

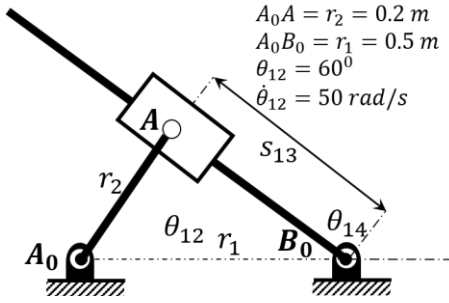


MAK313 MEKANİZMA TEKNİĞİ  
ARA SINAV- 22/11/2019  
Dr. Öğr. Üyesi Nurdan Bilgin

Öğrenci No:  
İsim Soyisim:

**SORULAR**

**Soru 1 (40 puan):** Kinematik diyagramı, uzuv boyutları aşağıda verilmiş kol kızak mekanizmasında tahrik uzvu açısıl konumu  $\theta_{12} = 60^\circ$  olarak ve mekanizmanın hızı sabit  $\dot{\theta}_{12} = 50 \text{ rad/s}$  olarak verilmektedir. Sırasıyla aşağıdaki işlemleri yapınız.



- Vektör kapalılık denklemlerini yazınız (5 puan)
- Vektör kapalılık denklemlerini skaler forma getiriniz (5 puan)
- $s_{13}, \theta_{14}$  'ü bulunuz (10 puan).
- $\dot{s}_{13}, \dot{\theta}_{14}$  'ü bulunuz (10 puan).
- $\ddot{s}_{13}, \ddot{\theta}_{14}$  'ü bulunuz (10 puan).

**Çözüm:**

a.)  $A_0A = A_0B_0 + B_0A \Rightarrow r_2 e^{i\theta_{12}} = r_1 + s_{13} e^{i\theta_{14}}$   
b.)

$$\begin{aligned} r_2 \cos \theta_{12} &= r_1 + s_{13} \cos \theta_{14} \\ r_2 \sin \theta_{12} &= s_{13} \sin \theta_{14} \end{aligned}$$

c.)

$$\begin{aligned} (r_2 \cos \theta_{12} - r_1)^2 &= (s_{13} \cos \theta_{14})^2 \\ (r_2 \sin \theta_{12})^2 &= (s_{13} \sin \theta_{14})^2 \\ s_{13}^2 &= r_2^2 + r_1^2 - 2r_1 r_2 \cos \theta_{12} = 0.2^2 + 0.5^2 - 2 * 0.2 * 0.5 * \cos 60 = 0.19 \\ s_{13}^2 &= 0.19 \Rightarrow s_{13} = 0.436 \\ \tan \theta_{14} &= \frac{\sin \theta_{14}}{\cos \theta_{14}} = \frac{r_2 \sin \theta_{12} / s_{13}}{(r_2 \cos \theta_{12} - r_1) / s_{13}} = \frac{0.2 \sin 60}{0.2 \cos 60 - 0.5} \Rightarrow \theta_{14} = -23.41 \end{aligned}$$

fakat açı, y bileşeni pozitif x bileşeni negatif olduğu için ikinci bölgede olmalı

$$\theta_{14} = -23.41 + 180 = 156.58^\circ$$

d.)

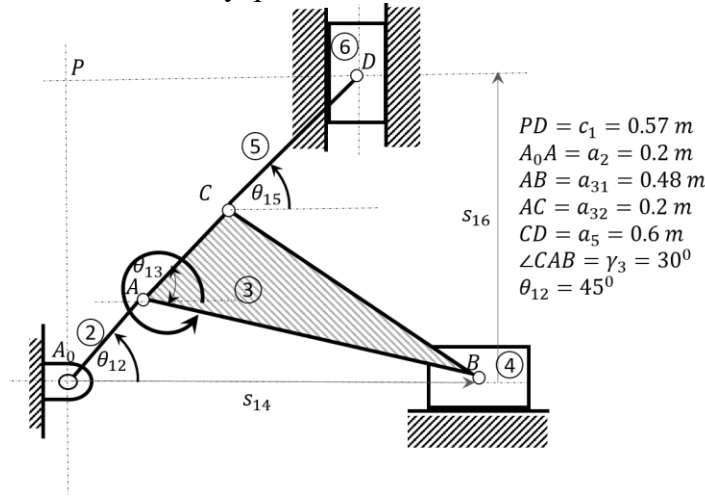
$$\begin{aligned} -r_2 \sin \theta_{12} \dot{\theta}_{12} &= \dot{s}_{13} \cos \theta_{14} - s_{13} \sin \theta_{14} \dot{\theta}_{14} \\ r_2 \cos \theta_{12} \dot{\theta}_{12} &= \dot{s}_{13} \sin \theta_{14} + s_{13} \cos \theta_{14} \dot{\theta}_{14} \\ \begin{bmatrix} \cos \theta_{14} & -s_{13} \sin \theta_{14} \\ \sin \theta_{14} & s_{13} \cos \theta_{14} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{s}_{13} \\ \dot{\theta}_{14} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -r_2 \sin \theta_{12} \dot{\theta}_{12} \\ r_2 \cos \theta_{12} \dot{\theta}_{12} \end{bmatrix} \\ \dot{s}_{13} &= \frac{\begin{vmatrix} -r_2 \sin \theta_{12} \dot{\theta}_{12} & -s_{13} \sin \theta_{14} \\ r_2 \cos \theta_{12} \dot{\theta}_{12} & s_{13} \cos \theta_{14} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \cos \theta_{14} & -s_{13} \sin \theta_{14} \\ \sin \theta_{14} & s_{13} \cos \theta_{14} \end{vmatrix}} = \frac{\dot{\theta}_{12} r_2 s_{13} \sin(\theta_{14} - \theta_{12})}{s_{13}} \\ \dot{s}_{13} &= 50 * 0.2 * \sin(156.58 - 60) = 9.934 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

