

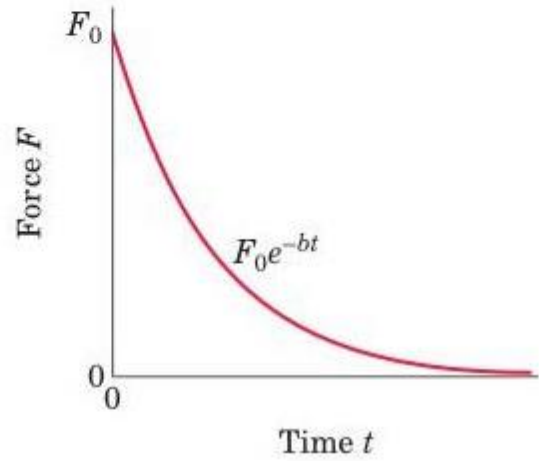
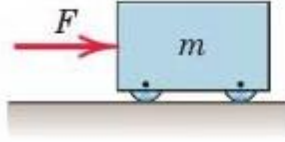
Impuls and Momentum Problemleri:

Problem 1: (Kitaptan 204.

Problem) m kütleli araba, ani çarpma darbesini temsil eden üssel olarak azalan bir F kuvvetinin etkisi altındadır.

Eğer $t = 0$ anında araba durgun durumda ise bu kuvvet altında arabanın **hız ve konum** fonksiyonlarını zamana bağlı elde edin.

t' 'nin en büyük değerinde v 'nin değeri nedir.



Çözüm 1:

$$\int_0^t F dt = m \int a dt = m \int \frac{dv}{dt} dt = m \int_0^v dv$$

$$\int_0^t F dt = \int_0^t F_0 e^{-bt} dt = m \int_0^v dv$$

$$-\frac{F_0}{b} e^{-bt} \Big|_0^t = mv \Rightarrow \frac{F_0}{b} (1 - e^{-bt}) = mv$$

$$v = \frac{F_0}{mb} (1 - e^{-bt})$$

$$v = \frac{ds}{dt} \Rightarrow \int ds = \int v dt = \frac{F_0}{mb} \int_0^t (1 - e^{-bt}) dt$$

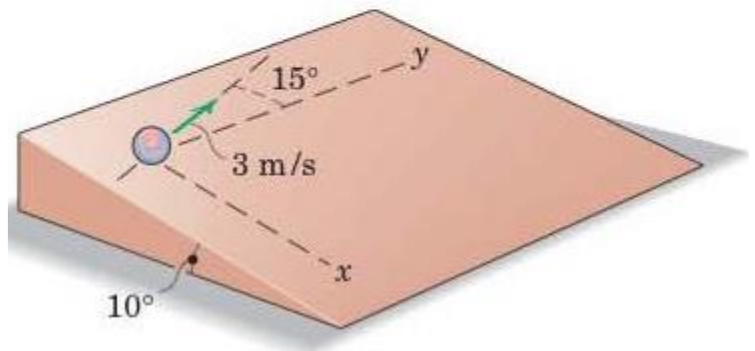
$$\Rightarrow s = \frac{F_0}{mb} \left(t + \frac{e^{-bt}}{b} \right) \Big|_0^t = \frac{F_0}{mb} \left(-\frac{1}{b} + t + \frac{e^{-bt}}{b} \right)$$

$$s = \frac{F_0}{mb} \left(-\frac{1}{b} + t + \frac{e^{-bt}}{b} \right)$$

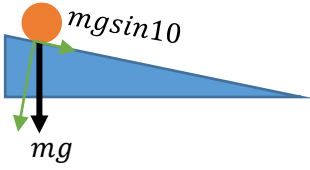
$$v = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{F_0}{mb} (1 - e^{-bt}) = \frac{F_0}{mb}$$

Problem 2: (Kitaptan 213. problem) Hızının

büyüklüğü 3 m/s olan küçük bir bilye şekilde gösterildiği gibi y-ekseniyle 15° açı yapacak yöndedir. Hareketin gerçekleştiği düzlem eğimlidir ve bu eğim 10° dir. Bilyenin hızının büyüklüğü 2 s. sonra ne olur.



