Yani tüm konum, hız ve ivme değişkenlerinin bulunmasına gerek duyulmaktadır. Giriş kolunun açısal hızı sabit $\omega_{12} = 2.00 \text{ rad/s}$ dir.



- a.) Mekanizmanın vektör kapalılık denklemini açılarla verilmiş biçimini dikkate alarak yazınız.
b.) Mekanizmanın vektör kapalılık denklemini kompleks sayılarla ifade ediniz, ardından bulduğunuz eşitliği gerçel ve sanal kısımlarına ayırınız.
c.) Konum değişkenleri θ_{13} ve θ_{14} 'ü bulunuz.
d.) Hız değişkenleri $\dot{\theta}_{13}$ ve $\dot{\theta}_{14}$ 'ü bulunuz
e.) Mekanizmanın tekillik durumunu inceleyiniz, grafik olarak gösteriniz. Uzuv boyutlarının uygun seçimi ile mekanizmaların tekillik sorunu ile karşılaşmaması sağlanabilir mi? Yorumlayınız.

Çözüm:

a, b.) Vektör kapalılık Denklemi ve kompleks sayılarla ifade edilmesi

$$A_0A = A_0B_0 + B_0B + BA \Rightarrow r_2e^{i\theta_{12}} = r_1 + r_4e^{i\theta_{14}} + r_3e^{i\theta_{13}}$$

$$r_2\cos\theta_{12} = r_1 + r_4\cos\theta_{14} + r_3\cos\theta_{13} \quad (1)$$

$$r_2\sin\theta_{12} = r_4\sin\theta_{14} + r_3\sin\theta_{13} \quad (2)$$

c.) (1) ve (2) denklemleri θ_{13} ve θ_{14} olmak üzere iki bilinmeyen içermektedir. Önce bilinmeyenlerden biri (θ_{13} açısı) yok edilmek üzere sol da yalnız bırakılır

$$r_3 \cos \theta_{13} = r_2 \cos \theta_{12} - r_4 \cos \theta_{14} - r_1 \quad (3)$$

$$r_3 \sin \theta_{13} = r_2 \sin \theta_{12} - r_4 \sin \theta_{14} \quad (4)$$

Yukarıda bulunan (3) ve (4) denklemlerinin kareleri alınıp taraf tarafa toplanır.

$$r_3^2 \cos^2 \theta_{13} = r_1^2 + r_2^2 \cos^2 \theta_{12} + r_4^2 \cos^2 \theta_{14} - 2r_1 r_2 \cos \theta_{12} + 2r_1 r_4 \cos \theta_{14} - 2r_2 r_4 \cos \theta_{12} \cos \theta_{14}$$

$$r_3^2 \sin^2 \theta_{13} = r_2^2 \sin^2 \theta_{12} + r_4^2 \sin^2 \theta_{14} - 2r_2 r_4 \sin \theta_{12} \sin \theta_{14}$$

$$r_3^2 = r_1^2 + r_2^2 + r_4^2 + 2r_1 r_4 \cos \theta_{14} - 2r_1 r_2 \cos \theta_{12} - 2r_2 r_4 \cos \theta_{12} \cos \theta_{14} - 2r_2 r_4 \sin \theta_{12} \sin \theta_{14}$$

$$\underbrace{((2r_2 r_4 \cos \theta_{12} - 2r_1 r_4))}_{A} \cos \theta_{14} + \underbrace{(2r_2 r_4 \sin \theta_{12})}_{B} \sin \theta_{14} = \underbrace{r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 + r_4^2 - 2r_1 r_2 \cos \theta_{12}}_C$$

böylelikle

$$A \cos \theta_{14} + B \sin \theta_{14} = C$$

$$57.72 \cos \theta_{14} + 1292.77 \sin \theta_{14} = 1148.43$$

Bu denklemin çözümü bilindiğine göre sadece sonuçları yazabiliriz. $\theta_{14} = 60^\circ; \theta_{13} = 156.87^\circ$

- d.) (3) ve (4) denkleminin türevleri alınıp bilinen $\omega_{12} = 2.00 \text{ rad/s}$ ve bulunan konum değişkenleri kullanılarak bilinmeyen hız değişkenleri

$$\begin{bmatrix} r_3 \cos \theta_{13} & r_4 \cos \theta_{14} \\ -r_3 \sin \theta_{13} & -r_4 \sin \theta_{14} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{13} \\ \dot{\theta}_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_2 \dot{\theta}_{12} \cos \theta_{12} \\ -r_2 \dot{\theta}_{12} \sin \theta_{12} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -11.1823 & 12.3506 \\ -4.7764 & -21.3918 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{13} \\ \dot{\theta}_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 52.3365 \\ -52.3365 \end{bmatrix}$$

$$\dot{\theta}_{13} = -1.5868; \dot{\theta}_{14} = 2.8009;$$

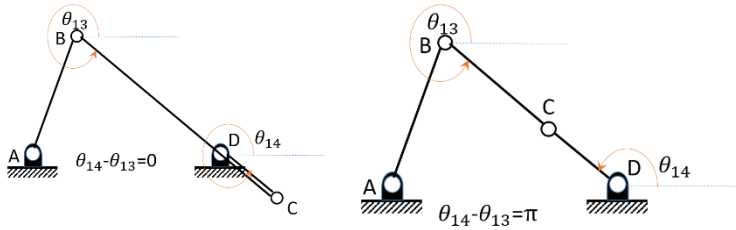
e.)