$$\dot{\theta}_{14} = \frac{\begin{vmatrix} \cos\theta_{14} & -r_2 \sin\theta_{12} \dot{\theta}_{12} \\ \sin\theta_{14} & r_2 \cos\theta_{12} \dot{\theta}_{12} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \cos\theta_{14} & -s_{13} \sin\theta_{14} \\ \sin\theta_{14} & s_{13} \cos\theta_{14} \end{vmatrix}} = \frac{\dot{\theta}_{12} r_2 \cos(\theta_{14} - \theta_{12})}{s_{13}} = -2.6316 \text{ rad/s}$$

e.) İvmelerin Bulunması

$$\begin{aligned} \dot{s}_{13} &= \dot{\theta}_{12} r_2 \sin(\theta_{14} - \theta_{12}) \Rightarrow \\ \ddot{s}_{13} &= \ddot{\theta}_{12} r_2 \sin(\theta_{14} - \theta_{12}) + \dot{\theta}_{12} r_2 \cos(\theta_{14} - \theta_{12}) (\dot{\theta}_{14} - \dot{\theta}_{12}) \\ \text{mekanizmanın hızı sabit olduğu için } \ddot{\theta}_{12} &= 0 \\ \ddot{s}_{13} &= \dot{\theta}_{12} r_2 \cos(\theta_{14} - \theta_{12}) (\dot{\theta}_{14} - \dot{\theta}_{12}) = 50 * 0,2 * \cos(156.58 - 60) * (-2.628 - 50) \\ \ddot{s}_{13} &= 60.3726 \text{ rad/s}^2 \\ \dot{\theta}_{14} &= \frac{\dot{\theta}_{12} r_2 \cos(\theta_{14} - \theta_{12})}{s_{13}} \\ \ddot{\theta}_{14} &= -\frac{\ddot{\theta}_{12} r_2 \sin(\theta_{14} - \theta_{12}) (\dot{\theta}_{14} - \dot{\theta}_{12})}{s_{13}} - \frac{\dot{s}_{13} \dot{\theta}_{12} r_2 \cos(\theta_{14} - \theta_{12})}{s_{13}^2} \\ \ddot{\theta}_{14} &= 1259.5 \text{ rad/s}^2 \end{aligned}$$

**Soru 2 (40 puan):** Kinematik diyagramı ve uzuv boyutları aşağıda verilmiş mekanizmanın konum analizini yapınız.



**Vektör Kapalılık Denklemleri**

$$A_0A + AB = A_0B \Rightarrow a_2 e^{i\theta_{12}} + a_{31} e^{i\theta_{13}} = s_{14}$$

$$A_0A + AC + CD = A_0P + PD \Rightarrow a_2 e^{i\theta_{12}} + a_{32} e^{i(\theta_{13} + \gamma_3 - 360)} + a_5 e^{i\theta_{15}} = s_{16} i + c_1$$

**Birinci Denklemleri skaler formda yazarsak;**

$$\begin{aligned} a_2 \cos\theta_{12} + a_{31} \cos\theta_{13} &= s_{14} \\ a_2 \sin\theta_{12} + a_{31} \sin\theta_{13} &= 0 \end{aligned}$$

**Önce  $\theta_{13}$  yok edilsin;**

$$a_{31}^2 \cos^2\theta_{13} = s_{14}^2 - 2a_2 s_{14} \cos\theta_{12} + a_2^2 \cos^2\theta_{12}$$

$$a_{31}^2 \sin^2\theta_{13} = a_2^2 \sin^2\theta_{12} +$$

Taraf tarafa toplarsak;

$$\begin{aligned}
 a_{31}^2 &= s_{14}^2 - 2a_2s_{14}\cos\theta_{12} + a_2^2 \\
 0 &= s_{14}^2 - 2a_2s_{14}\cos\theta_{12} + a_2^2 - a_{31}^2 \\
 0 &= s_{14}^2 - 0.2 * \sqrt{2}s_{14} - 0.19 \\
 (s_{14})_{1,2} &= 0.1 * \sqrt{2} \pm \frac{\sqrt{0.04 * 2 - 4 * 1 * (-0.19)}}{2} = 0.1 * \sqrt{2} \pm 0.458
 \end{aligned}$$