Çözüm 2:



$$v = -3\sin 15\mathbf{i} + 3\cos 15\mathbf{j}; F = mg\sin 10\mathbf{i}; \Delta t = 2;$$

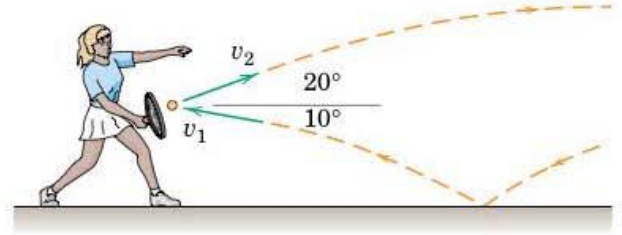
$$F\Delta t = m(v_2 - v_1) \Rightarrow 2mg\sin 10\mathbf{i} = mv_2 - mv_1$$

$$2g\sin 10\mathbf{i} - 3\sin 15\mathbf{i} + 3\cos 15\mathbf{j} = v_2$$

$$2.63\mathbf{i} + 2.90\mathbf{j} = v_2$$

$$v_2 = 3.91 \text{ m/s}$$

Problem 3 (222. Soru) Tenis oyuncusu 60 g'lık top yükselişini $v_1 = 15 \text{ m/s}$ hızı ile sürdürürken topa vuruyor ve topun $v_2 = 22 \text{ m/s}$ hızına sahip olmasına ve yönünü değiştirmesine neden oluyor. Raket ile top arasındaki temas zamanı $\Delta t = 0.05 \text{ s}$ sürdüğüne göre raketten topa uygulanan ortalama kuvvetin büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.



Çözüm 3:

$$v_1 = 15(-\cos 10\mathbf{i} + \sin 10\mathbf{j});$$

$$v_2 = 22(\cos 20\mathbf{i} + \sin 20\mathbf{j})$$

$$m = 60 \text{ g} = 0.06 \text{ kg}; \Delta t = 0.05 \text{ s}$$

$$(R - mg)\Delta t = m(v_2 - v_1) \Rightarrow R = \frac{1}{\Delta t}m(v_2 - v_1)$$

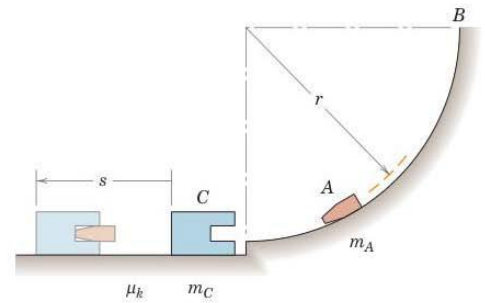
$$R = \frac{1}{0.05}0.06[22(\cos 20\mathbf{i} + \sin 20\mathbf{j}) - (15(-\cos 10\mathbf{i} + \sin 10\mathbf{j}))] + 0.06 * 9.81\mathbf{j}$$

$$R = 42.53\mathbf{i} + 6.49\mathbf{j}$$

$$R = \sqrt{42.53^2 + 6.49^2} = 43 \text{ N}$$

$$\tan \beta = \frac{6.49}{42.53} \Rightarrow \beta = \text{atan}\left(\frac{6.49}{42.53}\right) = 8.68^\circ$$

Problem 4 (220. Soru) Silindirik m_A kütleli bir parça şekilde gösterilen B noktasından durgun durumda iken serbest bırakılıyor ve düzgün yüzeyde kayarak m_C kütleli kütükteki yuvasına yerleşiyor. Yatay yüzeyin sürtünme katsayısı μ_k olduğuna göre birleşik malzemenin çarpışmadan sonra kat edeceği s mesafesi için bir fonksiyon yazın.



