

MAK209 DİNAMİK
KISA SINAV 3 (Evde Yap Getir Sınav)
12/11/2019

Teslim Tarihi:13/11/2019 Ders Saati, Daha Sonra Teslim Edilen Sınavlar Kabul Edilmeyecektir.)
Dr. Nurdan Bilgin

Çerezler: (20 puan)

Soru 1: Namludan 600 m/s ilk hızla çıkan merminin öldürücülüğünü sürdüreceği maksimum menzil 2 km olarak belirlenmiştir. Bu menzile ulaştığında merminin hızı ilk hızının yarısına düşmektedir. Bu durumda sabit dış kuvvetler nedeniyle mermiye etkiyen yavaşlama ivmesini belirleyiniz.

Çözüm:

$$ads = vdv \Rightarrow a \int_0^{2000} ds = \int_{600}^{300} vdv \Rightarrow a(2000 - 0) = \frac{300^2 - 600^2}{2} \Rightarrow a = -67.5 \text{ m/s}^2$$

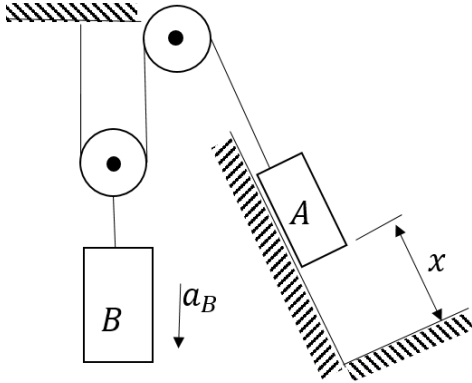
Soru 2: Birinci sorudaki mermi eğer $a = -0.175v$ yavaşlama ivmesi ile hareket ediyor olsa idi, merminin ilk hızının yarısına eriştiğinde geçecek zamanı ve katedilen mesafeyi bulunuz.

Çözüm:

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow \int_0^t dt = -\frac{1}{0.175} \int_{600}^{300} \frac{dv}{v} \Rightarrow t = -\frac{1}{0.175} (\ln 300 - \ln 600) = 3.96 \text{ s}$$
$$ads = vdv \Rightarrow a \int_0^s ds = \int_{600}^{300} vdv \Rightarrow s = -\frac{1}{0.175} (300 - 600) = 1714.28 \text{ m}$$

Soru 3: $a_B = 0.05 \text{ m/s}^2$ ise zeminden hareketle 1 sn sonra A cisminin katettiği x mesafesini bulunuz.

Çözüm:



$$2r_A + r_B = L \Rightarrow 2v_A + v_B = 0$$
$$\Rightarrow 2a_A + a_B = 0 \Rightarrow a_B = 0.1 \text{ m/s}^2$$
$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow a_B \int_0^1 dt = \int_0^v dv \Rightarrow v_B = 0.1 \text{ m/s}$$
$$v = \frac{ds}{dt} \Rightarrow v_B \int_0^1 dt = \int_0^s ds \Rightarrow x = 0.1 \text{ m}$$

Soru 4: 10 m yüksekten serbest bırakılan cismin yere çarpmadan hemen önceki hızı ne kadar olur.

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \Rightarrow v = \sqrt{2gh} \Rightarrow v = 14 \text{ m/s}$$

Soru 5: 3 kg kütleli cismin konum vektörü $\vec{r} = i + j + k \text{ (m)}$, hızı $\vec{v} = 3i + 5k \text{ (m/s)}$ olarak ölçülmektedir. Bu anda cisme etkiyen kuvvetin büyüklüğü $F = 3i + 4j + 2k \text{ (N)}$ dur. Cismin kinetik enerjisini, çizgisel omentumunu, açısal momentumunu ve açısal momentumun zamanla değişimini bulunuz.