Mekanizmanın yapısı gereği  $s_{14}$  uzunluğunun negatif olması mümkün değil o halde

$$s_{14} = 0.599 \cong 0.6$$

$$\theta_{13} = \tan^{-1} \left[ \frac{\frac{-a_2 \sin\theta_{12}}{a_{31}}}{\frac{s_{14} - a_2 \cos\theta_{12}}{a_{31}}} \right] = \tan^{-1} \left[ \frac{-0.141}{0.4585} \right] = -17.0939$$

Açınının sinüs bileşeni eksi cosinüs bileşeni artı olduğu için açı dördüncü bölgede olmalıdır.

$$\theta_{13} = -17.0939 + 360 \cong 343^0$$

İkinci Denklemi skaler formda yazarsak;

$$a_2 e^{i\theta_{12}} + a_{32} e^{i(\theta_{13} + \gamma_3 - 360)} + a_5 e^{i\theta_{15}} = s_{16} i + c_1$$

$$a_2 \cos\theta_{12} + a_{32} \cos(\theta_{13} + \gamma_3 - 360) + a_5 \cos(\theta_{15}) = c_1$$

$$a_2 \sin\theta_{12} + a_{32} \sin(\theta_{13} + \gamma_3 - 360) + a_5 \sin(\theta_{15}) = s_{16}$$

$$a_5 \cos(\theta_{15}) = c_1 - a_2 \cos\theta_{12} - a_{32} \cos(\theta_{13} + \gamma_3 - 360)$$

$$0.6 \cos(\theta_{15}) = 0.57 - 0.2 * \cos(45) - 0.2 * \cos(343 + 30 - 360)$$

$$0.6 \cos(\theta_{15}) = 0.2337$$

$$a_5 \sin(\theta_{15}) = s_{16} - a_2 \sin\theta_{12} - a_{32} \sin(\theta_{13} + \gamma_3 - 360)$$

$$0.6 \sin(\theta_{15}) = s_{16} - 0.2 * \sin(45) - 0.2 * \sin(343 + 30 - 360)$$

$$0.6 \sin(\theta_{15}) = s_{16} - 0.1864$$

$$0.36 = 0.0546 + s_{16}^2 - 0.3728s_{16} + 0.03474$$

$$s_{16}^2 - 0.3728s_{16} - 0.2706$$

$$(s_{16})_{1,2} = 0.1864 \pm \frac{\sqrt{0.3728^2 - 4 * 1 * (-0.2706)}}{2}$$

$$s_{16} \cong 0.74 \text{ m}$$

$$\theta_{15} = \tan^{-1} \left[ \frac{s_{16} - 0.1864}{0.2337} \right] = \tan^{-1} \left[ \frac{0.5536}{0.2337} \right] = 67^0$$

**Soru 3 (20 puan):**  $A\cos\theta + B\sin\theta = C$  formunda bir denklemi çözmek için kullanılan yöntemlerden biri aşağıda özetlenmiştir.

1. Yöntem  $\sin\theta$  ve  $\cos\theta$  değerlerinin  $\tan(\theta/2)$  cinsinden karşılıklarını yazmak

$$\tan(\theta/2) = t \text{ denilirse, } \sin\theta = \frac{2t}{1+t^2} \text{ ve } \cos\theta = \frac{1-t^2}{1+t^2} \text{ olur.}$$

Sözü edilen yöntemi kullanarak, aşağıdaki denklemi çözünüz.

$$-1.2\cos\theta + 0.9\sin\theta = 0.5$$

$$-1.2\left(\frac{1-t^2}{1+t^2}\right) + 0.9\left(\frac{2t}{1+t^2}\right) = 0.5$$

$$-1.2(1-t^2) + 0.9(2t) = 0.5(1+t^2)$$

$$0.7t^2 + 1.8t - 1.7 = 0$$

$$t_{1,2} = -\frac{1.8}{2 * 0.7} \pm \frac{\sqrt{1.8^2 - 4 * 0.7 * (-1.7)}}{2 * 0.7}$$

$$t_{1,2} = -1.28571 \pm 2.02031$$

Pozitif değerle devam edersek;

$$\tan(\theta/2) = t = 0.734591 \Rightarrow \theta = 2 * \tan^{-1} 0.734591 = 72.60^\circ$$

olarak bulunur.