

MAK209 DİNAMİK
KISA SINAV 4
09/12/2019
Dr. Nurdan Bilgin

Formüller:

$$v = \frac{ds}{dt}; a = \frac{dv}{dt}; ads = vdv; \omega = \frac{d\theta}{dt}; \alpha = \frac{d\omega}{dt}; \alpha d\theta = \omega d\omega;$$

$$v = \omega \times r; a = (\alpha \times r) + (\omega \times \omega \times r)$$

$$\sum F = ma; f_s = \mu N;$$

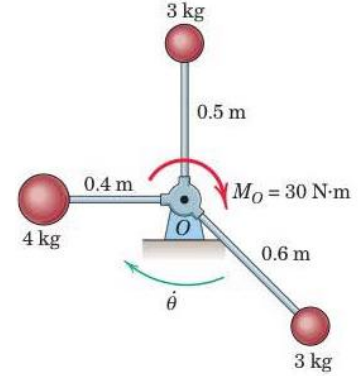
$$U_{1,2} = \Delta T + (\Delta V_g + \Delta V_e); V_e = \frac{1}{2}k\delta^2; V_g = mgh; T = \frac{1}{2}mv^2; \text{Enerjinin Korunumu}; \Delta T + (\Delta V_g + \Delta V_e) = 0$$

$$G = mv; H = r \times mv; e = \frac{v'_2 - v'_1}{v_1 - v_2}$$

$$\text{İmpuls-Momentum İlişkisi } \int_{t_1}^{t_2} \sum \vec{F} dt = \Delta \vec{G}; \text{ Momentumun korunumu}; \Delta G = 0; G_1 = G_2$$

$$\text{Moment-Açısal Momentum İlişkisi } \int_{t_1}^{t_2} \sum \vec{M} dt = \Delta \vec{H}; \text{ Açısal Momentumun korunumu}; \Delta H = 0; H_1 = H_2$$

Soru 1: Kütleleri ve merkeze uzaklıkları birbirinden farklı üç top şekilde gösterildiği gibi ağırlıkça önemsiz rijid bağlantı ile bağlıdır. Toplar $\omega = \dot{\theta} = 15 \text{ rad/s}$ açısal hızı ile dönerken, açısal hızın iki katına çıkması için kaç saniye boyunca 30 Nm'lik momente maruz kalmalıdır, şebelirleyiniz.



$$\int_{t_1}^{t_2} \sum \vec{M} dt = \Delta \vec{H}$$

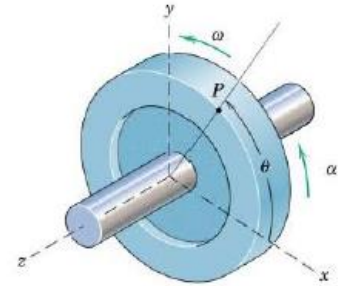
$$30 * t = \sum r_i \times m_i v_{2i} - \sum r_i \times m_i v_{1i}$$

$$v_{1i} = r_i \omega; v_{2i} = 2r_i \omega$$

$$30 * t = \sum m_i r_i^2 (2\omega - \omega)$$

$$30 * t = \{4 * 0.4^2 + 3 * 0.5^2 + 3 * 0.6^2\} (15) \Rightarrow t = 1.235 \text{ s.}$$

Soru 2: Şekildeki kasnağın yarıçapı 0.3 m'dir ve artan hızla dönmektedir. Açısal ivme ile açısal hız arasında $\omega = \alpha t + \omega_0$ ilişkisi vardır. Burada t saniye cinsinden zaman ifadesidir.



- $t = 0.5 \text{ s}$ sonunda $\theta = 90^\circ$ olduğu gözlenmekte ve bu noktadaki ivme $a = -1.8\mathbf{i} - 4.8\mathbf{j}$ olarak ölçülmektedir. Kasnağın açısal ivmesini, açısal hızını ve başlangıç açısal hızı ω_0 'ı bulunuz.
- Başlangıç ile P noktası $\theta = 60^\circ$ olana kadar geçen süreyi ve bu anda P noktasının ivmesini bulunuz. Kasnağın açısal ivmesi sabit olup sorunun ilk bölümünde bulunmuştu aynı şekilde başlangıç açısal hızı ω_0 ilk bölümde bulunduğu gibidir.

Çözüm:

$$a = (\alpha k \times 0.3j) + (\omega k \times \omega k \times 0.3j) = -1.8\mathbf{i} - 4.8\mathbf{j}$$

$$a = -0.3\alpha\mathbf{i} - 0.3\omega^2\mathbf{j} = -1.8\mathbf{i} - 4.8\mathbf{j}$$

$$\alpha = \frac{1.8}{0.3} = 6 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}; \omega^2 = \frac{4.8}{0.3} \Rightarrow \omega = 4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega = \alpha t + \omega_0 \Rightarrow 4 = 6 * 0.5 + \omega_0 \Rightarrow \omega_0 = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow (\alpha t + \omega_0) dt = d\theta \Rightarrow \int_0^t (\alpha t + \omega_0) dt = \int_0^{\frac{\pi}{3}} d\theta$$

$$\frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0 t = \frac{\pi}{3} \Rightarrow 3t^2 + t - \frac{\pi}{3} = 0 \Rightarrow t = 0.447209$$

$$\omega = at + \omega_0 = 6 * 0.447209 + 1 = 3.683254 \text{ rad/s}$$
$$r = r * \cos 60i + r * \sin 60j = \mathbf{0.15i + 0.2598j}$$

$$a_p = (6k \times (0.15i + 0.2598j)) + (3.683254 k \times 3.683254 k \times (0.15i + 0.2598j))$$
$$\mathbf{a_p = (0.9j - 1.5588i) + (-2.035i - 3.5245j) = -3.59i - 2.6245j}$$

yada

$$\mathbf{a_p = 4.447 m/s^2}$$