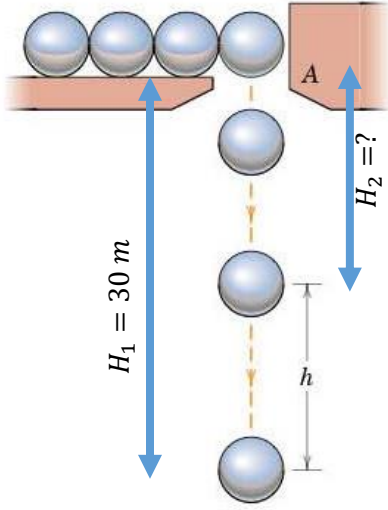


MAK209 DİNAMİK
ÇÖZÜMLÜ SORULAR
Dr. Nurdan Bilgin

SORULAR ve ÇÖZÜMLER

Soru 1: Küçük çelik toplar durgun durumdayken sırayla 100 m yüksekliğindeki A açıklığından sırayla iki saniyede bir düşüyorlar.

- Artarda düşen iki top arasındaki mesafe farkı h ilk top ilk 30 metreyi kat ettiğinde ne kadar olur.
- İlk top yere düştüğünde kaç top havadadır.



Şekil 1: Soru 1 Engineering mechanics Dynamics J.L. Meriam ve L.G. Kraige kitabından uyarlanmış olup, ilgili şekil aynı kitaptan direkt kopyalanmıştır.

Çözüm:

a.)

İlk topun kat ettiği mesafe $H_1 = 30 \text{ m}$.

$$y = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$H_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2H_1}{g}} = 2.47 \text{ s.}$$

İkinci top ilk topdan 2 s sonra harekete başladığına göre $t_2 = t_1 - 2 = 0.47 \text{ s}$

İkinci topun bu süre boyunca kat ettiği yol $H_2 = \frac{1}{2} g t_2^2 = 1.08 \text{ m}$

Bu durumda iki top arasındaki mesafe $h = H_1 - H_2 = 30 - 1.08 = 28.92 \text{ m}$

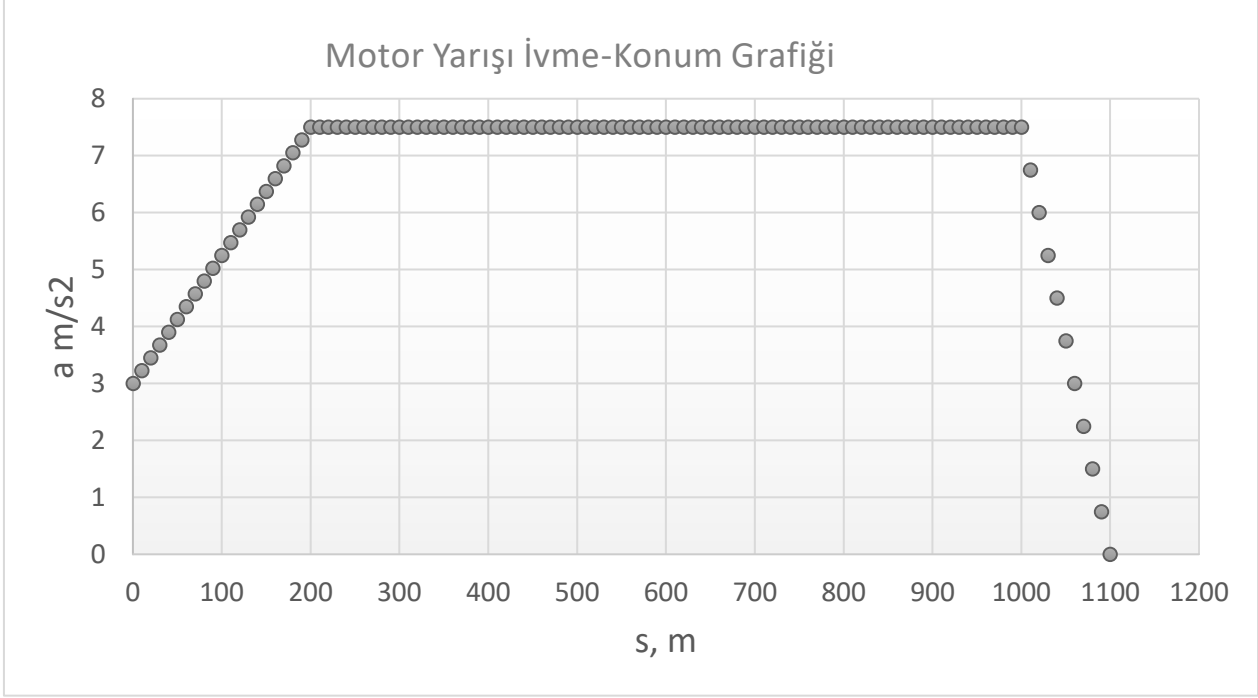
b.)

İlk top yere çarpana kadar geçen $H = 100 \text{ m}$ süre

$$H = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 4.52 \text{ s.}$$

Her iki saniyede bir top düştüğüne göre havada iki top var.

Soru 2: 1000 m'lik parkurda motor yarışları düzenlenmektedir. Motorcular bitiş bayrağını geçtikten sonra güvenli bir şekilde frenleyip durmaktadırlar. Yarış düdüğü çaldığında 3 m/s^2 ivme ile durgunluktan harekete geçen motorcunun ivme konum grafiği şekil 2'de verilmektedir. Motorcunun maksimum ivmeye ulaştığı 200 m'de, bitiş bayrağını gördüğü 1000 m'de ve ivmesinin sıfıra düştüğü 1100 m'deki hızlarını bulunuz ve yorumlayınız.