Çözüm 4.

Çarpışmadan hemen önce silindirik parçanın hızı

$$\frac{1}{2}m_A v_A^2 = m_A g r \Rightarrow v_A = \sqrt{2gr}$$

Çarpışma sonrası momentumun korunumundan

$$G_1 = G_2 \Rightarrow m_A v_A = (m_A + m_C) v_B \Rightarrow v_B = \frac{m_A v_A}{m_A + m_C}$$

$$v_B = \frac{m_A \sqrt{2gr}}{m_A + m_C}$$

Birleşik cisme etkiyen toplam kuvvet – ivme ilişkisi yazılırsa

$$-\mu_k (m_A + m_C) g = (m_A + m_C) a \Rightarrow a = -\mu_k g$$

$$\int ads = \int v dv$$

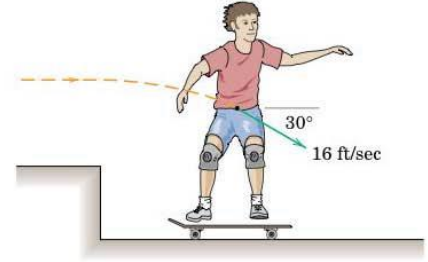
$$-\mu_k g \int_0^s ds = \int_{v_B}^0 v dv \Rightarrow s = \frac{v_B^2}{2\mu_k g}$$

v_B hızı için daha önce bulduğumuz değer yerine yazılırsa

$$s = \frac{\left(\frac{m_A \sqrt{2gr}}{m_A + m_C} \right)^2}{2\mu_k g}$$

Fonksiyonu bulunur.

Problem 5: (223. soru) 80 lb ağırlığındaki çocuk koşarak şekilde gösterilen yöndeki $v = 16 \text{ ft/s}$ hızla duran 10 lb ağırlığındaki kaykayının üzerine atlıyor. Eğer çarpışma anı 0.05 s sürerse çarpışma sonrasında oluşacak, kaykayla çocuk çiftinin yatay hızını bulunuz. Ayrıca çarpışma anında oluşacak toplam normal kuvveti hesaplayınız.



Çözüm 5.

$$v = 16(\cos 30i - \sin 30j)$$

$$W\Delta t = (m_k + m_c)v_2 - m_c v_1$$

$$-80 * 0.05j = \frac{80 + 10}{32.2} v_2 - \frac{80}{32.2} v_1$$

$$-(80 * 0.05 * 32.2)j = 90v_2 - 80v_1$$

$$-(80 * 0.05 * 32.2 + 80 * 16 \sin 30)j + 80 * 16 * \cos 30i = 90v_2$$

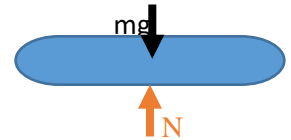
$$v_2 = 12.32i - 8.54j$$

Kaykay ve çocuk çiftinin yatay hızı 12.32 ft/s dir.

Hemen çarpışma öncesi kaykayın serbest cisim diyagramını çizerek

$$\sum F_y \Delta t = m(v_{2y} - v_{1y}) \Rightarrow (N - (m_c + m_k)g)\Delta t = m_c v_{1y}$$

