



Öğrenci No :

İsim Soyisim :

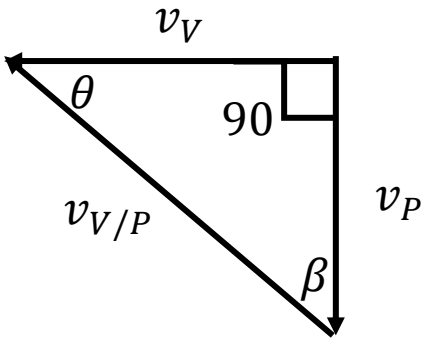
Sınav Süresi:110 dakika; tüm soruların ağırlığı eşittir.

### SORULAR

#### Soru 1:

Kurmalı oyuncak arabalar, kare şeklinde bir oyun pistinde yarışırılmaktadır. İki araç arasındaki mesafe gösterilen anda 1 m dir. Arabalar birbirlerine doğru yaklaşırken mesafe değişmekte ancak  $\theta$  açısı hep sabit kalmaktadır ve  $\theta = 36^\circ$  dir. Vosvosun hızı 0.3 m/s dir. Çarpışmanın ne zaman gerçekleşeceğini ve Porchenin hızını bulunuz.

#### Çözüm 1:



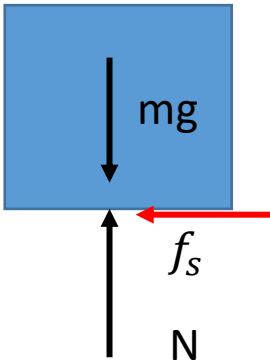
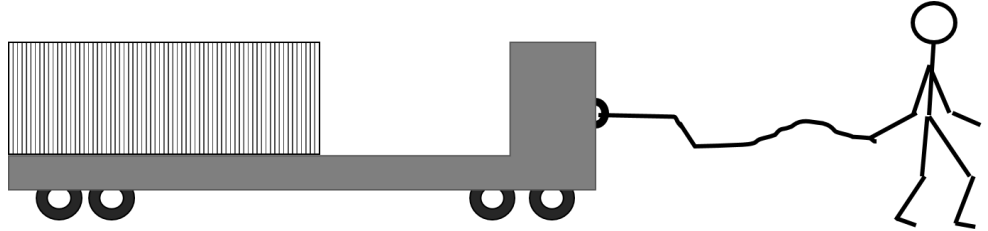
$$\frac{v_{V/P}}{\sin 90} = \frac{v_V}{\sin \beta} \Rightarrow v_{V/P} = 0.37 \frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$t = \frac{yol}{hız} = \frac{1 m}{0.37 m/s} = 2.69 s$$

$$v_P = \sqrt{v_{V/P}^2 - v_V^2} = 0.216 m/s$$

#### Soru 2:

Çocuk kaykayının üzerine yerleştirdiği cismin kaykayın üzerinde kaymasını istiyor. Kaykayla cisim arasındaki statik sürtünme katsayısı 0.3 olduğuna göre, kaymanın başlaması için çocuğun koşması gereken hızı bulunuz.



$$\sum F = ma_x \Rightarrow mg\mu = ma_x \Rightarrow a_x = g\mu = 9.81 * 0.3 = 2.943 m/s^2$$

Çocuğun bu ivmeye ulaşması için

$$a_x = \frac{dv}{dt} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow v - 0 = a_x \Delta t$$

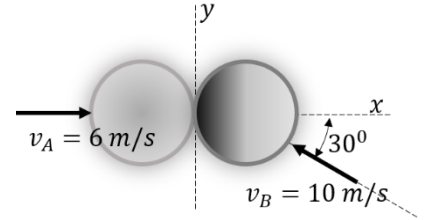
İnsan hareketi için makul bir zaman olarak  $\Delta t = 1 s$  kabulünü yaparsak

$$v = 2.943 \frac{m}{s}$$

Bir çocuk 1 saniyede yaklaşık 3 metre koşabilir dolayısıyla kutuyu kaydırmayı başarabilir.

**Soru 3:**

İki bilye şekilde verilen hızlarda hareket etmekte iken çarpışmaktadır. Bilyelerin geri sıçrama katsayısı  $e = 0.75$  ise çarpışmadan sonraki hız ve yönelimlerini belirleyiniz ( $v'_A, v'_B, \theta_A, \theta_B$ ).



Dört bilinmeyen var dört denklem yazılmalı ancak, en baştan A bilyesinin doğrultusunun değişmeyeceğini biliyoruz. A bilyesinin teğetsel yönde hızı yok.