Şekil 2 Yarış motoru ivme-konum grafiği

Çözüm:

İlk 200 m ivme değişken

$$\int_{v_0}^{v_1} v dv = \int_{s_0}^{s_1} a ds$$

$$\int_{v_0}^{v_1} v dv = \int_0^{v_1} v dv = \frac{v_1^2}{2}$$

a ivme denklemi doğru denkleminde $a = 0.0225s + 3$ olarak bulunup $\int_{s_0}^{s_1} a ds$ integrali çözülebilir. Ya da direkt grafikten $0 - 200 \text{ m}$ arasında oluşan yamuğun alanından bulunur.

Not: her iki çözümünde aynı sonucu verdiğini kontrol edelim.

Yamuğun alanından:

$$\frac{3 + 7.5}{2} * 200 = 1050 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$\frac{v_1^2}{2} = 1050 \implies v_1 = 45.83 \text{ m/s}$$

a ivme fonksiyonunun integralinden, $s_0 = 0$ & $s_1 = 200$

$$\int_{v_0}^{v_1} v dv = \int_{s_0}^{s_1} a ds \Rightarrow \int_{v_0}^{v_1} v dv = \int_{s_0}^{s_1} (0.0225s + 3) ds \Rightarrow \frac{v^2}{2} \Big|_{v_0}^{v_1} = \frac{0.0225s^2}{2} + 3s \Big|_{s_0}^{s_1}$$
$$\frac{v^2}{2} \Big|_{v_0}^{v_1} = \frac{0.0225s^2}{2} + 3s \Big|_{s_0}^{s_1} \Rightarrow \frac{v_1^2}{2} = \frac{0.0225s_1^2}{2} + 3s_1$$
$$\frac{v_1^2}{2} = 1050 \Rightarrow v_1 = 45.83 \text{ m/s}$$

200 m – 1000 m arasında ivme sabit

$$\int_{v_1}^{v_2} v dv = a \int_{s_1}^{s_2} ds$$
$$\frac{v_2^2}{2} - \frac{v_1^2}{2} = a(s_2 - s_1) \Rightarrow v_2^2 = 2 \left[a(s_2 - s_1) + \frac{v_1^2}{2} \right] \Rightarrow v_2 = 118.7 \text{ m/s}$$

1000 m-1100 m arasında değişken ivme ile yavaşlıyor

$$\int_{v_2}^{v_3} v dv = \int_{s_2}^{s_3} a ds$$

Not: Doğru denklemden

$$\frac{a - x_2}{s - x_2} = \frac{x_2 - x_1}{s_2 - s_1} \Rightarrow \frac{a - 0}{s - 1100} = \frac{0 - 7.5}{1100 - 1000}$$

$$a = -0.075s + 82.5$$

$$\frac{1}{2}(v_3^2 - v_2^2) = \int_{s_2}^{s_3} a ds = \int_{s_2}^{s_3} (-0.075s + 82.5) ds = \frac{-0.075s^2}{2} + 82.5s \Big|_{s_2}^{s_3}$$

$$\frac{1}{2}(v_3^2 - v_2^2) = \frac{-0.075s^2}{2} + 82.5s \Big|_{1000}^{1100}$$

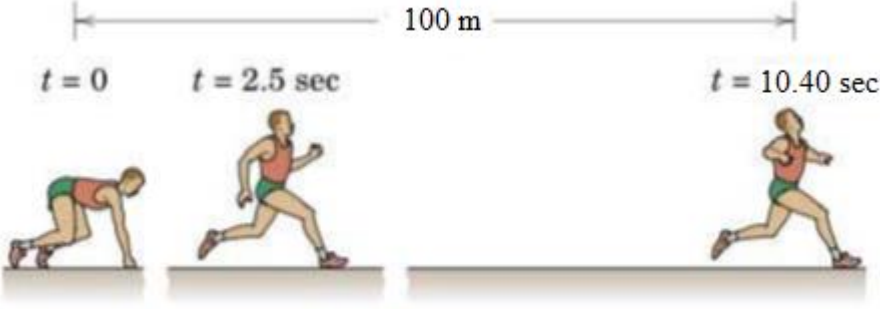
$$v_3^2 - v_2^2 = -0.075s^2 + 165s \Big|_{1000}^{1100}$$

$$v_3 = \sqrt{-0.075s^2 + 165s \Big|_{1000}^{1100} + v_2^2}$$

$$v_3 = \sqrt{-0.075(1100^2 - 1000^2) + 165 * 100 + 118.7^2}$$

$$v_3 = 121.8 \text{ m/s}$$

Soru 3: Bir hız koşucusu başlama düdüğü ile birlikte durgunluktan sabit ivme ile 2.5 s boyunca hızlanmaya başlıyor, maksimum hıza ulaştığında hızını sabit tutarak yarışı tamamlıyor. Koşucu 100 metreyi 10.40 s.'de koştuğuna göre maksimum hızı nedir?



Şekil 3 Engineering mechanics Dynamics J.L. Meriam ve L.G. Kraige kitabından uyarlanmış olup, ilgili şekil aynı kitaptan alınarak üzerinde küçük değişiklikler yapılmıştır.

Çözüm:

İlk 2.5 s için hız

$$v = v_0 + at \implies v = 2.5a$$

$$x_1 = \frac{1}{2}at^2 \implies x_1 = 3.125a$$

2.5 s ile 10.4 saniye arasındaki sabit hızla hareket

$$x_2 = vt \implies x_2 = 2.5a(10.4 - 2.5)$$

$$x_2 = vt \implies x_2 = 2.5a(10.4 - 2.5)$$

Toplam kat edilen yol $x_1 + x_2 = 100 = 3.125a + 2.5a(10.4 - 2.5) = 22.875a$

İlk 2.5 saniyedeki ivme

$$a = \frac{100}{22.875} = 4.37 \text{ m/s}^2$$

Maksimum hız: $v = 2.5a = 2.5 * 4.37 = 10.93 \text{ m/s}$

Soru 4: x-y düzleminde hareket eden bir parçacığın konum vektörü $r = \left(\frac{t^4}{4}\right)i + \left(\frac{2}{3}t^3 - \frac{1}{2}t^2\right)j$ olarak verilmektedir. Burada konum metre olarak zamanda saniye olarak ölçülmektedir. Hız ve ivme vektörleri arasındaki açığı (a) t=2 s. ve (b) t=3 s. için bulunuz.