$$A = \begin{bmatrix} r_3 \cos \theta_{13} & r_4 \cos \theta_{14} \\ -r_3 \sin \theta_{13} & -r_4 \sin \theta_{14} \end{bmatrix}$$

Matrisinin determinanı çözüm oluşturulduğunda paydada yer alır. Bu determinant ancak ve ancak aşağıdaki koşul sağlınırsa mümkün olur.

$$\sin(\theta_{14} - \theta_{13}) = 0 \implies \theta_{14} - \theta_{13} = 0 \text{ ya da } \theta_{14} - \theta_{13} = \pi$$

Şekil ile ifade edecek olursak;

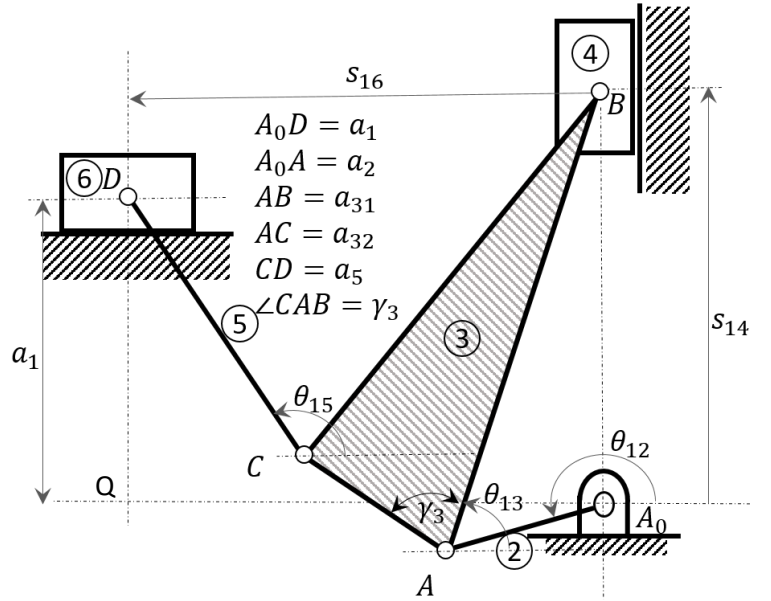


Ancak, örnek problemde verilen uzun boyutlarında olduğu gibi mekanizma doğru tasarlanırsa tekillik oluşmaz.

Soru 3: Yandaki mekanizmanın tüm uzuv boyutları, konum değişkenleri ve ek olarak giriş kolunun hızı ve ivmesi $\dot{\theta}_{12} = \omega_{12}$ ve $\ddot{\theta}_{12} = \alpha_{12}$ olarak bilinmektedir.

- Mekanizmanın vektör kapalılık denklemlerini yazınız ve kompleks sayılarla ifade ediniz.
- Elde ettiğiniz denklemlerin birinci türevini alınız, ardından gerçel ve sanal kısımlarına ayırınız.
- Tüm hız değişkenleri için hız etki katsayılarını bulunuz.
- $\ddot{\theta}_{13}$ ivmesini hız etki katsayılarından yararlanarak bulunuz.

Not: Diğer ivme bileşenlerinin bulunmasına gerek yoktur, puanlanmayacaktır..



Q

Cevap

a.)

$$A_0A + AB = A_0B \implies a_2 e^{i\theta_{12}} + a_{31} e^{i\theta_{13}} = s_{14} i$$

$$A_0A + AC + CD = A_0Q + QD \implies a_2 e^{i\theta_{12}} + a_{32} e^{i(\theta_{13} + \gamma_3)} + a_5 e^{i\theta_{15}} = a_1 i - s_{16}$$

b.)

$$i\dot{\theta}_{12}a_2e^{i\theta_{12}} + i\dot{\theta}_{13}a_{31}e^{i\theta_{13}} = i\dot{s}_{14}$$

$$i\dot{\theta}_{12}a_2e^{i\theta_{12}} + i\dot{\theta}_{13}a_{32}e^{i(\theta_{13}+\gamma_3)} + i\dot{\theta}_{15}a_5e^{i\theta_{15}} = -\dot{s}_{16}$$

İlk denklemde tüm “i” ler birbirini yok eder. Ancak ikinci denklemde eşitliğin sağ tarafında “i” olmadığı için denklemi gerçel ve sanal kısımlara ayırırken $ie^{i\theta} = -\sin\theta + i\cos\theta$ ifadesini kullanmamız gerektiğine dikkat etmeliyiz.