Teğetsel yönde hızların değişmeyeceğini (y-yönünde) biliyoruz.  $v'_{Ay} = 0$  ve  $v'_{By} = v_B \sin 30 = 5 \text{ m/s}$

Normal yönde momentumun korunumunu yazarsak;

$$mv_{Ax} + mv_{Bx} = mv'_{Ax} + mv'_{Bx}$$

$$6 - 10 \cos 30 = v'_{Ax} + v'_{Bx} \quad (1)$$

$$e = \frac{v'_{Bx} - v'_{Ax}}{v_{Ax} - v_{Bx}} \Rightarrow 0.75 * (6 - (-10 \cos 30)) = v'_{Bx} - v'_{Ax}$$

$$4.5 + 7.5 \cos 30 = v'_{Bx} - v'_{Ax} \quad (2)$$

(1) Ve (2) denklemi birlikte çözümlürse;

$$10.5 - 2.5 \cos 30 = 2v'_{Bx} \Rightarrow v'_{Bx} = 4.1675 \text{ m/s}$$

(2) Denklemden  $v'_{Ax} = -6.8276 \text{ m/s}$

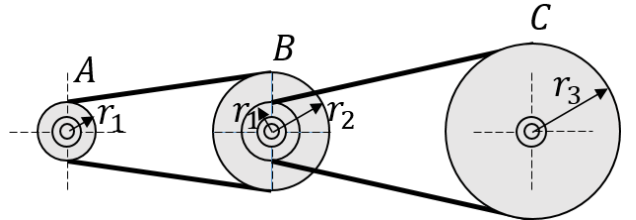
A bilyesi  $v'_A = 6.8276 \frac{m}{s}$  hızla geldiği yönün tersine doğrultusu değişmeksizin hareket eder.

B bilyesinin bileşke hızı  $v'_B = \sqrt{(v'_{Bx})^2 + (v'_{By})^2} = 6.51 \text{ m/s}$

$$\tan \theta_B = \frac{v'_{By}}{v'_{Bx}} = \frac{5}{4.1675} \Rightarrow \theta_B = 50.1888^\circ$$

**Soru 4:**

Şekilde görülen birleşik kayış kasnak sisteminde A kasnağının yarıçapı  $r_1 = 0.1 \text{ m}$  dir. B kasnağı  $r_1 = 0.1$  ve  $r_2 = 0.2 \text{ m}$  yarıçaplı iki kasnaktan oluşan birleşik bir kasnaktır. C kasnağının yarıçapı  $r_3 = 0.3 \text{ m}$  dir. Eğer A kasnağı durgunluktan  $\alpha_A = 3 \text{ rad/s}^2$  açısal ivmesinin etkisi ile harekete başlarsa kaç saniye sonra C kasnağının açısal hızı  $1 \text{ rad/s}$  olur.



$$\omega_A = \alpha_A t$$

$$\omega_A r_1 = \omega_B r_2$$

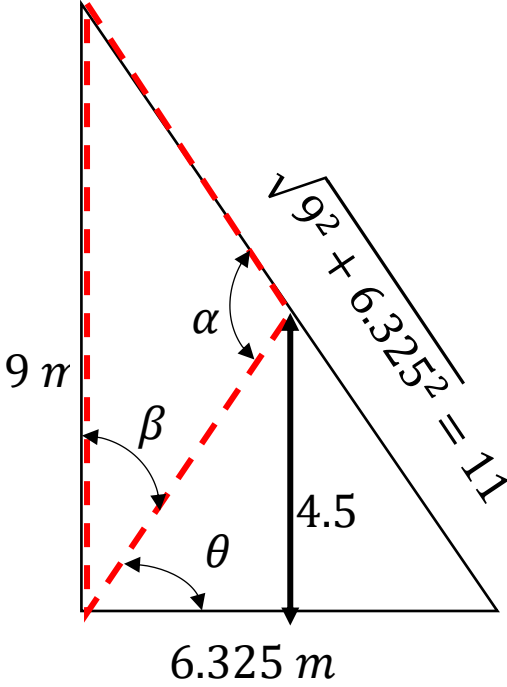
$$\omega_C r_3 = \omega_B r_1$$

$$\frac{\omega_C r_3}{\omega_A r_1} = \frac{\omega_B r_1}{\omega_B r_2} \Rightarrow \omega_C = \omega_A \frac{r_1^2}{r_2 r_3} \Rightarrow \omega_C = \alpha_A t \frac{r_1^2}{r_2 r_3}$$

$$\omega_C = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 3t \frac{0.1^2}{0.2 * 0.3} \Rightarrow t = 2 \text{ sn sonra}$$

**Soru 5:**

12 m uzunluğunda açılır kapanır köprü sisteminin ağırlığı 100 kg dır. Köprünün dönme noktasına göre jirasyon yarıçapı 0.5 m dir. Köprü tam ortasından bağlanan yayla olağan koşullarda askıda tutulmaktadır. Gerekli olduğunda dönme noktasından uygulanan M momenti aracılığıyla açılmaktadır. Yayın nominal uzunluğu 4.75 m ve yay sabiti  $k=500$  N/m dir. Şekilde görünen askı pozisyonunda, köprünün ağırlığının etkisi altında yay 1.25 m gerilmiş durumdadır. Köprü açık konuma gelmeden hemen önceki açısal hızı  $\omega = 0.4$  rad/s ise köprünün açılmasını sağlayan sabit M momentini hesaplayınız.