Çözüm:

$$\mathbf{v} = (t^3)i + (2t^2 - t)j$$

$$\mathbf{a} = (3t^2)i + (4t - 1)j$$

(a) t=2 s. için

$$\mathbf{v} = (t^3)i + (2t^2 - t)j = 8i + 6j$$

$$\mathbf{a} = (3t^2)i + (4t - 1)j = 12i + 7j$$

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{12^2 + 7^2} = 13.89$$

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{a}||\mathbf{v}|} \Rightarrow \theta = \cos^{-1} \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{a}||\mathbf{v}|} = \cos^{-1} \frac{(12i + 7j) \cdot (8i + 6j)}{13.89 * 10} = 0.113 \text{ rad}$$

$$\theta = 0.113 \text{ rad} * \frac{180}{\pi} = 6.52^\circ$$

(b) t=3 s. için bulunuz.

$$\mathbf{v} = (t^3)i + (2t^2 - t)j = 27i + 15j$$

$$\mathbf{a} = (3t^2)i + (4t - 1)j = 27i + 11j$$

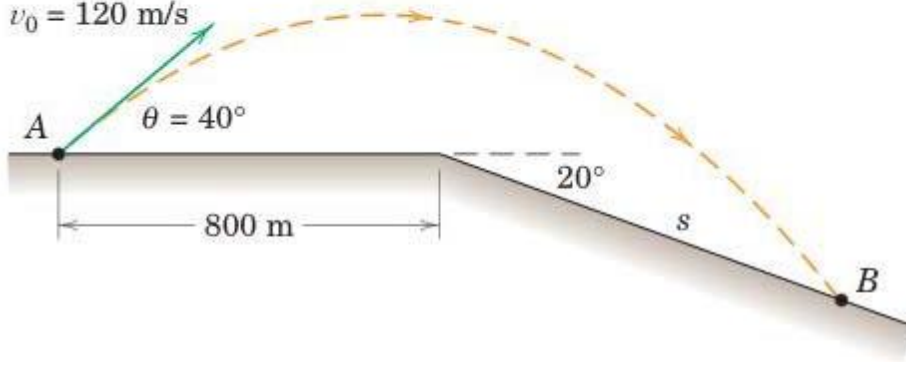
$$|\mathbf{v}| = \sqrt{27^2 + 15^2} = 30.88$$

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{27^2 + 11^2} = 29.15$$

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{a}||\mathbf{v}|} \Rightarrow \theta = \cos^{-1} \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{a}||\mathbf{v}|} = \cos^{-1} \frac{(27i + 15j) \cdot (27i + 11j)}{30.88 * 29.15} = 0.118 \text{ rad}$$

$$\theta = 0.118 \text{ rad} * \frac{180}{\pi} = 6.77^\circ$$

Soru 5: Şekil 4’de görülen başlangıç koşullarıyla bir top A noktasından fırlatılıyor ve B noktasında yere çarpıyor. s ile gösterilen eğimli mesafeyi ve topun toplam uçuş zamanını bulunuz.



Şekil 4 Soru 5, Engineering mechanics Dynamics J.L. Meriam ve L.G. Kraige kitabından alınmıştır

Çözüm:

$$800 + s \cos 20 = (120 \cos 40)t \quad (1)$$

$$-s \sin 20 = (120 \sin 40)t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (2)$$

```
syms s t
eq1= 800+s*cos(20*pi/180)-(120*cos(40*pi/180))*t;
eq2= -s*sin(20*pi/180)-(120*sin(40*pi/180))*t+0.5*9.81*t^2;
S = solve([eq1 == 0, eq2 == 0], [s, t]);
s=vpa(S.s,4)
t=vpa(S.t,4)
s =
```

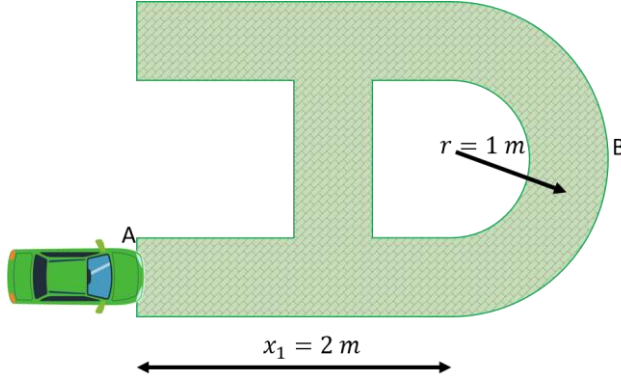
-553.6
1057.0

t =

3.044
19.5

Dilerseniz el ile de çözebilirsiniz. El ile çözümde parametrelerden birini yok edeceksiniz. Daha sonra diğer parametre için çözüm bulacaksınız.

Soru 6: Şekildeki gibi oyuncak araba pistinde araba A noktasından durgunluktan harekete başlamış ve ivmesinin teğetsel bileşeni $a_t=(6t^2)$ m/s² olarak bilinmektedir. Araba B konumuna ulaştığı anda bileşke ivmesi nedir?