$$N = 488 \text{ lb.}$$



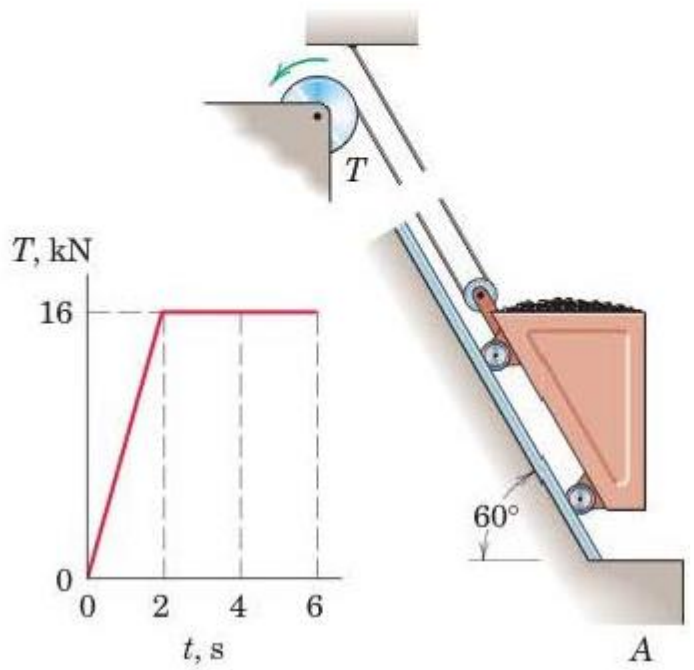
Problem 6: (224. problem) Yüklü maden arabasının dolu ağırlığı 3 Mg. Makara sisteminin ucuna bağlı motorun ipte oluşturduğu gerilim T dir. A'dan durgunluktan motorun etkisiyle harekete başlayan maden arabasının $t = 6$ s sonraki hızı sorulmaktadır. Motorun yarattığı gerilimin zamana bağlı değişimi grafikte verilmektedir. Sürtünmeler ihmal edilecektir.

Not:

(0 – 2)s aralığında $T = 8t$ bunu doğru denklemden hesaplayabiliriz.

$$\frac{16}{2} = \frac{16 - T}{2 - t} \Rightarrow T = 8t \text{ kN}$$

(2 – 6)s aralığında ise $T = 16$ kN yani sabit



Çözüm 6:

Harekete başlama zamana $2T - mg\sin 60 = 0$

$$T = 12.74$$

$$t = \frac{12.74}{8} = 1.593 \text{ s.}$$

$$\Sigma F_t = 2T - mg\sin 60$$

$$\int_{1.593}^t \Sigma F_t = m(v_2 - v_1)$$

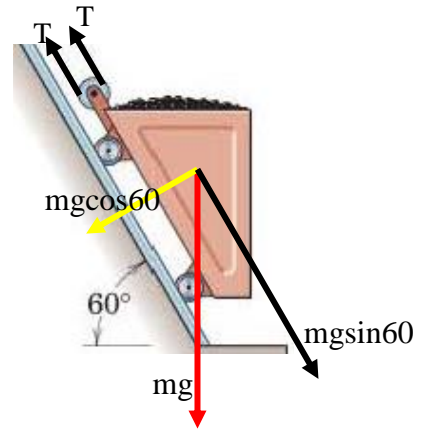
$$v_2 = \frac{1}{3000} \left[\int_{1.593}^t (2T - mg\sin 60) dt \right]$$

$$v_2 = \frac{1}{3000} \left[\int_{1.593}^2 (2 * 8000t - mg\sin 60) dt + \int_2^6 (32000 - mg\sin 60) dt \right]$$

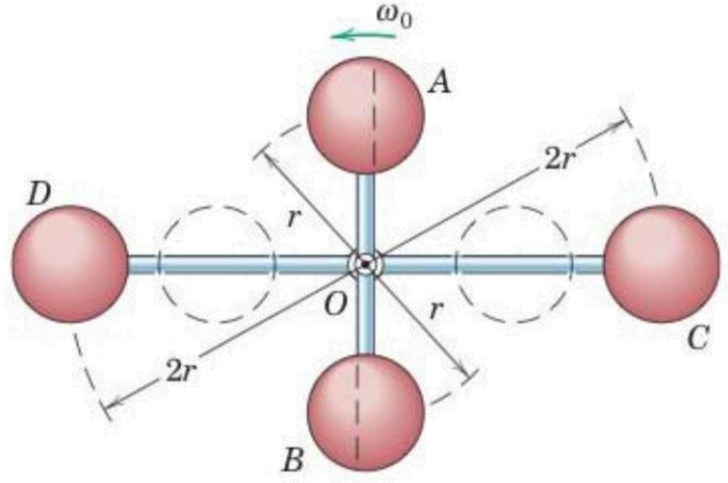
$$v_2 = \frac{1}{3000} \left[\int_{1.593}^2 16000t dt + \int_2^6 32000 dt - \int_{1.593}^6 (mg\sin 60) dt \right]$$