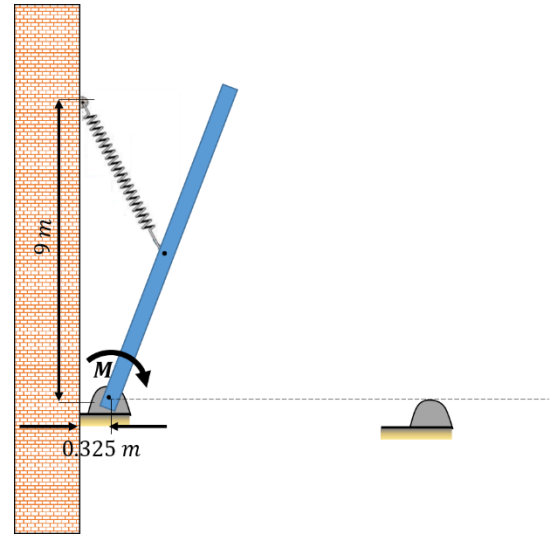
$$\alpha = 97.18^\circ \Rightarrow \beta = 41.4^\circ \Rightarrow \theta = 48.59^\circ = 0.848 \text{ rad}$$

$$U = M \int_{0.848}^0 d\theta = M(0 - 0.848) = -0.848M$$

$$-0.848M = \Delta T + \Delta V_g + \Delta V_e$$

$$-0.848M = 5859.35 \text{ J} - 4414.5 \text{ J} + 2 \text{ J}$$

$$M = -1706 \text{ Nm}$$



$$U'_{1-2} = \Delta T + \Delta V_g + \Delta V_e$$

Yayın nominal boyu; 4.5 m İlk durumdaki uzama  $l_1 = 1.25$  m ikinci durumda ki uzama  $l_2 = 11 - 6 = 5$  m

$$\Delta V_e = \frac{1}{2}k(l_2^2 - l_1^2) = 250(5^2 - 1.25^2) = 5859.35 \text{ J}$$

$$\Delta h = -4.5 \text{ m}$$

$$\Delta V_g = mg\Delta h = 100 * 9.81 * (-4.5)$$

$$\Delta V_g = -4414.5 \text{ J}$$

$$I = mk_0^2 = 25 \text{ kgm}^2$$

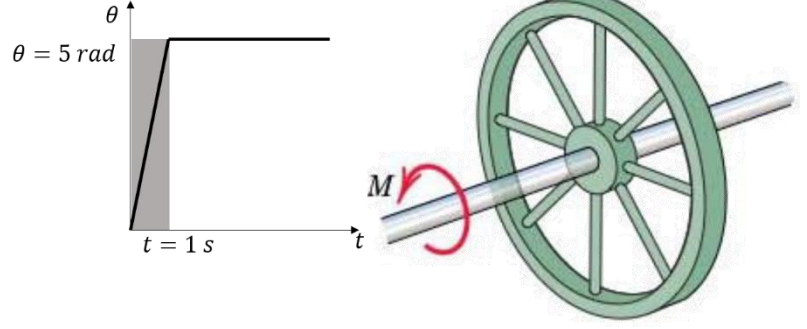
$$\Delta T = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}25 * 0.4^2 = 2$$

Momentin yaptığı iş  $dU = Md\theta$

$$9^2 = 6^2 + 6^2 - 2 * 6 * 6 * \cos\alpha \Rightarrow$$

**Soru 6:**

75 kg 'lık volanın şaft eksenindeki jirasyon yarıçapı  $k = 0.5 m$  dir. Açısal konumun zamana bağlı değişimi yandaki grafikte verilmektedir. Volan, açısal konumun fonksiyonu olarak verilen momentin etkisi ile  $M = 2(1 - e^{-0.1\theta}) Nm$  durgunluktan harekete başlamıştır, volanın  $t = 3 s$  sonraki açısal hızını belirleyiniz.



İlk 1 s. de  $\theta = 5t$

Daha sonraki zamanlar için  $\theta$  sabit

ve  $\theta = 5 rad$

$$M = I\alpha \Rightarrow \alpha = M/I$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \alpha \Rightarrow d\omega = \alpha dt$$

$$\int_0^3 d\omega = \int_0^1 \alpha dt + \int_1^3 \alpha dt = \frac{1}{I} \left( \int_0^1 M dt + \int_1^3 M dt \right)$$

$$I = mk_0^2 = 75 * 0.5^2 = 18.75 kgm^2 \Rightarrow \frac{1}{I} = 0.0533$$

İlk 1 s. de  $\theta = 5t \Rightarrow M = 2(1 - e^{-0.5t})$

Daha sonraki zamanlar için  $\theta$  sabit ve  $\theta = 5 rad \Rightarrow M = 2(1 - e^{-0.5}) = 0.7869 Nm$

$$\omega = 0.0533 \left( \int_0^1 (2 - 2e^{-0.5t}) dt + \int_1^3 0.7869 dt \right)$$

$$\omega = 0.0533(2(1 - 0) + 4e^{-0.5} - 4e^0 + 0.7869(3 - 1)) = 0.106 rad/s$$