Şekil 5 Oyuncak araba pisti

Çözüm:

$a = 6t^2$ olarak verilmektedir.

$$\int_0^v dv = \int_0^t a dt = \int_0^t 6t^2 dt$$

$$v = \frac{6t^3}{3} = 2t^3$$

$$\int_0^s ds = \int_0^t v dt = \int_0^t 2t^3 dt$$

$$s = \frac{2t^4}{4} = \frac{t^4}{2} \quad (1)$$

A ve B arasındaki uzaklık

$$s = x_1 + \frac{\pi r}{2} = 2 + \pi * \frac{1}{2} = 3.5708$$

Bilinen s değerini (1) denkleminde yerine koyarsam t 'yi bulurum ve ivmeyi hesaplarım. Şöyle ki

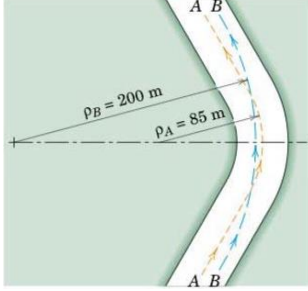
$$s = 3.5708 \text{ m} = \frac{t^4}{2} \Rightarrow t = \sqrt[4]{7.1416} = 1.6347 \text{ s}$$

$$a_t = 6t^2 = 6 * 1.6367^2 = 16.03425 \text{ m/s}^2$$

$$v = \frac{6t^3}{3} = 2t^3 = 2 * 1.6367^3 = 8.7687 \text{ m/s}$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{8.7687^2}{1} = 76.89 \text{ m/s}^2$$

Soru 7: Şekil yarış parkurunun yatış açısı olmayan düzlemsel bölümünde motorcunun kullanabileceği A ve B olmak üzere iki farklı güzergah'ı göstermektedir. Sarı renkle gösterilen A güzergahının eğrilik yarıçapı 85 m ve mavi renkle gösterilen B güzergahının eğrilik yarıçapı 200 m olarak bilinmektedir. Yarışçıların yanall ivmelerinin $0.8g$ 'yi geçmemesi gerektiğine göre A ve B güzergahını kullanan iki motorcunun maksimum hızlarını bulunuz. Hangi yolun hız yapma konusunda daha avantajlı olduğunu belirleyiniz.



Şekil 6 Soru 7, Engineering mechanics Dynamics J.L. Meriam ve L.G. Kraige kitabından alınmıştır

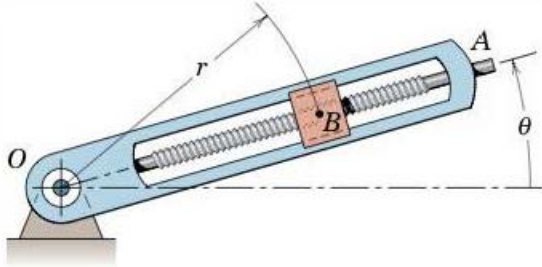
Çözüm 7:

$$a_n = 0.8g = \frac{(v_A)^2}{\rho_A} \implies v_A = \sqrt{0.8g\rho_A} = \sqrt{0.8 * 9.81 * 85} = 25.82 \text{ m/s}$$

$$a_n = 0.8g = \frac{(v_B)^2}{\rho_B} \implies v_B = \sqrt{0.8g\rho_B} = \sqrt{0.8 * 9.81 * 200} = 39.62 \text{ m/s}$$

Mavi çizgiyle gösterilen ve eğrilik yarıçapı daha büyük olan B güzergahı daha yüksek hıza çıkmaya müsaade etmektedir.

Soru 8: Radyal yivli kolun dönmesi $\theta = 0.2t^3 + 0.1t^2$ denklemlle yönetilmektedir. Burada θ radyan, t saniye olarak verilmektedir. Eş zamanlı olarak B kızıağındaki vida sürücü, kızıağın O noktasından mesafesinin değişimini $r = 0.4 + 0.01t^2$ denklemlle yönetmektedir. Burada r metre, t ise saniye olarak verilmektedir. Kızıağın hız ve ivmesini $t = 3$ s. İçin hesaplayınız.



Şekil: Soru 8 Engineering mechanics Dynamics J.L. Meriam ve L.G. Kraige kitabından uyarlanmıştır.

Çözüm 8:

$$r = 0.4 + 0.01t^2 \Rightarrow r(3) = 0.49$$

$$\dot{r} = 0.02t \Rightarrow \dot{r}(3) = 0.06$$

$$\ddot{r} = 0.02 \Rightarrow \ddot{r}(3) = 0.02$$

$$\theta = 0.2t^3 + 0.1t^2 \Rightarrow \theta(3) = 6.3$$

$$\dot{\theta} = 0.6t^2 + 0.2t \Rightarrow \dot{\theta}(3) = 6$$

$$\ddot{\theta} = 1.2t + 0.2 \Rightarrow \ddot{\theta}(3) = 3.8$$

$$\mathbf{v} = \dot{r}\mathbf{e}_r + r\dot{\theta}\mathbf{e}_\theta$$

$$\mathbf{v} = \dot{r}\mathbf{e}_r + r\dot{\theta}\mathbf{e}_\theta = 0.06\mathbf{e}_r + 0.49 \cdot 6\mathbf{e}_\theta = 0.06\mathbf{e}_r + 2.94\mathbf{e}_\theta$$

$$v = \sqrt{0.06^2 + 2.94^2} = 8.65 \text{ m/s}$$

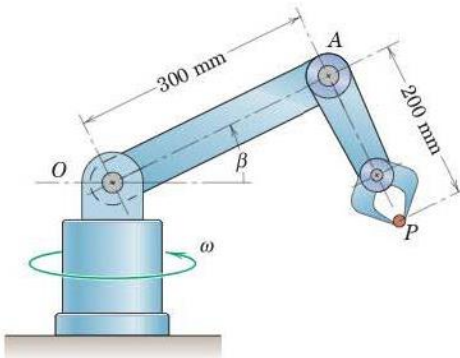
$$\mathbf{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\mathbf{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\mathbf{e}_\theta$$

$$\mathbf{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\mathbf{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\mathbf{e}_\theta = (0.02 - 0.49 \cdot 6^2)\mathbf{e}_r + (0.49 \cdot 3.8 + 2 \cdot 0.06 \cdot 6)\mathbf{e}_\theta$$

$$\mathbf{a} = -17.62\mathbf{e}_r + 2.582\mathbf{e}_\theta$$

$$a = \sqrt{(-17.62)^2 + 2.582^2} = 17.81 \text{ m/s}^2$$

Soru 9: Bir endüstriyel robot şekil’de görüldüğü gibi küçük bir P parçacığını konumlandırmak için kullanılmaktadır. $\beta = 30^\circ$, $\dot{\beta} = 10 \frac{\text{derece}}{\text{s}}$ ve $\ddot{\beta} = 20 \frac{\text{derece}}{\text{s}^2}$ iken parçacığın ivmesinin büyüklüğü ve yönünü hesaplayınız. Robotun tabanı $\omega = 40 \frac{\text{derece}}{\text{s}}$ sabit hızla dönmektedir. Hareket sırasında AO ve AP birbirlerine dik olarak kalmaktadır.