$$a_2\cos\theta_{12}\dot{\theta}_{12} + a_{31}\cos\theta_{13}\dot{\theta}_{13} = \dot{s}_{14}$$

$$a_2\sin\theta_{12}\dot{\theta}_{12} + a_{31}\sin\theta_{13}\dot{\theta}_{13} = 0$$

$$a_2\sin\theta_{12}\dot{\theta}_{12} + a_{32}\sin(\theta_{13} + \gamma_3)\dot{\theta}_{13} + a_5\sin\theta_{15}\dot{\theta}_{15} = \dot{s}_{16}$$

$$a_2\cos\theta_{12}\dot{\theta}_{12} + a_{32}\cos(\theta_{13} + \gamma_3)\dot{\theta}_{13} = -a_5\cos\theta_{15}\dot{\theta}_{15}$$

c.) İlk denklemden;

$$\dot{\theta}_{13} = -\frac{a_2\sin\theta_{12}}{a_{31}\sin\theta_{13}}\dot{\theta}_{12} = g_{32}\dot{\theta}_{12}$$

İkinci denklemden;

$$\dot{s}_{14} = a_2\cos\theta_{12}\dot{\theta}_{12} + a_{31}\cos\theta_{13}\dot{\theta}_{13}$$

$$\dot{s}_{14} = a_2\cos\theta_{12}\dot{\theta}_{12} + a_{31}\cos\theta_{13}\left(-\frac{a_2\sin\theta_{12}}{a_{31}\sin\theta_{13}}\dot{\theta}_{12}\right)$$

$$\dot{s}_{14} = \frac{a_2\sin(\theta_{12} - \theta_{13})}{\sin\theta_{13}}\dot{\theta}_{12} = g_{42}\dot{\theta}_{12}$$

Dördüncü denklemden;

$$\dot{\theta}_{15} = \frac{a_2\cos\theta_{12}\dot{\theta}_{12} + a_{32}\cos(\theta_{13} + \gamma_3)\dot{\theta}_{13}}{-a_5\cos\theta_{15}}$$

$$\dot{\theta}_{15} = \frac{a_2\cos\theta_{12}\dot{\theta}_{12} + a_{32}\cos(\theta_{13} + \gamma_3)\left(-\frac{a_2\sin\theta_{12}}{a_{31}\sin\theta_{13}}\dot{\theta}_{12}\right)}{-a_5\cos\theta_{15}}$$

$$\dot{\theta}_{15} = \left(\frac{a_{32}}{a_{31}} \cdot \frac{\cos(\theta_{13} + \gamma_3)\sin\theta_{12}}{a_5\sin\theta_{13}\cos\theta_{15}} - \frac{\cos\theta_{12}}{a_5\cos\theta_{15}}\right)a_2\dot{\theta}_{12} = g_{52}\dot{\theta}_{12}$$

Üçüncü denklemden;

$$\dot{s}_{16} = a_2\sin\theta_{12}\dot{\theta}_{12} + a_{32}\sin(\theta_{13} + \gamma_3)\dot{\theta}_{13} + a_5\sin\theta_{15}\dot{\theta}_{15}$$

$$\dot{s}_{16} = a_2\sin\theta_{12}\dot{\theta}_{12} + a_{32}\sin(\theta_{13} + \gamma_3)g_{32}\dot{\theta}_{12} + a_5\sin\theta_{15}g_{52}\dot{\theta}_{12}$$

$$\dot{s}_{16} = (a_2\sin\theta_{12} + a_{32}\sin(\theta_{13} + \gamma_3)g_{32} + a_5\sin\theta_{15}g_{52})\dot{\theta}_{12}$$

$$\dot{s}_{16} = g_{62}\dot{\theta}_{12}$$

d.) İvme

$$\dot{\theta}_{13} = -\frac{a_2\sin\theta_{12}}{a_{31}\sin\theta_{13}}\dot{\theta}_{12} = g_{32}\dot{\theta}_{12}; \ddot{\theta}_{12} = \alpha_{12} = 0;$$

$$\ddot{\theta}_{13} = \dot{g}_{32}\dot{\theta}_{12} + g_{32}\ddot{\theta}_{12} \Rightarrow \ddot{\theta}_{13} = \dot{g}_{32}\dot{\theta}_{12}$$

$$g_{32} = -\frac{a_2\sin\theta_{12}}{a_{31}\sin\theta_{13}} \Rightarrow \dot{g}_{32} = -\frac{a_2}{a_{31}} \left(\frac{\cos\theta_{12}\sin\theta_{13}\dot{\theta}_{12} - (\sin\theta_{12}\cos\theta_{13}\dot{\theta}_{13})}{\sin^2\theta_{13}} \right)$$

$$\dot{g}_{32} = -\frac{a_2}{a_{31}\sin^2\theta_{13}} (\sin\theta_{13}\cos\theta_{12} - \cos\theta_{13}\sin\theta_{12}g_{32})\dot{\theta}_{12}$$

$$\ddot{\theta}_{13} = \dot{g}_{32}\dot{\theta}_{12} = -\frac{a_2}{a_{31}\sin^2\theta_{13}} (\sin\theta_{13}\cos\theta_{12} - \cos\theta_{13}\sin\theta_{12}g_{32})\dot{\theta}_{12}^2$$