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} * 3 * (3^2 + 5^2) = 51 \text{ J}$$

$$G = mv = 3(3i + 5k) = (9i + 15k) \text{ kg * m/s}$$

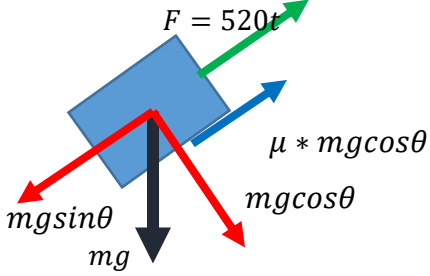
$$H = r \times mv = (i + j + k) \times (9i + 15k) = -15j - 9k + 15i + 9j = 15i - 6j - 9k$$

$$\dot{H} = r \times F = (i + j + k) \times (3i + 4j + 2k) = 4k - 2j - 3k + 2i + 3j - 4i = -2i + j + k$$

Problemler: (80 puan)

Soru 1: Şekilde gösterilen motor dönerek ipte $F = 520t$ Newton'luk bir kuvvet oluşturmaktadır. Bu kuvvet eğik düzlemde hareketsiz duran $m = 400 \text{ kg}$ kütleli bir cisimi hareket ettirmek için kullanılmaktadır. Motor çalışmaya başladıktan ne kadar zaman sonra kutu hareket etmeye başlar, Hareket başladıktan 2 saniye sonrasında kutunun ivmesi, hızı ve kat ettiği mesafeyi bulunuz. Burada t saniye, F kuvveti zamanın bir fonksiyonudur. Eğik düzlemin sürtünme katsayısı $\mu = 0.3$ dür.

Çözüm:



$t = 0$ anında kaymanın olmaması için $-mg \sin \theta + \mu * mg * \cos \theta = 0$ olmalıdır. Buradan $\mu = 0.41$ olması gerektiği sonucu çıkar oysa yüzeyin sürtünme katsayısı 0.3 olarak verilmiştir. O halde sistem durgunluktan serbest bırakıldığı andan itibaren uygulanan dış kuvvetin tersi yönde kayma başlayacaktır.

$$-mg \sin \theta + \mu * mg * \cos \theta + 520 * t = ma_1 \Rightarrow a_1 = 1.3t - 1.056$$

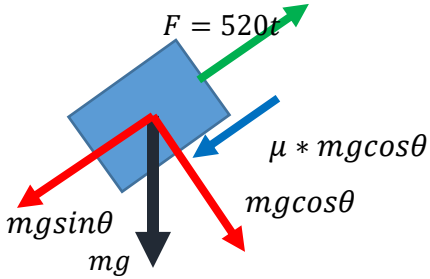
Kayma hareketi, harekete başladıktan sonra sistemin hızı

sıfır olana kadar devam eder.

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow v = 0 = -1.056t + \frac{1.3t^2}{2} \Big|_0^t \Rightarrow t = 1.625 \text{ s}$$

$$v = \frac{ds}{dt} \Rightarrow s = -\frac{1.056t^2}{2} + \frac{1.3}{6}t^3 \Big|_0^{1.625} = -0.464 \text{ m}$$

Diğer yönde tekrar harekete başlaması için geçmesi gereken zaman



$$-mg \sin \theta - \mu * mg * \cos \theta + 520 * t = 0 \\ t = 4.99 \cong 5 \text{ sn}$$

Dolayısıyla harekete başladıktan 2 sn sonra ivmesi ve hızı sıfır yer değiştirmesi ise $s = -0.464 \text{ m}$ dir.

Soru 2: $F=200 \text{ N}$ kuvvet ile çekilen 7 kg 'lık A kütlesi, yayı sıkıştırıyor. Yaydaki maksimum sıkışma 75 mm ise k yay sabiti kaçtır.