Şekil Soru 9 Endüstriyel Robot. (Meriam)

Çözüm 9:

Formüller:

$$\mathbf{v} = \dot{r}\mathbf{e}_r + r\dot{\theta}\mathbf{e}_\theta + \dot{z}\mathbf{k}$$

$$\mathbf{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\mathbf{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\mathbf{e}_\theta + \ddot{z}\mathbf{k}$$

Verilenler;

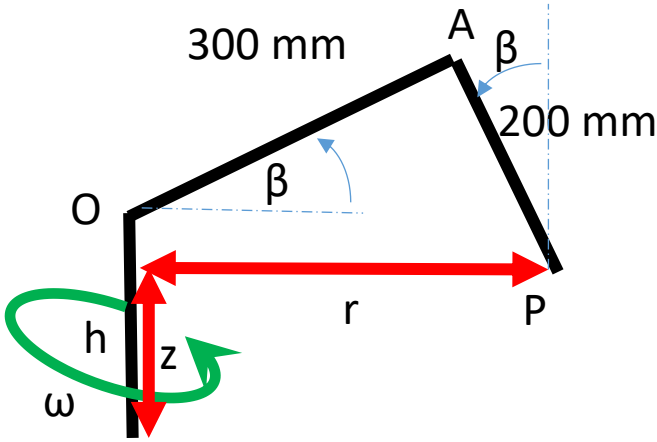
$$\beta = 30^\circ \Rightarrow \beta = \frac{30 * \pi}{180} = \frac{\pi}{6} \text{ rad},$$

$$\dot{\beta} = 10 \frac{\text{derece}}{\text{s}} \Rightarrow \dot{\beta} = \frac{10 * \pi}{180} = \frac{\pi}{18} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\ddot{\beta} = 20 \frac{\text{derece}}{\text{s}^2} \Rightarrow \ddot{\beta} = \frac{20 * \pi}{180} = \frac{\pi}{9} \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$\omega = \dot{\theta} = 40 \frac{\text{derece}}{\text{s}} \Rightarrow \dot{\theta} = \frac{40 * \pi}{180} = \frac{2\pi}{9} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\ddot{\theta} = 0$$



$$r = 300\cos\beta + 200\sin\beta = 150\sqrt{3} + 100 = 359.8 \text{ mm}$$

$$z = h + 300\sin\beta - 200\cos\beta$$

$$\dot{r} = -300\dot{\beta}\sin\beta + 200\dot{\beta}\cos\beta = \frac{\pi}{18}(-150 + 100\sqrt{3}) = 4.05$$

$$\dot{z} = 300\dot{\beta}\cos\beta + 200\dot{\beta}\sin\beta$$

$$\ddot{r} = -300\ddot{\beta}\sin\beta - 300\dot{\beta}^2\cos\beta + 200\ddot{\beta}\cos\beta - 200\dot{\beta}^2\sin\beta$$

$$\ddot{r} = \ddot{\beta}(-300\sin\beta + 200\cos\beta) - \dot{\beta}^2(300\cos\beta + 200\sin\beta)$$

$$\ddot{r} = \frac{\pi}{9}(-150 + 100\sqrt{3}) - \frac{\pi^2}{324}(150\sqrt{3} + 100) = -2.86$$

$$\ddot{z} = 300\ddot{\beta}\cos\beta - 300\dot{\beta}^2\sin\beta + 200\ddot{\beta}\sin\beta + 200\dot{\beta}^2\cos\beta$$

$$\ddot{z} = \ddot{\beta}(300\cos\beta + 200\sin\beta) + \dot{\beta}^2(-300\sin\beta + 200\cos\beta)$$

$$\ddot{z} = \frac{\pi}{9}(150\sqrt{3} + 100) + \frac{\pi^2}{324}(-150 + 100\sqrt{3}) = 126.3$$

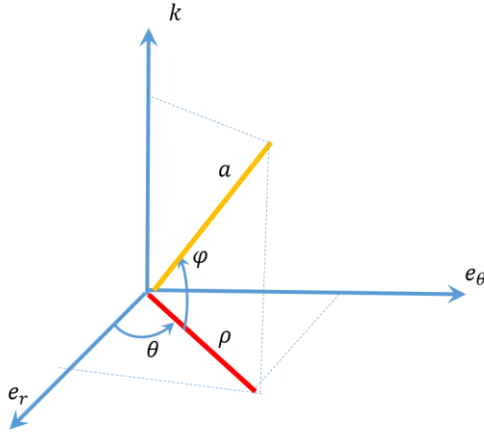
$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -2.86 - 359.8 \times \frac{4\pi^2}{81} = -178.23$$

$$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 2 \times 4.05 \times \frac{2\pi}{9} = 5.65$$

$$a_z = \ddot{z} = 126.3$$

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2 + a_z^2} = \sqrt{(-178.23)^2 + (5.65)^2 + (126.3)^2} = 219 \text{ mm/s}^2$$

İvme Vektörünün Yönü:

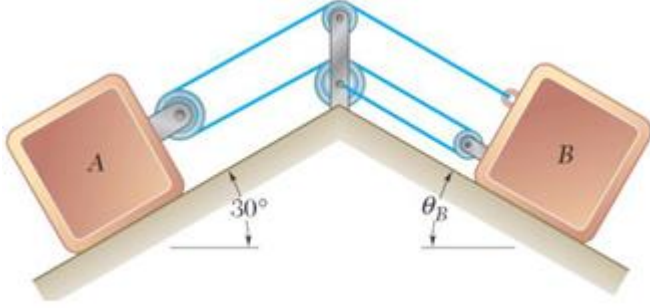


$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{a_\theta}{a_r}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5.65}{-178.23}\right) = -1.82^\circ$$

$$\rho = \sqrt{(-178.23)^2 + (5.65)^2} = 178.31$$

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{a_z}{\rho}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{126.3}{178.31}\right) = 35.3^\circ$$

Soru 10: Aşağıdaki şekilde görülen sistemde A bloğunun hızı aşağı doğru 120 mm/s dir. B bloğunun hızını ve yönünü hesaplayınız. Ayrıca $\theta_B = 30^\circ$ iken B bloğunun A bloğuna göre hızını bulunuz.



Şekil Soru 10 daha önce ODTÜ'de ödev sorusu olarak sorulan bir sorudan uyarlanmıştır.

Çözüm 10:

$$3x + 2y = L$$

$$3\dot{x} + 2\dot{y} = 0 \Rightarrow \dot{x} = \frac{-2\dot{y}}{3} = \frac{-2(-120)}{3} = 80 \text{ mm/s}$$

$$v_{B/A} = v_B - v_A$$

$$v_B = 80 \cos 30i - 80 \sin 30j$$

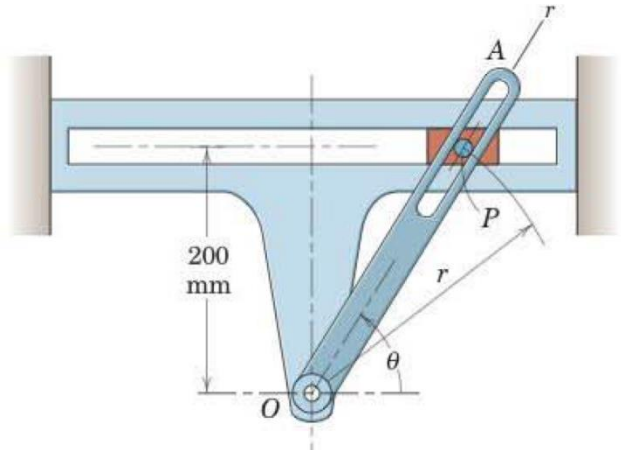
$$v_A = -120 \cos 30i - 120 \sin 30j$$

$$v_{B/A} = 200 \cos 30i + 40 \sin 30j$$

$$v_{B/A} = 100\sqrt{3}i + 20j$$

$$v_{B/A} = \sqrt{(100\sqrt{3})^2 + 20^2} = 174.35 \text{ mm/s} \angle 6.58^\circ$$

Soru 11: Yandaki şekilde sabit yatay slot üzerinde kayan kızığa kılavuzluk etmektedir. Kızığa bağlı P pininin hareketi OA kolunun dönmesiyle gerçekleşmektedir. Kol O noktası etrafında, tasarlandığı hareketi gerçekleştirmek üzere belirli aralıklarda sabit $\dot{\theta} = 2 \text{ rad/s}$ hızıyla dönmektedir. $\theta = 60$ derece iken kızığın hız ve ivmesini bulunuz. Ek olarak hız ve ivmenin r-bileşenlerini de bulunuz.



Çözüm 11:

$$\tan(\theta) = \frac{200}{x} \Rightarrow x = \frac{200}{\tan(\theta)} \Rightarrow x = \frac{200 \cos(\theta)}{\sin(\theta)}$$

$$x = \frac{200 \cos(\theta)}{\sin(\theta)} = 115,47$$

$$r = \sqrt{x^2 + h^2} = 230.94$$

$$\dot{x} = \frac{-200 \sin(\theta) \sin(\theta) \dot{\theta} - 200 \cos(\theta) \cos(\theta) \dot{\theta}}{\sin^2 \theta}$$

$$\dot{x} = \frac{-200 \dot{\theta} (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)}{\sin^2 \theta} = \frac{-200 \dot{\theta}}{\sin^2 \theta}$$

$$v = 533 \frac{mm}{s} \text{ yönü } -x \text{ yönünde}$$

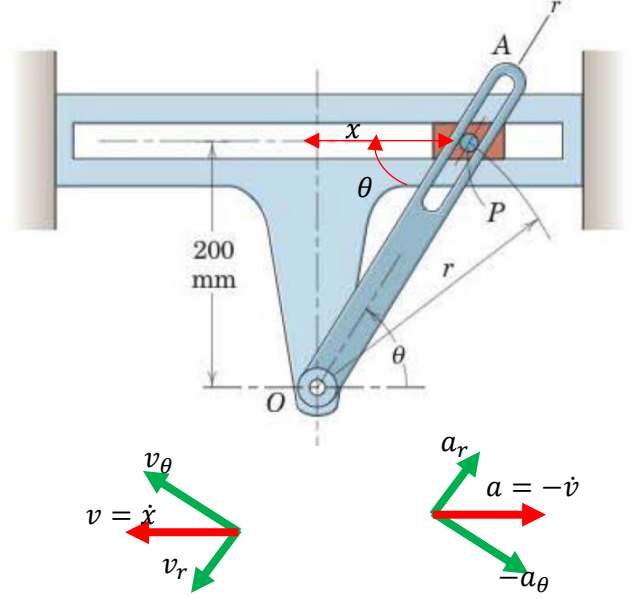
$$v_r = \dot{r} = v \cos(\theta) = 267 \frac{mm}{s}$$

$$\ddot{x} = \frac{-200 \ddot{\theta} \sin^2 \theta - (-200 \dot{\theta} 2 \sin \theta \cos \theta)}{\sin^4 \theta}$$

$$\ddot{x} = a = \frac{-200 \ddot{\theta} \sin \theta + 400 \dot{\theta} \cos \theta}{\sin^3 \theta} = \frac{400 \dot{\theta} \cos \theta}{\sin^3 \theta} = 616 \frac{mm}{s^2}$$

$$a_r = a \cos(\theta) = 308 \frac{mm}{s^2}$$

$$a_r = \ddot{r} - r \dot{\theta}^2 \Rightarrow \ddot{r} = a_r + r \dot{\theta}^2 = 308 + 230.94 * 2^2 = 1231.76$$

