**ÇÖZÜM**

**Soru 1:** Aşağıda verilen diferansiyel denklem ve başlangıç değerlerine sahiptir. Denklemi h=0.5 ve h=0.1 adım büyüklüklerini kullanarak aşağıdaki her bir yöntem ile ’deki değerini bulmak için çözünüz.

1. Denklemin analitik çözümünün olduğunu gösteriniz (Bonus 20).
2. Denklemi Euler yöntemi ile h=0.5 ve h=0.1 adım büyüklükleri için çözünüz
3. Denklemi Heun yöntemi ile h=0.5 ve h=0.1 adım büyüklükleri için çözünüz
4. Denklemi Dördüncü dereceden Runge Kutta yöntemi ile h=0.5 ve h=0.1 adım büyüklükleri için çözünüz
5. Elde ettiğiniz sonuçları h=0.5 ve h=0.1 adım büyüklükleri için grafiklerini çizerek karşılaştırınız.

Not: Sınavda adım büyüklüğü h=0.5 verilerek, yöntemlerden en az biri sorulacaktır. Formülleri ezberlemeye çalışmayınız, tüm kurallar verilecektir.

**Çözüm 1:**

**a.)**

**b.,c.,d,e.)**

****





**Soru 2:** Aşağıda verilen diferansiyel denklem takımının başlangıç değerleri ve dır. Denklemi t=0’dan t=10’a kadar h=0.1 adım büyüklüğünü kullanarak çözünüz.

1. Euler yöntemi ile çözünüz.
2. Dördüncü dereceden Runge Kutta yöntemi ile çözünüz.

**Çözüm 2:**



Euler RK4th

y\_1(10) y\_2(10) y\_1(10) y\_2(10)

-1.2658 -2.7240 -2.0083 0.0327

EKLER:

Ek 1: Çözümün Matlab Kodu

clear all; close all;

for h=[0.5 0.1]

 if h==0.5

 l='--'

 else

 l='-'

 end

x=0:h:1;

y=zeros(1,length(x));y(1)=1;

dydx=(1+2\*x(1))\*sqrt(y(1));

for i=1:length(x)

 y\_analitik(i)=(((x(i)+x(i)^2+2)^2)/4);

end

y\_euler(1)=y(1);

for i=1:length(x)-1

 dydx=(1+2\*x(i))\*sqrt(y\_euler(i));

 y\_euler(i+1)=y\_euler(i)+dydx\*h;

end

y\_heun(1)=y(1);

for i=1:length(x)-1

 dydx=(1+2\*x(i))\*sqrt(y\_heun(i));

 y0=y\_heun(i)+dydx\*h;

 dydx1=(1+2\*x(i+1))\*sqrt(y0);

 fi=(dydx+dydx1)/2;

 y\_heun(i+1)=y\_heun(i)+fi\*h;

end

y\_ralston(1)=y(1);

for i=1:length(x)-1

 dydx=(1+2\*x(i))\*sqrt(y\_ralston(i));

 dydx1=(1+2\*(x(i)+3/4\*h))\*sqrt(y\_ralston(i)+3/4\*h\*dydx);

 fi=(1/3\*dydx+2/3\*dydx1);

 y\_ralston(i+1)=y\_ralston(i)+fi\*h;

end

y\_rk(1)=y(1);

for i=1:length(x)-1

 dydx=(1+2\*x(i))\*sqrt(y\_rk(i));

 dydx1=(1+2\*(x(i)+1/2\*h))\*sqrt(y\_rk(i)+1/2\*h\*dydx);

 dydx2=(1+2\*(x(i)+1/2\*h))\*sqrt(y\_rk(i)+1/2\*h\*dydx1);

 dydx3=(1+2\*(x(i)+h))\*sqrt(y\_rk(i)+h\*dydx2);

 fi=1/6\*(dydx+2\*dydx1+2\*dydx2+dydx3);

 y\_rk(i+1)=y\_rk(i)+fi\*h;

end

plot(x,y\_euler,x,y\_heun,x,y\_ralston,x,y\_rk,'Linestyle',l);hold on;

%legend(sprintf('y\_{Euler} h=%0.5f',h),sprintf('y\_{Heun} h=%0.5f',h),sprintf('y\_{Ralston} %0.5f',h),sprintf('y\_{RK4th} h=%0.5f',h));hold on;

T = table(x',y\_analitik',y\_euler',y\_heun',y\_ralston',y\_rk','VariableNames',{'x','y\_analitik','y\_euler','y\_heun','y\_ralston','y\_rk'})

end

plot(x,y\_analitik,'k-','linewidth',2);hold on;

legend('y\_{Euler} h=0.5','y\_{Heun} h=0.5','y\_{Ralston} h=0.5','y\_{RK4th} h=0.5','y\_{Euler} h=0.1','y\_{Heun} h=0.1','y\_{Ralston} h=0.1','y\_{RK4th} h=0.1','y\_{Analitik}')

title('Yöntemlerin Karşılaştırılması');ylabel('y');xlabel('x');

% 2. soru

%Euler ve Klasik Runge Kutta

%dy1/dt=y2

%dy2/dt=(1-y1^2)\*y2-y1

clear all;

t=0;y10=2;y20=0;h=0.1;

T=(0:h:10);b=length(T);

YE=zeros(length(T),2);YE(1,:)=[y10 y20];

for i=1:b-1

t=T(i);y=YE(i,:);

 k11=y(2);

 k12=(1-y(1)^2)\*y(2)-y(1);

 YE(i+1,1)=YE(i,1)+k11\*h;

 YE(i+1,2)=YE(i,2)+k12\*h;

end

Y=zeros(length(T),2);Y(1,:)=[y10 y20];

for i=1:b-1

t=T(i);y=Y(i,:);

 k11=y(2);

 k12=(1-y(1)^2)\*y(2)-y(1);

t=T(i)+h/2;y=[Y(i,1)+k11\*h/2 Y(i,2)+k12\*h/2];

 k21=y(2);

 k22=(1-y(1)^2)\*y(2)-y(1);

t=T(i)+h/2;y=[Y(i,1)+k21\*h/2 Y(i,2)+k22\*h/2];

 k31=y(2);

 k32=(1-y(1)^2)\*y(2)-y(1);

t=T(i)+h;y=[Y(i,1)+k31\*h Y(i,2)+k32\*h];

 k41=y(2);

 k42=(1-y(1)^2)\*y(2)-y(1);

 Y(i+1,1)=Y(i,1)+1/6\*(k11+2\*k21+2\*k31+k41)\*h;

 Y(i+1,2)=Y(i,2)+1/6\*(k12+2\*k22+2\*k32+k42)\*h;

end

figure;

plot(T,YE,T,Y);hold on;

legend('y\_1 Euler','y\_2 Euler','y\_1 RK4th','y\_2 RK4th')

hold off

title('Yöntemlerin Karşılaştırılması');ylabel('y\_1, y\_2');xlabel('Zaman');

disp('Euler RK4th')

disp('y\_1(10) y\_2(10) y\_1(10) y\_2(10)')

Son=[YE(end,1) YE(end,2) Y(end,1) Y(end,2)];

disp(Son)