$$v_2 = \frac{1}{3} \int_{1.593}^2 16t dt + \frac{1}{3} \int_2^6 32 dt - \int_{1.593}^6 8.4957 dt \Rightarrow \frac{1}{3} (8t^2|_{1.593}^2 + 32(6 - 2)) - 8.4957(6 - 1.593)$$

$$v_2 = 9.13 \text{ m/s}$$



Soru 7 (238. soru) Şekilde görülen dört kürenin kütlesi m ve parçacık gibi düşünülebilir boyutlardadır. A ve B ağırlıksız bir çubuğun iki ucuna bağlanmışlardır ve O noktasına göre dik eksen etrafında başlangıçta ω_0 açısal hızı ile dönmektedir. Başlangıçta durgun durumdaki C ve D küreleri ile birleştiklerinde, bütün küreler birlikte ω açısal hızla dönmeye başlamıştır. Sürtünmeler ihmal edilebilir büyüklüktedir. ω 'yı ifade eden bir fonksiyon yazınız. Kinetik enerji kaybı yüzdesini bulunuz.



Çözüm 7.

$$(H_0)_1 = (H_0)_2$$

$$H_0 = r \times mv; v_A = v_B = \omega_0 r; (H_0)_1 = 2m\omega_0 r^2$$

$$v_C = v_D = 2\omega r$$

$$(H_0)_2 = 2m\omega r^2 + 2 * 2r * 2m\omega r = 10m\omega r^2$$

$$\omega = \frac{1}{5} \omega_0$$

$$T_1 = 2 * \frac{1}{2} m \omega_0^2 r^2 = m \omega_0^2 r^2$$

$$T_2 = 2 * \left[\frac{1}{2} m \left(\frac{\omega_0 r}{5} \right)^2 + \frac{1}{2} m \left(\frac{2\omega_0 r}{5} \right)^2 \right] = \frac{5}{25} m \omega_0^2 r^2 = \frac{1}{5} m \omega_0^2 r^2$$

$$n = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \times 100 = 80\%$$

Soru 8 (243. Soru) Şekildeki eğik atış hareketi sırasında O noktası etrafında açısal momentumun büyüklüğünü fırlatılan cismin kütlesi m ise

- Hemen fırlatma anında
- Yere çarptığında

Hesaplayınız.



Çözüm 8:

$$\vec{H}_0 = \vec{r} \times m\vec{v}$$

a.) Başlangıçta $\vec{r} = 0$ dolayısıyla $\vec{H}_0 = 0$

b.)

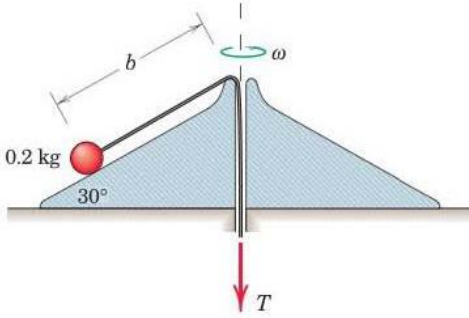
$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow v - v_0 = -gt \Rightarrow t = \frac{v_0 \sin \theta}{g}$$

$$\vec{OA} = 2 * t * v_0 \cos \theta = \frac{(2v_0^2 \cos \theta \sin \theta)}{g}$$

$$\vec{v} = v_0 \cos \theta \vec{i} - v_0 \sin \theta \vec{j}$$

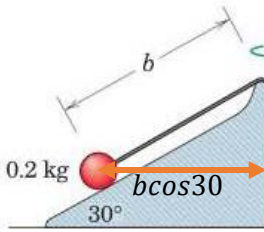
$$\vec{r} = \frac{(2v_0^2 \cos \theta \sin \theta)}{g} \vec{i}$$

$$\vec{H}_0 = \vec{r} \times m\vec{v} = \frac{2mv_0^3 \cos \theta \sin^2 \theta}{g}$$