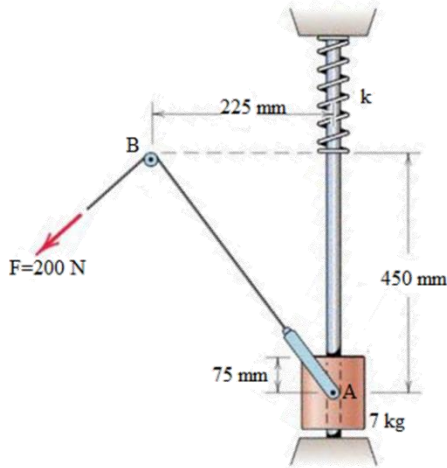
Çözüm:

Ders notlarında çözülmüş soru

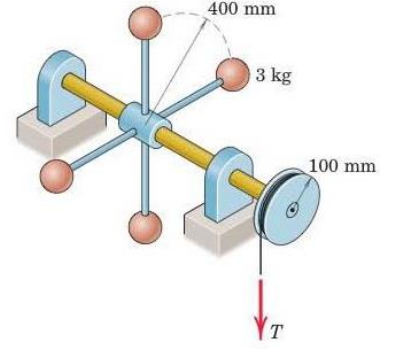
Çekilen ipin uzunluğu

$$l = \sqrt{0.45^2 + 0.225^2} - 0.225 = 0.275 \text{ m}$$

$$U_{1-2} = 0.275 * F = mgh + \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow k = 8.57 \text{ kN}$$



Soru 3: Aşağıda verilen sistem $T=50$ N kuvvet ile döndürülürse 10 sn sonunda dönen kütlelerin açısal hızı ne kadar olur.



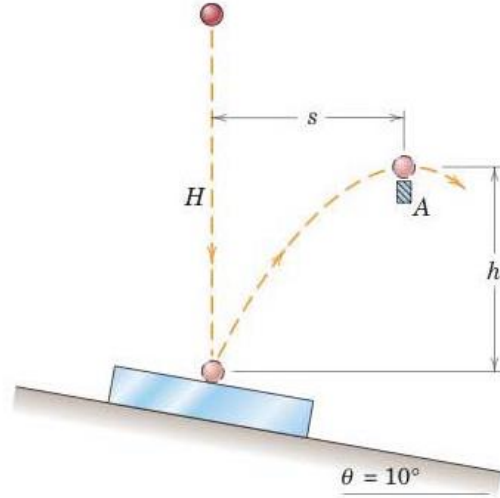
$$H_{o1} + \sum M dt = H_{o2}$$

$$T * r_1 * t = 4 * r_2 * mv = 4 * r_2 * mr\omega$$

$$\omega = \frac{Tr_1t}{4mr_2^2} = \frac{50 * 0.1 * 10}{4 * 3 * 0.4^2} = 26 \text{ rad/s}$$

Soru 4: Bir top $H = 0.7$ m yüksekliğinden durgunluktan bırakılıyor ve $\theta = 10^\circ$ eğimli yere düşüyor, h metre sıçrayarak düştüğü yerden s metre ilerdeki duvarı aşılıyor. Duvarı aştığı andaki dikey hızının $v = 0$ olduğu gözleniyor. Yer ile top arasında geri sıçrama katsayısı $e = 0.7$ olduğuna göre s ve h mesafelerini bulunuz.

Geçen yıllarda sorulmuş sınav sorusu



Çözüm yere düşen topun hızı;

$$v = \sqrt{2gH} = 3.75 \frac{m}{s}$$

$$v = v_n e_n + v_t e_t; v_n = v \cos 10; v_t = v \sin 10;$$

$$v_t = v'_t$$

$$e = \frac{0 - v'_n}{v_n - 0} \Rightarrow v'_n = -0.7 v \cos 10$$

$$v_y = v'_n \cos 10 - v'_t \sin 10 = 0.7 v \cos^2 10 - v \sin^2 10 = 2.404 \text{ m/s}$$