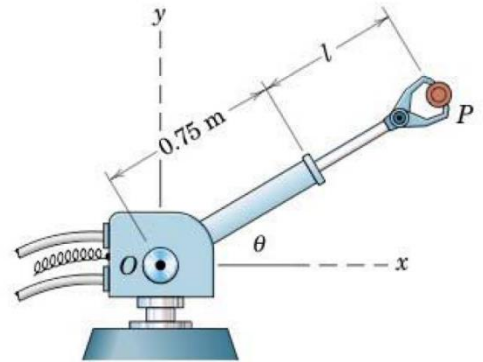


Soru 12: Yandaki robot kol eş zamanlı olarak yükseliyor ve uzuyor. Verilen anda $\theta = 30^\circ$, $\dot{\theta} = 10^0 \text{ deg/s}$ sabit hızıyla yükselmektedir ve $l = 0.5 \text{ m}$, $\dot{l} = 0.2 \text{ m/s}$

ve $\ddot{l} = -0.3 \text{ m/s}^2$ büyüklüklerine oranlı genişlemektedir.

Tutucunun tuttuğu P parçasının hız ve ivmesinin büyüklüğünü bulunuz.

Ek olarak hız ve ivmeyi i ve j birim vektörleri cinsinden ifade ediniz.



Çözüm 12:

$$r = 0.75 + l \Rightarrow r = 0.75 + 0.5 = 1.25$$

$$\dot{r} = \dot{l} = 0.2 \frac{m}{s}$$

$$\ddot{r} = \ddot{l} = -0.3 \text{ m/s}^2$$

$$\theta = 30 \text{ deg} \Rightarrow \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$\dot{\theta} = \frac{10\pi}{180} = 0.1745 \text{ rad/s}$$

$$\ddot{\theta} = 0$$

$$\mathbf{v} = \dot{r}\mathbf{e}_r + r\dot{\theta}\mathbf{e}_\theta$$

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \dot{r}\mathbf{e}_r + r\dot{\theta}\mathbf{e}_\theta = 0.2\mathbf{e}_r + 1.25 * \frac{10\pi}{180} \mathbf{e}_\theta \\ &= 0.2\mathbf{e}_r + 0.218\mathbf{e}_\theta \end{aligned}$$

$$\mathbf{v} = \sqrt{0.2^2 + 0.218^2} = \mathbf{0.296 \text{ m/s}}$$

$$\mathbf{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\mathbf{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\mathbf{e}_\theta$$

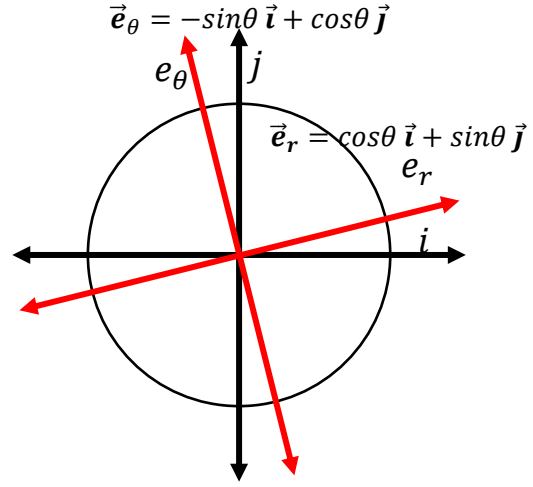
$$\mathbf{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\mathbf{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\mathbf{e}_\theta$$

$$\mathbf{a} = (-0.3 - 1.25 * 0.1745^2)\mathbf{e}_r + (1.25 * 0 + 2 * 0.2 * 0.1745)\mathbf{e}_\theta$$

$$\mathbf{a} = -0.338\mathbf{e}_r + 0.0698\mathbf{e}_\theta$$

$$\mathbf{a} = \sqrt{(-0.338)^2 + 0.0698^2} = 0.345 \text{ m/s}^2$$

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= 0.2\mathbf{e}_r + 0.218\mathbf{e}_\theta = 0.2[\cos 30 \mathbf{i} + \sin 30 \mathbf{j}] + 0.218[-\sin 30 \mathbf{i} + \cos 30 \mathbf{j}] \\ \mathbf{v} &= \mathbf{0.06i + 0.289j \text{ m/s}} \end{aligned}$$



Benzer şekilde a vektörü de kartezyan koordinatlarda elde edilebilir, cevabı aşağıdadır.

$$\mathbf{a} = -\mathbf{0.328i} - \mathbf{0.1086j \text{ m/s}^2}$$

Soru 13: Bir önceki problemdeki robot kol eş zamanlı

olarak yükselip ve uzarken aynı zamanda dik eksen

etrafında dönüyor. Verilen anda $\phi = 30^\circ$, $\dot{\phi} =$

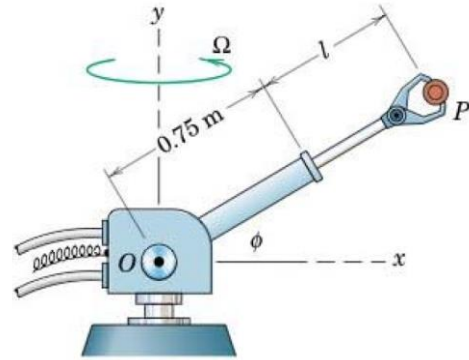
10 deg/s sabit hızıyla yükselmekte ve $l = 0.5 \text{ m}$,

$\dot{l} = 0.2 \frac{m}{s}$ ve $\ddot{l} = -0.3 \frac{m}{s^2}$ büyüklüklerine oranlı

genişlemektedir. Dik eksen etrafında dönme hızı $\Omega =$

20 deg/s ve sabittir.