Soru 9 (241. soru) Ucuna ip bağlanmış 0.2 kg'lık top şekilde görülen pozisyonda $b = 300 \text{ mm}$ 'de ipe uygulanan T gerilmesi ile sabit tutulmaktadır. Bu sırada yüzeyi pürüzsüz $\omega = 4 \text{ rad/s}$ büyüklüğünde açısal hız ile dönmektedir. Eğer T artırılarak $b = 200 \text{ mm}$ indirilirse yeni açısal hız ve sisteme T tarafından yapılan $U'_{1,2}$ işini bulunuz.

Çözüm 9.



$$(H_0)_1 = (H_0)_2$$

$$(H_0)_1 = r \times mv = m(b_1 \cos 30)^2 \omega_0 = 0.2(0.3 \cos 30)^2 4 = 0.054$$

$$(H_0)_2 = r \times mv = m(b_2 \cos 30)^2 \omega = 0.2(0.2 \cos 30)^2 \omega = 0.006\omega$$

$$0.054 = 0.006\omega \Rightarrow \omega = 9 \text{ rad/s}$$

$$U'_{1,2} = \Delta T + \Delta V_g$$

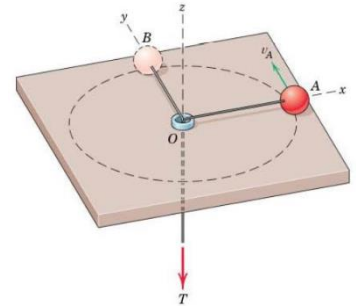
$$\Delta T = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) = 0.1[(0.2 \cos 30 * 9)^2 - (0.3 \cos 30 * 4)^2] =$$

$$\Delta T = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) = 0.1 \cos^2 30 [(1.8)^2 - (1.2)^2] = 0.135 \text{ J}$$

$$\Delta V_g = 0.2 * 9.81 * 0.1 \sin 30 = 0.0981 \text{ J}$$

$$U'_{1,2} = \Delta T + \Delta V_g = 0.233$$

Soru 10 (249. soru) 1.5 lb küreyatay düzlemde hareket ediyor ve bir ip ile kontrol ediliyor. Kürenin döndüğü yolun fonksiyonu $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Küre A noktasından geçerken hızı $v_A = 8 \text{ ft/s}$ ise B noktasına geldiğinde T 'de oluşacak gerilmeyi bulunuz.



Çözüm 10:

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \Rightarrow @y = 0; x = 5 \text{ \& } @x = 0; y = 4$$

$$H_{01} = H_{02} \Rightarrow m * 5v_A = m * 4v_B \Rightarrow v_B = 10 \text{ ft/s}$$

$$\sum F_n = T = \frac{mv_B^2}{\rho}$$

$$\rho = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}}$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \Rightarrow y = 4 \left[1 - \left(\frac{x}{5}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{dy}{dx} = 2 \left[1 - \left(\frac{x}{5}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \left(-\frac{2x}{25}\right); @x = 0; \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = - \left[1 - \left(\frac{x}{5}\right)^2\right]^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{2x}{25}\right)^2 - \frac{4}{25} \left[1 - \left(\frac{x}{5}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} @x = 0; \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{4}{25}$$

$$\rho = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}} = -6.25$$

$$\Sigma F_n = T = \frac{1.5 \cdot 10^2}{32.2 \cdot 6.25} = 0.745 \text{ lb}$$