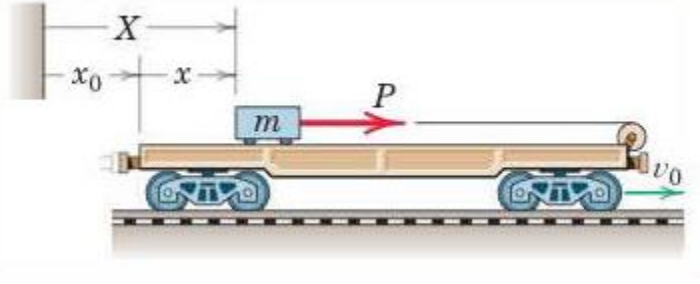
$$v_x = v'_n \sin 10 + v'_t \cos 10 = (0.7 + 1) v \cos 10 \sin 10 = 1.077 \text{ m/s}$$

$$v_y^2 = 2gh \Rightarrow h = 0.2946$$

$$0 = v_y - gt \Rightarrow t = \frac{v_y}{g} = 0.2450 \text{ s}$$

$$s = v_x t = 0.2640 \text{ m}$$

Soru 5: Ray üzerinde giden bir aracın hızı v_0 dır ve üzerine monte edilmiş bir makara sistemi vardır. Bu makara sistemi aracılığıyla üzerindeki m kütleli taşıyıcıya P kuvveti uygulamaktadır. Başlangıçta taşıyıcı $X = x_0$ konumundadır. Taşıyıcı için iş enerji denklemlerini



- Raylı araç üzerindeki gözlemciye göre
- Yerdeki gözlemciye göre oluşturunuz.
- Her iki denklemin uyumluluğunu gösteriniz.

Çözüm: Ders kitabı 3/33 örnek

Çözüm. Vagon üzerindeki gözlemciye göre P tarafından yapılan iş

$$U_{\text{rel}} = \int_0^x P dx = Px \quad \text{sabit } P \text{ için}$$

Vagona göre kinetik enerjideki değişim

$$\Delta T_{\text{rel}} = \frac{1}{2} m(\dot{x}^2 - 0)$$

Hareketli gözlemciye göre iş-enerji denklemi

$$[U_{\text{rel}} = \Delta T_{\text{rel}}] \quad Px = \frac{1}{2} m\dot{x}^2$$

Yerdeki gözlemciye göre P tarafından yapılan iş

$$U = \int_b^X P dX = P(X - b)$$

Yerdeki ölçüm için kinetik enerjideki değişim

$$\Delta T = \frac{1}{2} m(\dot{X}^2 - v_0^2)$$

Sabit gözlemciye göre iş-enerji denklemi

$$[U = \Delta T] \quad P(X - b) = \frac{1}{2} m(\dot{X}^2 - v_0^2)$$

Bu denklemi hareketli gözlemcininki ile karşılaştırabilmek için aşağıdaki değişimleri yapabiliriz:

$$X = x_0 + x, \quad \dot{X} = v_0 + \dot{x}, \quad \ddot{X} = \ddot{x}$$

Böylece,

$$P(X - b) = Px + P(x_0 - b) = Px + m\ddot{x}(x_0 - b)$$

$$= Px + m\ddot{x}v_0 t = Px + mv_0\dot{x}$$

ve

$$\dot{X}^2 - v_0^2 = (v_0^2 + \dot{x}^2 + 2v_0\dot{x} - v_0^2) = \dot{x}^2 + 2v_0\dot{x}$$

Şimdi sabit gözlemciye göre iş-enerji denklemi

$$Px + mv_0\dot{x} = \frac{1}{2} m\dot{x}^2 + mv_0\dot{x}$$

Bu ifade yalnızca $Px = \frac{1}{2} m\dot{x}^2$ olup hareketli gözlemcinin gözlemlediği ile aynıdır. Buradan, iki iş-enerji ifadesi arasındaki farkın

$$U - U_{\text{rel}} = T - T_{\text{rel}} = mv_0\dot{x}$$

olduğunu görürüz.