Tutucunun tuttuğu P parçasının hız ve ivmesinin büyüklüğünü bulunuz.



Çözüm 13:

$$R = 0.75 + l \Rightarrow r = 0.75 + 0.5 = 1.25$$

$$\dot{R} = \dot{l} = 0.2 \frac{m}{s}$$

$$\ddot{R} = \ddot{l} = -0.3 \text{ m/s}^2$$

$$\phi = 30 \text{ deg} \Rightarrow \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$\dot{\phi} = \frac{10\pi}{180} = 0.1745 \text{ rad/s}$$

$$\ddot{\phi} = 0$$

$$\dot{\theta} = \frac{20\pi}{180} = 0.349 \text{ rad/s}$$

$$\ddot{\theta} = 0$$

$$v = \dot{R}e_R + R\dot{\theta}\cos\phi e_\theta + R\dot{\phi}e_\phi = 0.2e_R + 1.25 * 0.349 * \cos 30e_\theta + 1.25 * 0.1745e_\phi$$

$$v = 0.2e_R + 0.378e_\theta + 0.218e_\phi$$

$$v = \sqrt{v_R^2 + v_\theta^2 + v_\phi^2} = 0.48$$

$$a_R = (\ddot{R} - R\dot{\phi}^2 - R\dot{\theta}^2\cos^2\phi) = -0.4523 \text{ m/s}^2$$

$$a_\theta = \frac{\cos\phi}{R} \frac{d}{dt}(R^2\dot{\theta}) - 2R\dot{\theta}\dot{\phi}\sin\phi$$

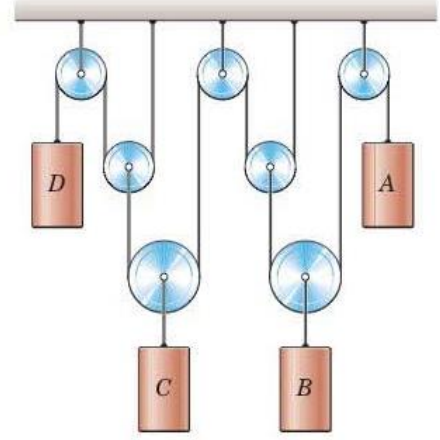
$$\frac{d}{dt}(R^2\dot{\theta}) = 2R\dot{R}\dot{\theta} + R^2\ddot{\theta} \text{ ve } \ddot{\theta} = 0 \Rightarrow a_\theta = 2\dot{R}\dot{\theta}\cos\phi - 2R\dot{\theta}\dot{\phi}\sin\phi = 0.0448 \text{ m/s}^2$$

$$a_\phi = \frac{1}{R} \frac{d}{dt}(R^2\dot{\phi}) + R\dot{\theta}^2\sin\phi\cos\phi$$

$$\frac{d}{dt}(R^2\dot{\phi}) = 2R\dot{R}\dot{\phi} + R^2\ddot{\phi} \text{ ve } \ddot{\phi} = 0 \Rightarrow a_\phi = 2\dot{R}\dot{\phi} + R\dot{\theta}^2\sin\phi\cos\phi = 0.1358 \text{ m/s}^2$$

$$a = \sqrt{a_R^2 + a_\theta^2 + a_\phi^2} = 0.474 \text{ m/s}^2$$

Soru 14: A, B, C ve D silindirlerinin hızları arasındaki ilişkiyi belirleyiniz. Aşağıya doğru hızları pozitif kabul edin.



Çözüm 14:

$$L_1 = y_B + y_A + (y_B - y_1) + c_1 \Rightarrow 0 = 2v_B + v_A - \dot{y}_1$$

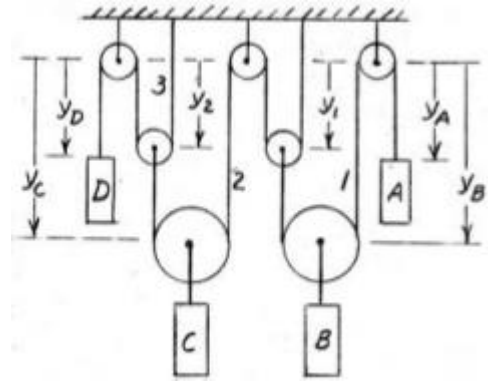
$$2v_B + v_A = \dot{y}_1$$

$$L_2 = y_C + 2y_1 + (y_C - y_2) + c_2 \Rightarrow 0 = 2v_C + 2\dot{y}_1 - \dot{y}_2$$

$$2v_C + 4v_B + 2v_A = \dot{y}_2$$

$$L_3 = 2y_2 + y_D + c_3 \Rightarrow 0 = v_D + 2\dot{y}_2$$

$$0 = v_D + 4v_C + 8v_B + 4v_A$$



Soru 15:

A arabasının hızını B silindirinin hızı cinsinden veren ifadeyi bulunuz

Çözüm 15:

Kablonun uzunluğu

$$\sqrt{x^2 + h^2} + \text{sabit} + 2y = L$$

$$\frac{1}{2} \frac{2x\dot{x}}{\sqrt{x^2 + h^2}} + 2\dot{y} = 0$$

$$\dot{x} = -\frac{2\dot{y}\sqrt{x^2 + h^2}}{x}$$

$$-\dot{y} = v_B \text{ ve } \dot{x} = v_A \text{ ise}$$

$$v_A = \frac{2v_B\sqrt{x^2 + h^2}}{x}$$

